

NORSK INSTITUTT FOR VANNFORSKNING

Blindern

0-78014

RANDEFJORDEN 1979

Resultater fra hovedundersøkelsen

Strøm- og spredningsstudier i
nord- og sørenden av Randsfjorden

2. juli 1980

Saksbehandler: Bjørn Faafeng

Medarbeider : Torulv Tjomsland

Instituttssjef: Kjell Baalsrud

NIVA - RAPPORT

Norsk institutt for vannforskning  NIVA

Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Forskningsråd

Postadresse: Brekke 23 52 80
Postboks 333, Blindern Gaustadalleen 46 69 60
Oslo 3 Kjeller 71 47 59

Rapportnummer: 0-78014
Undernummer: IV
Løpenummer: 1219
Begrenset distribusjon:

Rapportens tittel: Randsfjorden 1979 Resultater fra hovedundersøkelsen Strøm og spredningsstudier i nord- og sørenden av Randsfjorden	Dato: 2.07.1980
	Prosjektnummer: 0-78014
Forfatter(e): Bjørn Faafeng Torulv Tjomsland	Faggruppe:
	Geografisk område: Oppland
	Antall sider (inkl. bilag): 48

Oppdragsgiver: Oppland Fylkes Elektrisitetsverk Oppland fylkeskommune Randsfjordsforbundet Statens forurensningstilsyn	Oppdragsg. ref. (evt. NTNf-nr.):
---	----------------------------------

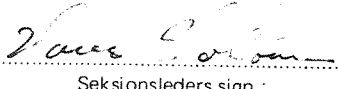
Ekstrakt:

Rapporten inneholder noen resultater fra hovedundersøkelsen. Strøm- og spredningsstudier ble foretatt i nord- og sørenden av Randsfjorden ved hjelp av matematiske modeller. I sørenden ble spredningen av forurensningstilførsler fra Jevnaker studert. I nordenden ble betydningen av en eventuell regulering av Dokka/Etna vassdragenes strøm- og temperaturforhold vurdert.

4 emneord, norske:
1. Randsfjorden
2. Buskerud
3. Resultater fra hovedundersøkelsen
4. Strøm- og spredningsstudier
Matematiske modeller

4 emneord, engelske:
1.
2.
3.
4.


Prosjektleders sign.:


Seksjonsleders sign.:


Instituttetsjefs sign.:

ISBN 82-577-0289-7

FORORD

Denne rapporten er et bidrag til NIVAs undersøkelser av Randsfjorden i perioden 1978 - 1980. Undersøkelsen skal i tillegg til en vurdering av konsekvensene for Randsfjorden av planlagte reguleringsinngrep i Etna og Dokka, også gi en generell vurdering av Randsfjordens forurensningstilstand.

Oppdragsgivere er Oppland Fylkes Elektrisitetsverk, Oppland fylkeskommune, Randsfjordborbundet og Statens forurensningstilsyn.

Ved siden av en kort sammenstilling av resultatene for 1979 omhandler denne rapporten strøm- og spredningsstudier i sørenden og nordenden av Randsfjorden. Denne delen er i sin helhet gjennomført av cand.real. Torulv Tjomsland.

Oslo 2. juli 1980


Bjørn Faafeng

INNHALDSFORTEGNELSE

	Side:
<i>Kort sammendrag av resultatene fra 1979</i>	5
1. INNLEDNING	7
2. SAMMENDRAG OG KONKLUSJONER	9
2.1 Randsfjorden ved Jevnaker	9
2.2 Randsfjorden nord for Land sag	10
3. STRØM- OG SPREDNINGSFORHOLD VED UTLØPET AV RANDSFJORDEN	12
3.1 Innledning	12
3.2 Strøm	12
3.3 Spredning	17
3.4 Diskusjon	17
4. STRØM OG TEMPERATUR I RANDSFJORDEN NORD FOR LAND SAG	22
4.1 Innledning	22
4.2 Simulering av strøm	25
4.3 Elvevannets blanding med innsjøvannet - temperatur	34
4.4 Diskusjon	39
5. REFERANSER	41
VEDLEGG	

FIGURFORTEGNELSE

Figur

1. Algekonsentrasjon i Mjøsa, Tyrifjorden og Randsfjorden 1979	6
1.1 Dybdekart over Randsfjorden	8
3.1-1 Dybdekart over sørenden av Randsfjorden	13
3.2-1 Simulert strøm - vind mot sør, 5 m/s	14
3.2-2 Simulert strøm - vind mot nord, 5 m/s	15
3.2-3 Simulert strøm - vindstille	16
3.3-1 Simulert spredning av koliforme bakterier (tarmbakterier) med vind mot sør, 5 m/s	18
3.3-2 Simulert spredning av koliforme bakterer. Vind mot nord, 5 m/s	19

Figurfortegnelse

Side:

3.3-3	Simulert spredning av koliforme bakterier. Vindstille	20
4.1-1	Dybdekart over Randsfjorden nord for Land Sag	23
4.1-2	Medianvannføring i Etna ved Randsfjorden (Kolbjørnhus) før og etter regulering	24
4.1-3	Median vannstand i Randsfjorden før og etter regulering	24
4.2-1	Simulert strøm i uke 40. Vindstille, uregulert vannføring	27
4.2-2	Simulert strøm i uke 40. Vindstille, regulert vannføring	28
4.2-3	Simulert strøm i uke 17. Vindstille, uregulert vannføring	29
4.2-4	Simulert strøm i uke 17. Vindstille, regulert vannføring	30
4.2-5	Simulert strøm i uke 40 Vind mot nordvest på 5 m/s, uregulert vannføring	31
4.2-6	Simulert strøm i uke 40. Vind mot øst på 5 m/s, uregulert vannføring	32
4.2-7	Simulert strøm i uke 17. Vind mot øst på 5 m/s, uregulert vannføring	33
4.3-1	Tilløpsvannets innblanding i Randsfjorden i løpet av ett døgn i uke 17. Vindstille, uregulert vannføring	35
4.3-2	Tilløpsvannets innblanding i Randsfjorden i løpet av ett døgn i uke 17. Vindstille, regulert vannføring	36
4.3-3	Tilløpsvannets innblanding i Randsfjorden I løpet av 2 døgn i uke 40. Vindstille, uregulert vannføring	37
4.3-4	Tilløpsvannets innblanding i Randsfjorden i løpet av 2 døgn i uke 40. Vindstille, regulert vannføring	38

Kort sammendrag av resultatene fra 1979

Resultatene fra undersøkelser i Randsfjorden 1979 avviker ikke vesentlig fra tilsvarende undersøkelser i 1978. (Årsrapport for undersøkelser i Randsfjorden 1978, NIVA O-78014). Dette gjelder tilførsler av gjødselstoffene fosfor og nitrogen og konsentrasjonen av disse i innsjøen samt mengde og artssammensetning av plante- og dyreplankton i vannmassene. Dette vil bli diskutert grundigere i en hovedrapport for perioden 1978-80. Her skal bare noen av de viktigste resultatene for 1979 nevnes. Vekstsesongen i 1979 var på samme måte som året før ikke særlig gunstig for oppblomstring av planteplankton, med unntak av en varm periode i mai/juni. I denne perioden viste også planteplanktonet markert høyere verdier enn året før. Dette viser at klimaet har stor betydning og indikerer at vannmassene kan underholde større konsentrasjoner i somre med vedvarende varmt, stille vær.

Den mer næringskrevende blågrønnalgen *Oscillatoria agardhii* viste en svak økende tendens fra 1978 til 1979 og vil kunne utgjøre en trussel for vannkvaliteten dersom belastningen med fosfor og nitrogen øker.

Det må allikevel understrekes at konsentrasjonen av planteplankton i Randsfjorden fortsatt er betydelig lavere enn i Mjøsa (figur 1), og ligger på omlag samme nivå som i Tyrifjorden.

NIVA gjennomførte også i 1979 en vurdering av strøm- og temperaturforhold i områdene lengst nord og lengst sør i Randsfjorden, dels på bakgrunn av vår strømundersøkelse i 1978, dels ut fra NVE, hydrologiske avdelings målinger rapportert i 1979 (Vanntemperatur- og isforhold i Etna/Dokka-vassdraget og Randsfjorden). Våre resultater er gjengitt allerede i denne årsrapporten da de kan ha betydning som grunnlagsmateriale for bl.a. fiskeribiologenes vurderinger.

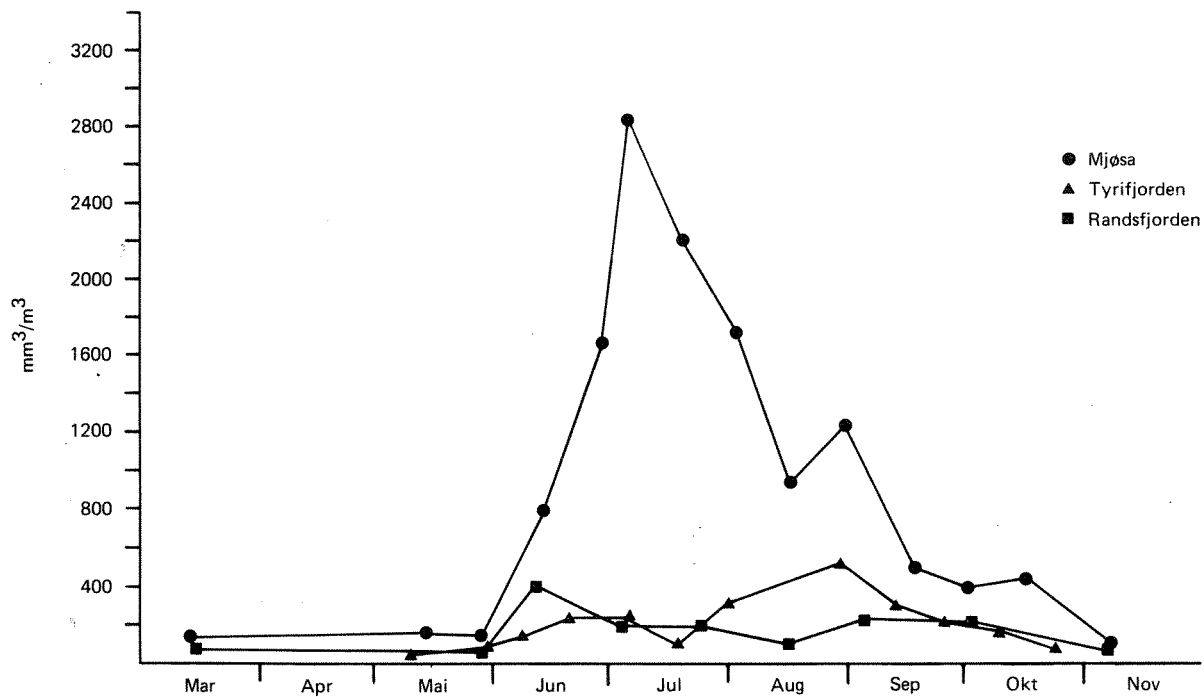


Fig. 1. Algekonentrasjon i Mjøsa, Tyrifjorden og Randsfjorden 1979. (Fra blandprøver 0–10m)

1. INNLEDNING

I den sørlige del var hensikten å studere spredningen av forurensninger som tilføres Randsfjorden ved Jevnaker (fig. 1.1).

I den nordlige del var formålet å bestemme reguleringens innvirkning på strøm og vannutskiftning/temperatur i Randsfjorden (fig. 1.1).

For å løse disse problemstillingene ble det benyttet matematiske strøm- og spredningsmodeller. Modellene er beskrevet i vedlegg A og vedlegg B.

Modellene er tidligere anvendt for hele Randsfjorden (NIVA 1979). De simulerte strøm- og temperaturverdiene viste god overensstemmelse med registreringer i felt. Simuleringsresultatene som denne rapporten omhandler, ble ikke verifisert mot feltmålinger.

Dersom man ønsker en rask gjennomgang av rapporten, kan man lese kap. 2 Sammendrag og konklusjoner samt studere figurene.

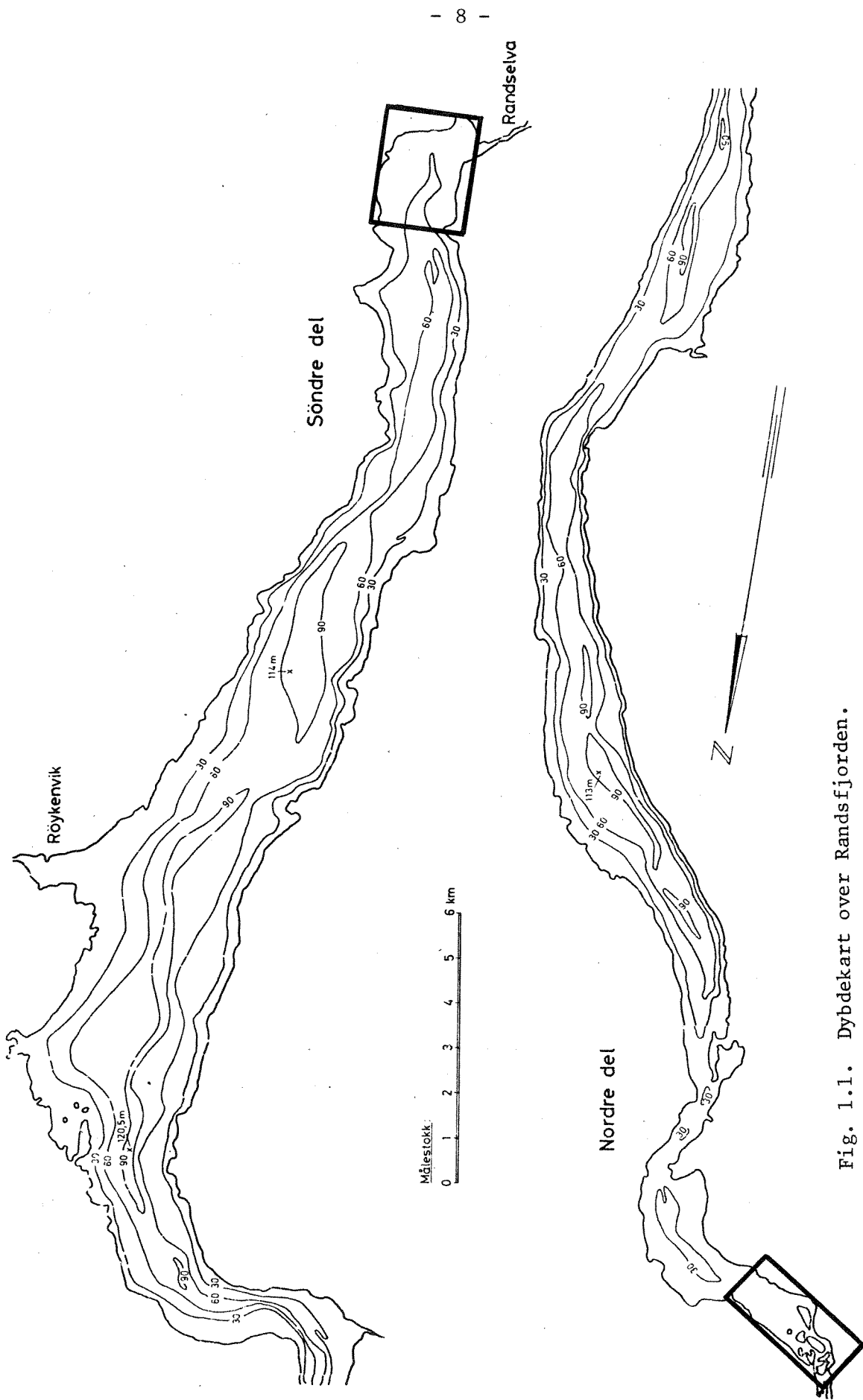


Fig. 1.1. Dybdekart over Randsfjorden.
 Avgrensning av undersøkelsesområdene.

2. SAMMENDRAG OG KONKLUSJONER

Rapporten omhandler strøm- og spredningsforhold i sørenden og nordenden av Randsfjorden. Resultatene er beregnet ved matematiske strøm- og spredningsmodeller.

2.1 Randsfjorden ved Jevnaker

Hensikten var å studere spredningsforløpet til forurensninger som tilføres Randsfjorden ved Jevnaker.

Et tenkt utslipp av termostabile koliforme bakterier (tarmbakterier) ble antatt å finne sted i overflaten ved Jevnaker ved karakteristiske vindforhold.

Ved vind mot sør var de høyeste konsentrasjonene nær overflaten langs land utover fjorden (mot NV). Forøvrig var verdiene under 1% av konsentrasjonene ved utslippstedet. Ved vanninntaket på vestsiden av fjorden syntes vannkvaliteten å bli tilfredsstillende.

Ved vind mot nord ble bakteriene spredd over et langt større område. Hovedmengden ble ført mot Randselva. Verdier på ca. 5% av konsentrasjonene ved utslippstedet fant sted på vestsiden av fjordavsnittet. Verdiene avtok betydelig med økende dybde.

Tilslutt ble spredningen simulert under vindstille forhold hvor kun gjennomstrømmingen fra elvene satte igang strømmene. Bakteriene ble spredd langs land mot utløpet. Hovedmengden ble blandet inn i de øverste 5 metrene.

Simuleringene tyder på at vannet ved Jevnaker kan være uegnet til bading ifølge kravet fra helsemyndighetene på 50 kolibakterier pr. 100 ml.

Det synes som om bakterieutslipp ved Jevnaker ikke eller i meget liten grad vil påvirke vannet ved vannverksinntaket. Dette på grunn av at strømforholdene vanligvis er gunstige, slik at bakteriene dør før de når fram til dette området.

Simuleringsresultatene er ikke verifisert mot feltmålinger.

2.2 Randsfjorden nord for Land sag

Hensikten var å vurdere endring i strøm og temperatur som følge av regulering av Dokka/Etna-vassdraget.

Den vestlige del av fjordavsnittet består av Etnas deltaområde. Ved høy vannstand er dybdene der sjelden over 4 m. Dybdene øker utover i fjorden til ca. 30 m.

Simuleringene ble utført for forhold omkring uke 17 (21.- 27. april) og uke 40 (29. sept.- 5 oktober). I uke 17 var den naturlige vannføringen via Etna høy ($58 \text{ m}^3/\text{s}$) og vannstanden i Randsfjorden lav (0,5 m). I uke 40 var forholdene motsatt ($25 \text{ m}^3/\text{s}$ og 3,0 m). Tilløpet via kraftverket ble satt lik $12 \text{ m}^3/\text{s}$.

Strømmene i deltaområdet var sterkt avhengig av tilløpsvannføringen i Etna. Hastigheter på noen dm/s var vanlig. De høyeste verdiene fant sted i uke 17. Utover i fjorden var hastigheter fra 2 cm/s til noen få mm/s vanlig under vindstille forhold. Ved vindstyrke på ca. 5 m/s var hastighetene i deltaområdet i samme størrelse som ved kun gjennomstrømming. Forøvrig var verdier mellom 10-20 cm/s vanlig.

Reguleringen førte til økte strømhastigheter nær kraftverksutslippet. Virkningen var størst ved lav vannstand i uke 17. Forøvrig var forskjellene små.

I deltaområdet var vannet/vanntemperaturen sterkt preget av tilløpsvannføringene. Virkningen avtok sterkt utover i fjorden. Reguleringen hadde stor betydning for vannutskiftningen og vanntemperatur nær kraftverksutslippet. Temperaturen ble der lavere. Forøvrig syntes reduksjonen sjelden å bli større enn noen tiendedels $^{\circ}\text{C}$. Virkningen avtok utover i fjorden.

Reguleringseffektene vil kunne bli større i ekstreme flomperioder. Tilførselsverdiene kan da være opptil det 5-dobbelte av hva som ble benyttet ved simuleringene.

Om sommeren er det sjelden helt vindstille. Vinden setter igang vertikale strømmer som blander det kalde bunnvannet med det varmere vannet i overflaten. Dermed reduseres effekten av tilløpsvannet og følgelig også reguleringens betydning i forhold til simuleringsresultatene.

Det synes som om tilløpsvannføringene er bestemmende for strømforløp og temperatur i deltaområdet. Virkningen avtar sterkt utover i fjorden. Reguleringen har stor betydning for vannutskiftning og temperatur nær kraftverksutslippet. Forøvrig synes virkningene å være små.

3. STRØM- OG SPREDNINGSFORHOLD VED UTLØPET AV RANDSFJORDEN

3.1 Innledning

Størstedelen av de forurensningene som tilføres Randsfjordens sørligste del kommer fra området ved Jevnaker (NIVA 1979). Hensikten var å studere spredningsforløpet til disse tilførslene. Det var av særlig interesse å vurdere hvordan vannkvaliteten ved vannverksinntaket på vestsiden av innsjøen kunne forventes å bli (fig. 3.1-1).

3.2 Strøm

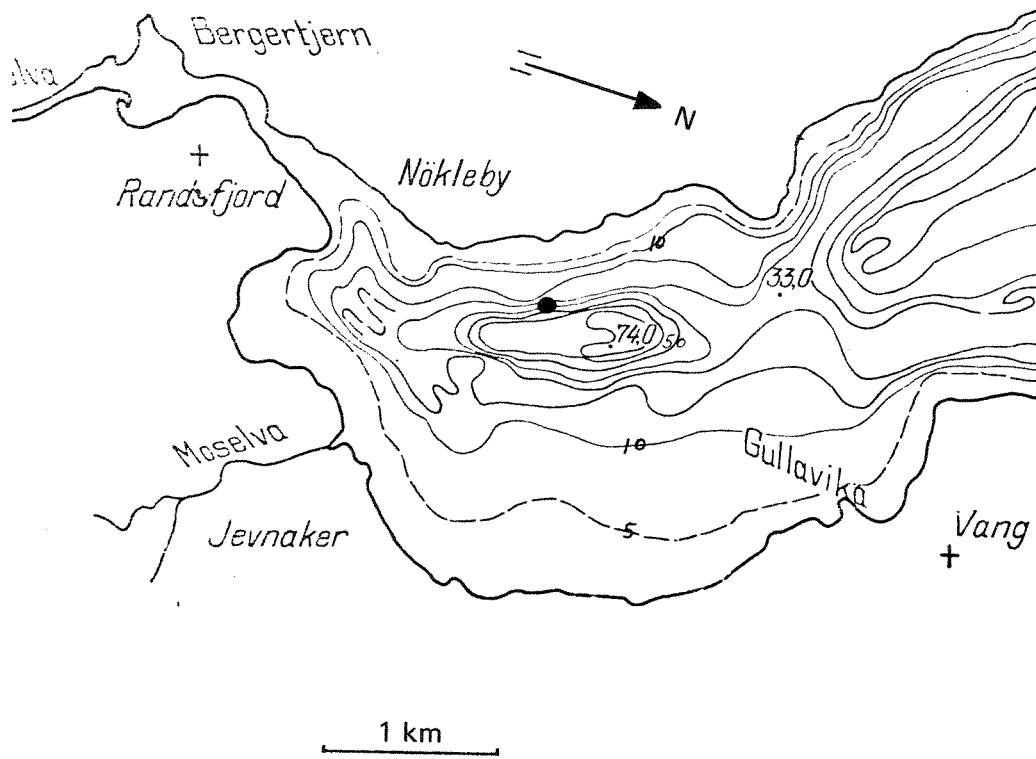
Strøm- og spredningsforhold ble simulert ved hjelp av matematiske modeller. Beregningene ble utført for vind mot nord, mot sør samt under vindstille forhold (gjennomstrømning).

Fig. 3.2-1 viser strømforholdene som følge av vind mot sør på 5 m/s 10 m over vannflaten. Utløpsvannføringen via Randselva var $50 \text{ m}^3/\text{s}$. (Strømmen er rettet fra sirkelen).

I de sentrale delene av sjøen strømmet vannet sørover.

Hovedstrømmen bøyde av langs den sørøstlige bredden og fortsatte utover fjorden. Karakteristiske hastigheter var under 10 cm/s. Ved utløpet var det tendens til virveldannelse. Mellom 5 og 15 m strømmet vannet overoverveiende utover fjorden. I de dypere sjiktene var bevegelsen hovedsakelig rettet mot utløpet. Hastigheter under 5 cm/s var dominerende.

Fig. 3.2-3 viser det simulerte strømningsmønsteret under vindstille forhold. Utløpsvannføringen var som før på $50 \text{ m}^3/\text{s}$. (Merk at strømvektorene er 5 ganger forstørret i forhold til de foregående figurene.) I de to øverste sjiktene strømmet vannet mot utløpet. Karakteristiske hastigheter var under 1 cm/s (fig. 3.2-3). I de dypere liggende sjiktene var vannmassene omtrent i ro.



● Vannverksinntak

Fig. 3.1-1. Dybdekart over sørenden av Randsfjorden.

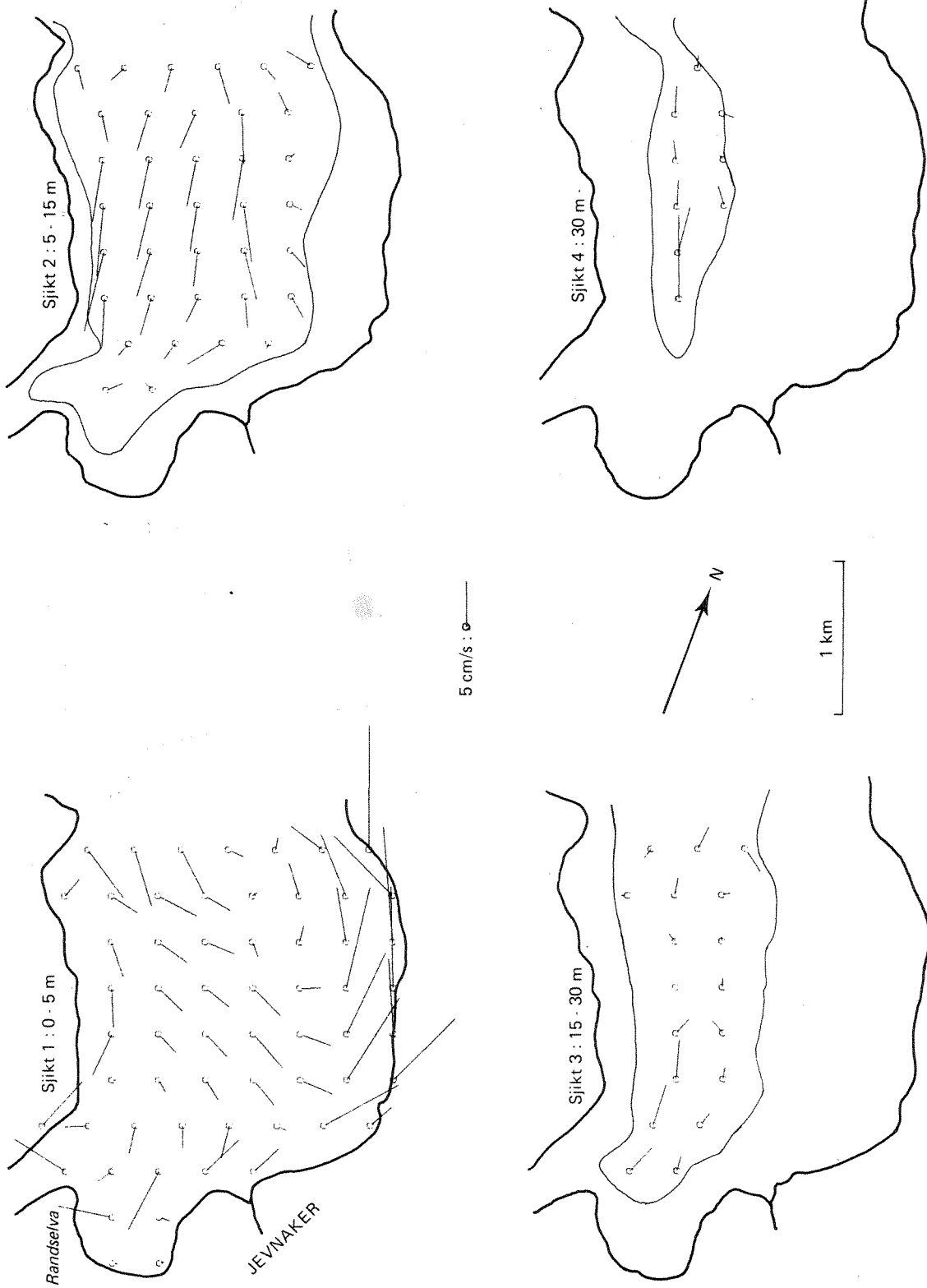


Fig. 3.2-1. Simulert strøm - vind mot sør, 5 m/s.

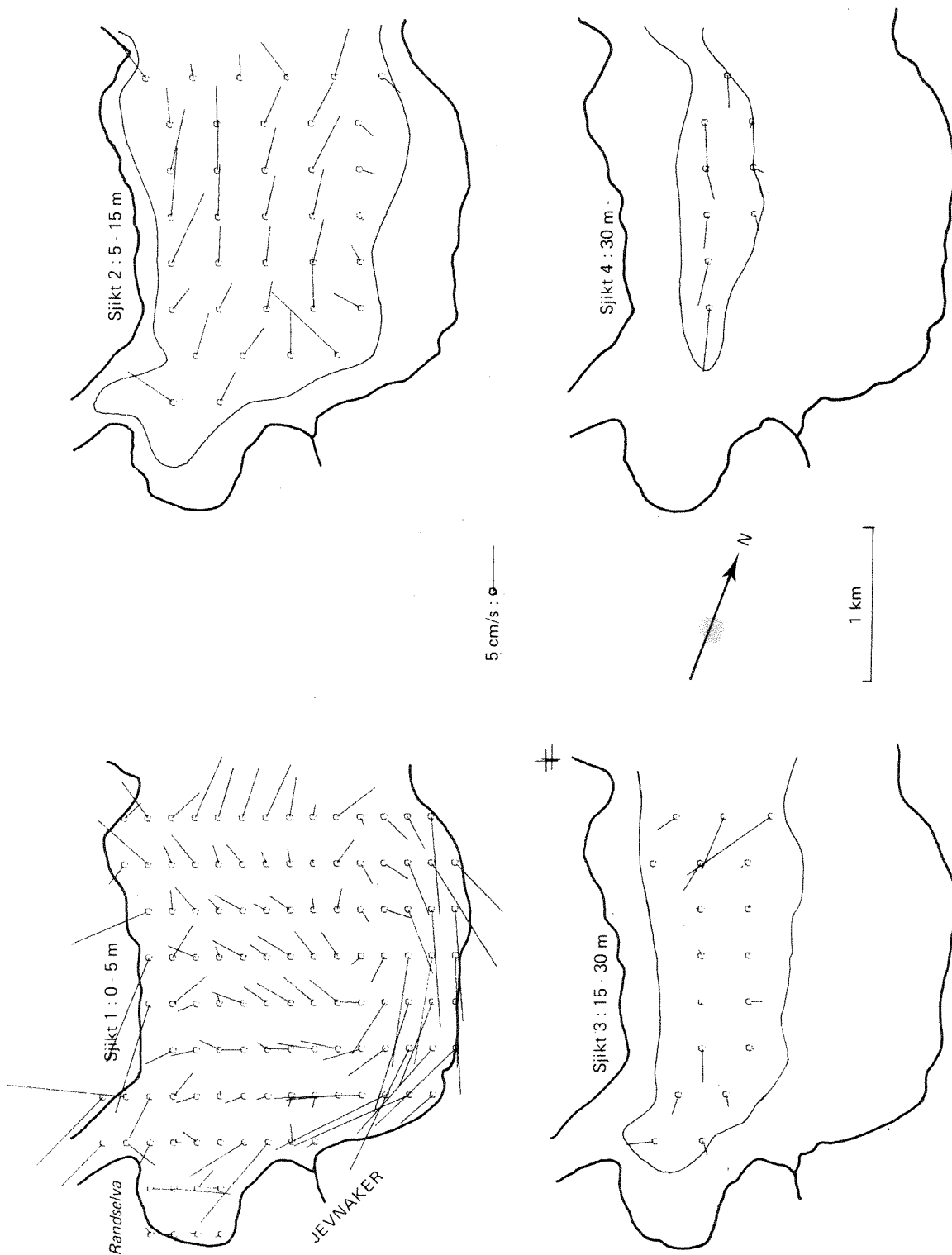


Fig. 3.2-2. Simulert strømm - vind mot nord, 5 m/s.

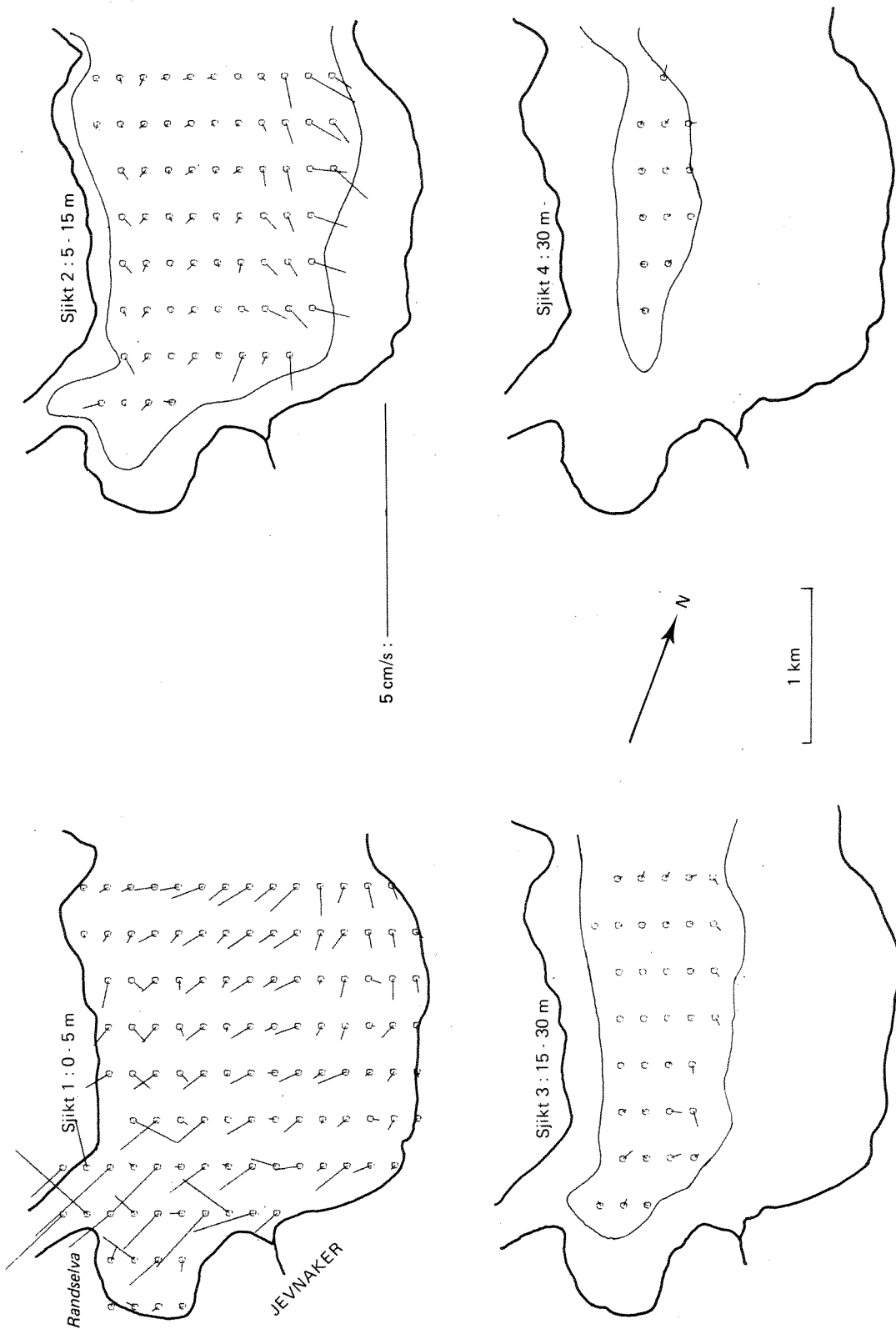


Fig. 3.2-3. Simulert strøm - vindstille.

3.3 Spredning

Som sporstoff for spredningsberegningene har vi tenkt oss termostabile koliforme bakterier (tarmbakterier). Et kontinuerlig utslipp på 1 million bakt./s ble antatt å finne sted i overflaten ved Jevnaker.

Vinden ble antatt å blåse mot sør. Strømningsmønsteret var som vist på fig. 3.2-1. I følge simuleringen ble konsentrasjonsfordelingen som vist på fig. 3.3-1. De høyeste konsentrasjonene (over 100 koli.bakt./100 ml) fant sted i overflaten fra utslippstedet og langs bredden utover i fjorden (mot NV). Verdier over 10 bakt./100 ml kunne spores til ca. 1 km fra land. Forøvrig var verdiene under 1% av konsentrasjonene nær utslippstedet.

Vinden ble deretter antatt å blåse mot nord. Strømningsmønsteret er vist på fig. 3.2-2. Stoffet ble nå spredd over en langt større del av sjøen. (fig. 3.3-2). Verdier over 100 bakt./100 ml fant sted i overflaten fra utslippstedet og mot utløpet. Verdier på nær 5% av konsentrasjonene nær utslippstedet fant sted i de motsatte delene av fjordavsnittet. Verdiene avtok med økende dybde.

Konsentrasjonsfordelingen under vindstille forhold (fig. 3.2-3) er vist på fig. 3.3-3. Stoffet ble spredd langs land mot utløpet. Hovedmengden ble blandet inn i de øverste 5 metrene. Verdier over 1 bakt./100 ml fant ikke sted i de to dypestliggende sjiktene.

3.4 Diskusjon

De matematiske modellene gir kun tilnærmede løsninger av virkeligheten. Modellberegningene er ikke verifisert mot feltmålinger nær utløpet av Randsfjorden. Ved bruk av simuleringsresultatene må man følgelig ta hensyn til en viss usikkerhet.

Ved tidligere bruk av strømningsmodellen på hele Randsfjorden viste imidlertid beregnede og målte verdier god overensstemmelse i de sentrale deler av Randsfjorden (NIVA 1979).

Koliforme bakterier stammer fra tarmene til mennesker og dyr. Tilførslene av disse bakteriene ble anslått uten registrering i felt.

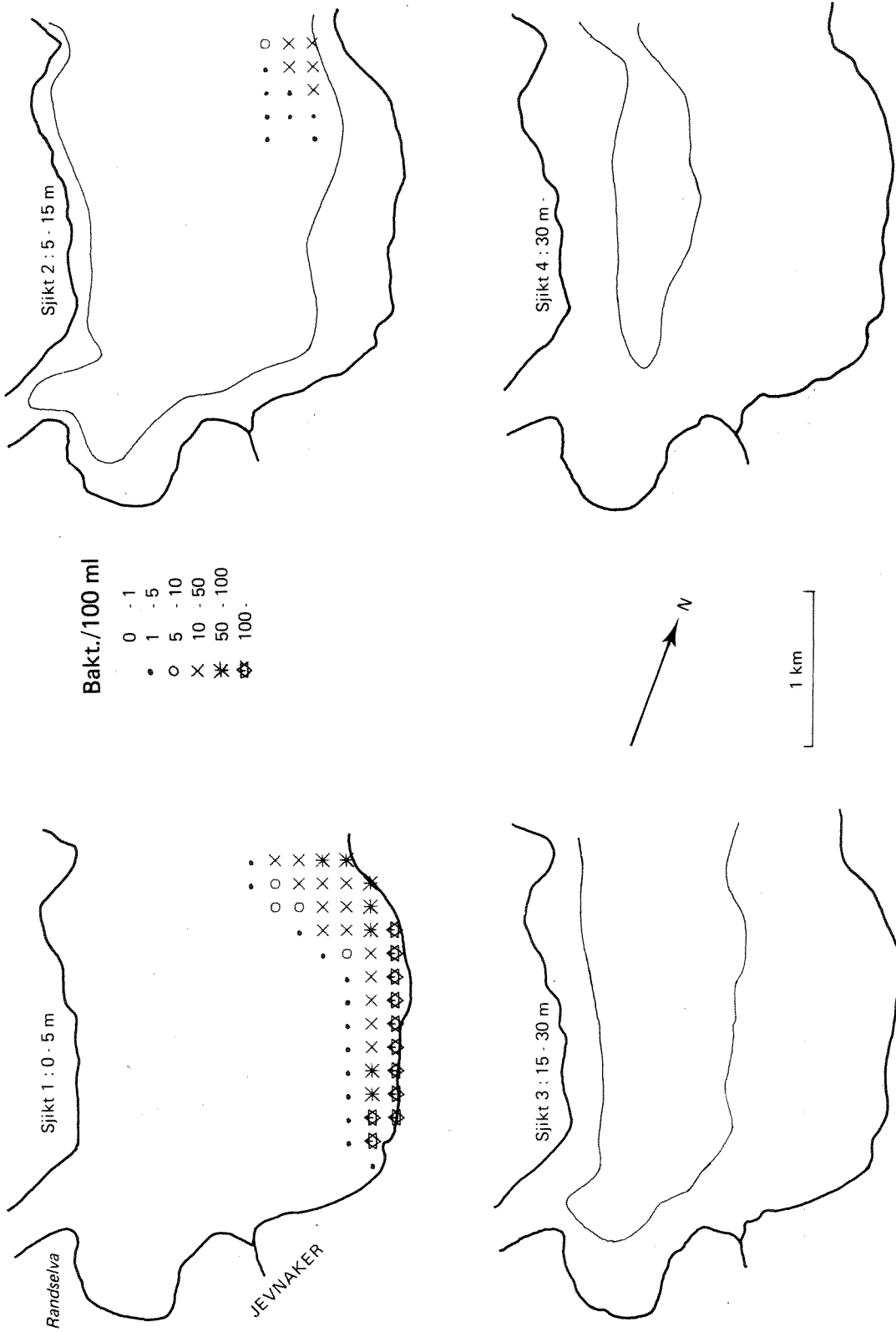


Fig. 3.3-1. Simulert spredning av koliforme bakterier (tarmbakterier) med vind mot sør, 5 m/s.

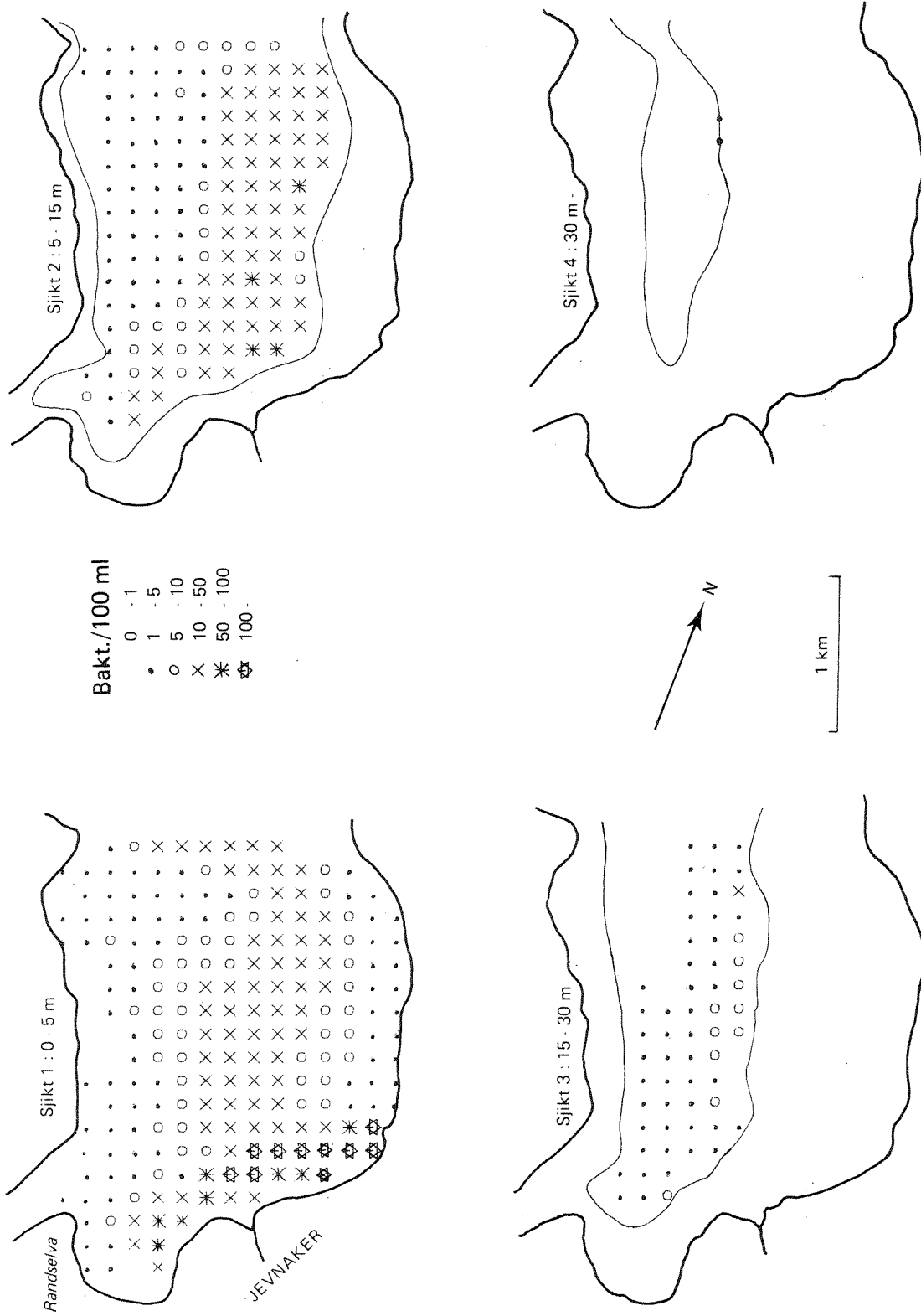


Fig. 3.3-2. Simulert spredning av koliforme bakterier.
Vind mot nord, 5 m/s.

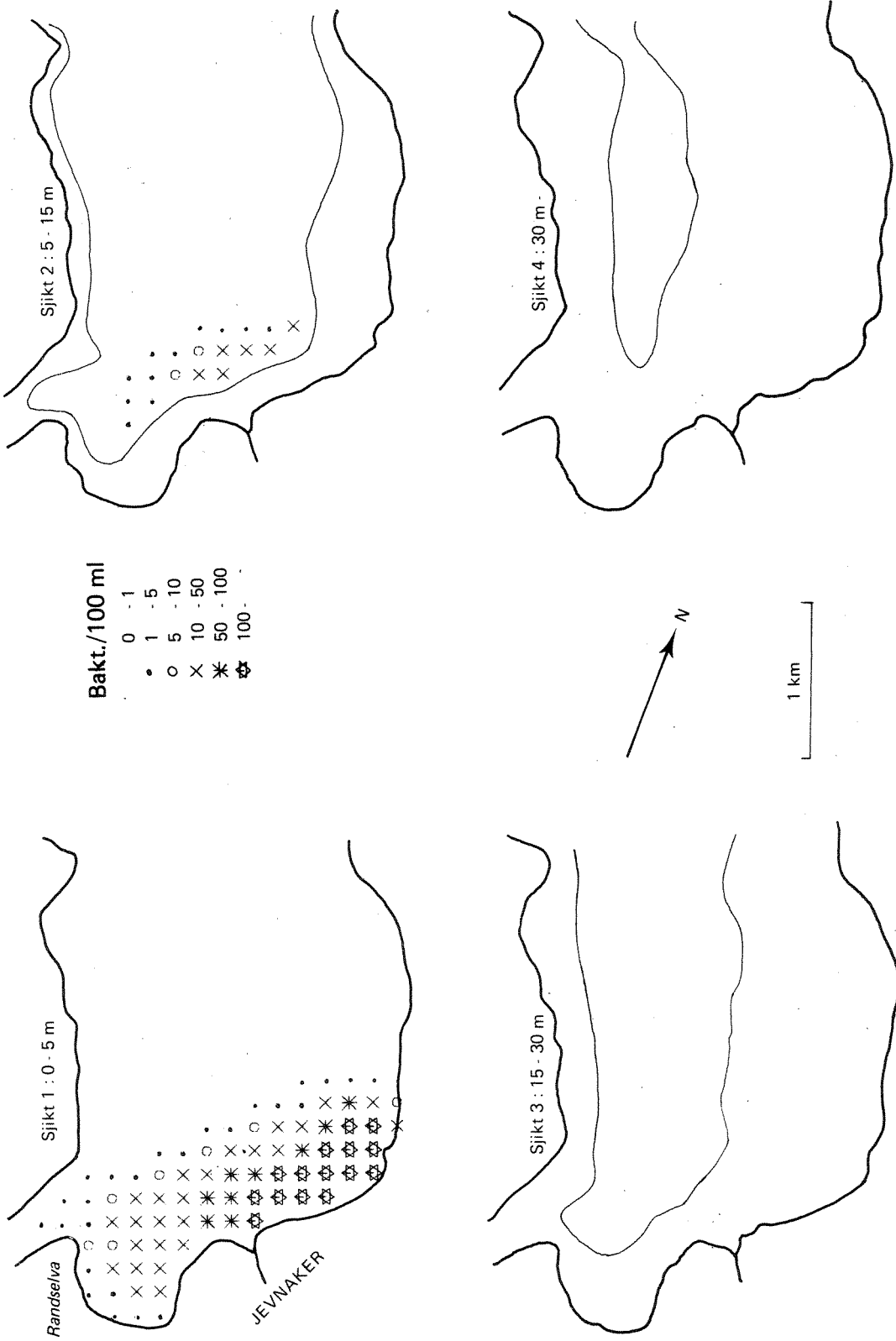


Fig. 3.3-3. Simulert spredning av koliforme bakterier. Vindstille.

Konsentrasjonene bør derfor ikke betraktes som absolutte verdier. I tolkingen bør det legges vekt på å vurdere forholdet mellom verdiene i de ulike delene av sjøen. De anslåtte bakterietilførslene var ment å være nær den øvre grense for hva som kan forventes å finne sted ved Jevnaker.

Gjennomstrømmingssituasjonen er representativ for den største delen av året. Dvs. i vindstille vær, ved meget svak vind, samt under islagte forhold. De mest hyppig forekommende vindretningene ble benyttet (NIVA 1979). Vindstyrken som ble anslått var høyere enn hva som normalt kan forventes å finne sted i området (NIVA 1979), dvs. at simuleringene representerer en situasjon hvor de tilførte bakteriene ble spredd lenger vekk fra utslippstedet enn hva som vanligvis vil forekomme.

Resultatene tyder på at vannet ved Jevnaker kan være uegnet til bading. Kravet ifølge helsemyndighetene er under 50 termostabile koliforme bakterier pr. 100 ml. På grunn av manglende feltobservasjoner kan vi ikke uttale oss med sikkerhet om dette, men kun antyde muligheten.

I følge helsemyndighetene skal det ikke være termostabile koliforme bakterier i drikkevann. I følge simuleringene ligger vannverksinntaket gunstig plassert i forhold til forurensningskildene. Dette på grunn av at bakteriene normalt dør før de blir transportert til det aktuelle området.

Spesielle vindsituasjoner, indre bølger, spesielt store tilførsler m.m. kan eventuelt føre til uønskede bakteriekonsentrasjoner også ved vanninntaket.

4. STRØM OG TEMPERATUR I RANDSFJORDEN NORD FOR LAND SAG

4.1 Innledning

Hensikten var å vurdere endring i strømforholdene som følge av reguleringen av Dokka/Etna. Reguleringseffektene ble studert for Dokka kraftverk alternativ D 1.

Etnas deltaområde preger den nordvestligste delen av fjorden (fig. 4.1-1). Ved høyeste regulerede vannstand (HRV) er dybdene der hovedsakelig under 4 m. I de ytre delene av fjorden øker dybdene til nær 30 m. Lavvannstand i Randsfjorden er 2,5 - 3 m lavere enn på det tidspunktet dybdekartet ble tegnet. Med unntak av hovedløpene blir størstedelen av den vestligste halvdel da tørrlagt.

Reguleringen vil føre til reduserte vannføringer ved Etnas utløp i Randsfjorden (fig. 4.1-2) i omtrent hele året. En karakteristisk verdi for avløpet gjennom Dokka kraftverk vil bli ca. $12 \text{ m}^3/\text{s}$. Randsfjorden fylles vanligvis opp til ca. HRV = 3,0 m i løpet av snøsmelteperioden (fig. 4.1-3). Denne vannstanden holder seg overveiende konstant til ut november. Deretter avtar vannstanden med omtrent 2,5 - 3 m i løpet av vinteren.

Regulering forventes å gi ca. 0,5 m lavere vannstand om vinteren. Forøvrig blir forskjellene små.

Simuleringene ble utført for karakteristiske forhold i uke 17 (21.-27. april) og uke 40 (29. sept - 5. okt.). I uke 23 er snøsmelteflommen i startfasen (fig. 4.1-2). Vannstanden i Randsfjorden er lav. I uke 40 er det relativt liten vannføring i Etna. Vannstanden i Randsfjorden er lik HRV.

I perioden 1961-1975 ble det foretatt vindregistreringer ved Randsfjorden ca. 2 km øst for fjordavsnittet på fig. 4.1-1. Den hyppigst forekommende vindretningen var mot øst og østnordøst. Dernest var vind mot nordvest mest vanlig.

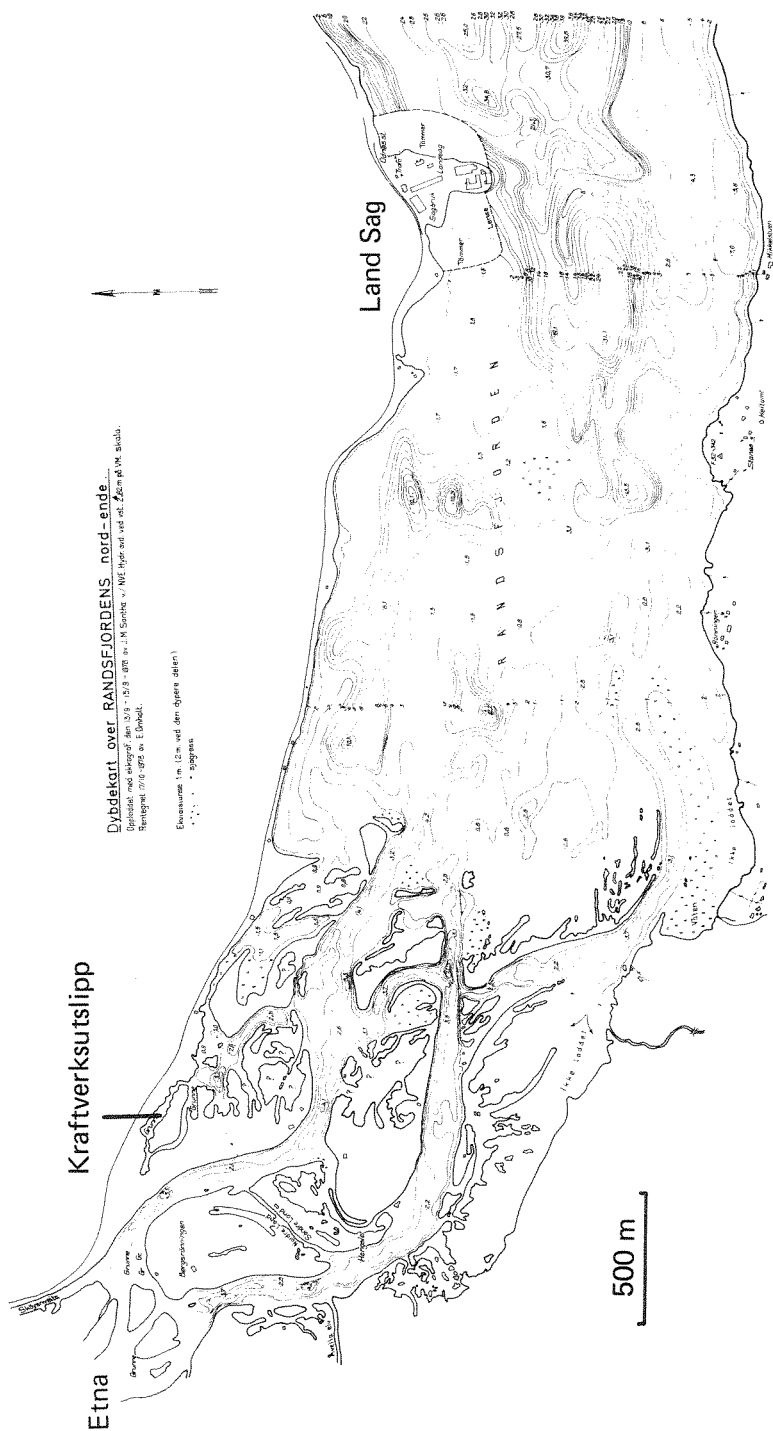


Fig. 4.1-1. Dybdekart over Randsfjorden nord for Land Sag.

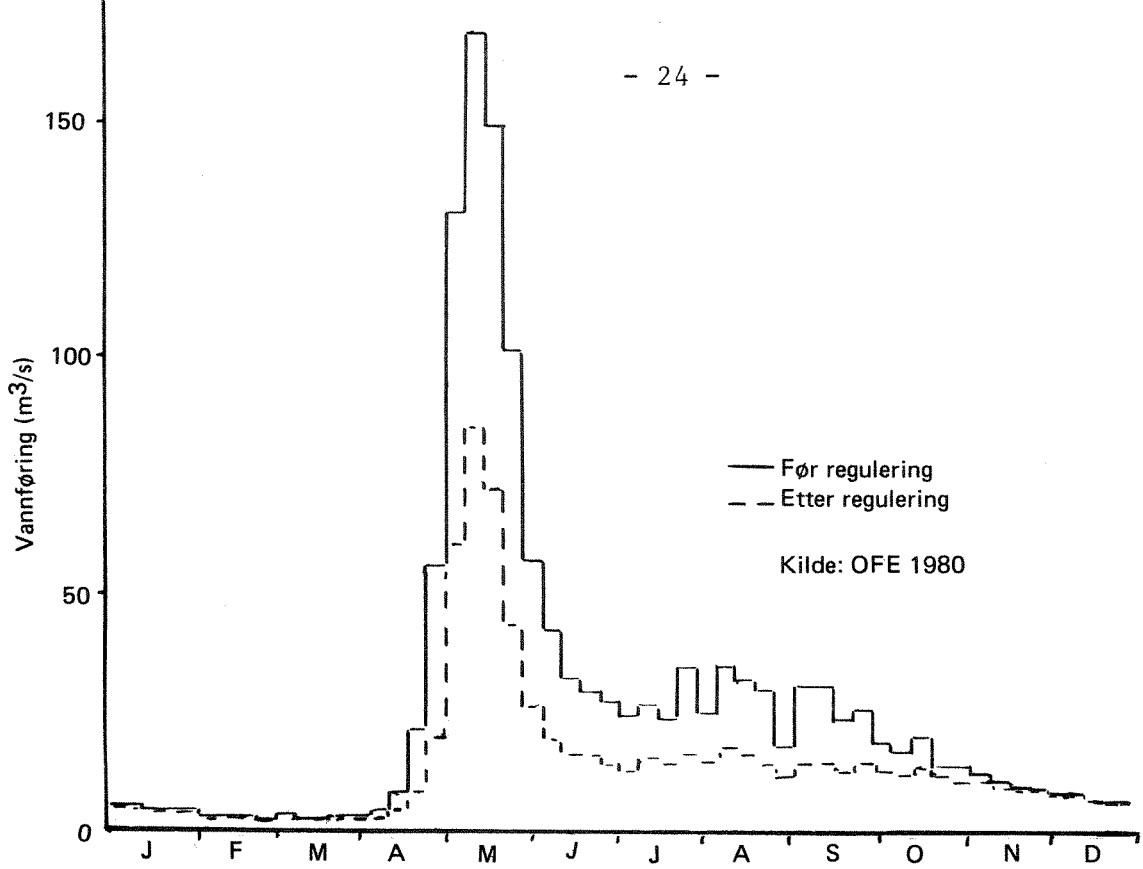


Fig. 4.1-2. Medianvannføring i Etna ved Randsfjorden (Kolbjørnhus) før og etter regulering.

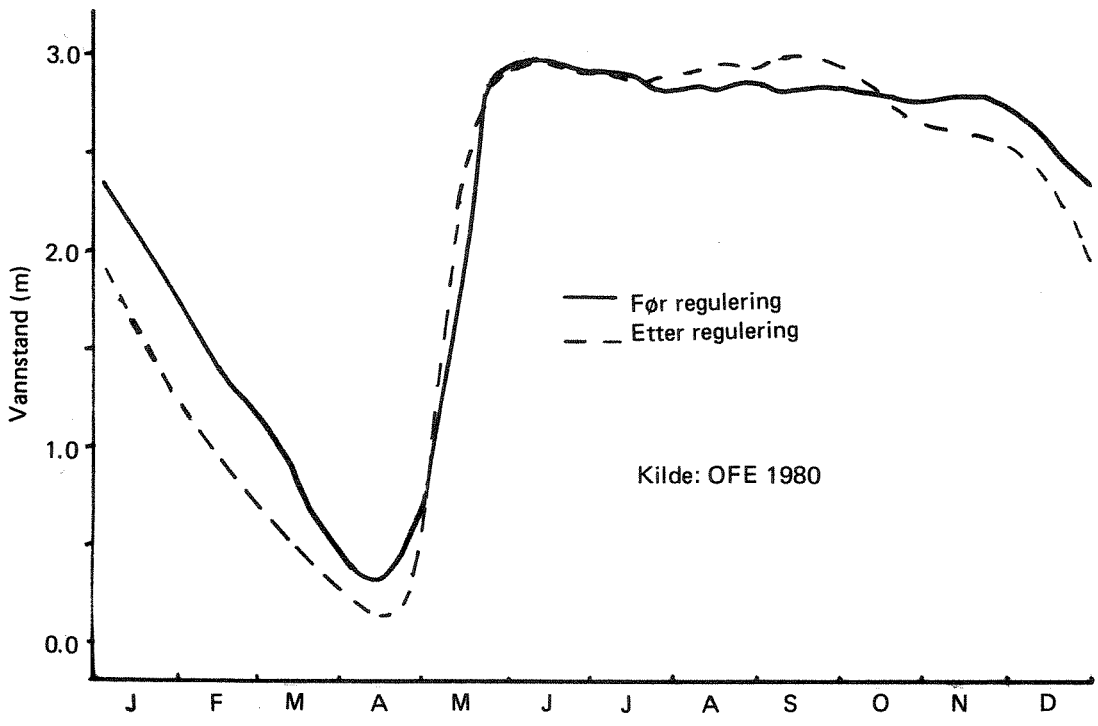


Fig. 4.1-3. Median vannstand i Randsfjorden (VM 435) før og etter regulering.

Hastigheter under 1,5 m/s fant sted i ca. 50% av tiden. Verdier under 3 m/s og 5 m/s inntraff i henholdsvis ca. 75% og ca. 85% av tiden.

Det ble lagt vekt på å undersøke hvordan de uregulerte og regulerte vannføringerne påvirket strømforholdene både med og uten vind.

Vannføringsdata m.m. ble oppgitt av Oppland fylkes elektrisitetsverk. Data om vanntemperatur i Randsfjorden og i elvene ble mottatt av NVE/Is-kontoret. Vindobservasjonene er utført av Det norske meteorologiske institutt.

4.2 Simulering av strøm

Fjordavsnittet ble delt inn i celler. I horisontalplanet var cellesidene 100 m . 100 m. I vertikal retning var det følgende sjiktinndeling: 1-2 m, 2-3 m, 3-4 m, 4 m - bunn.

I uke 40 er vanntemperaturen i fjordavsnittet ifølge observasjoner (NVE 1980) nær konstante fra overflaten til bunnen. Ved simuleringenes start ble følgende verdier benyttet for de 4 sjiktene: 10,7°C - 10,6°C - 10,5°C og 10,4°C. Vannstanden i Randsfjorden ved VM 435 var 3,0 m (= HRV).

I uke 17 ble temperaturen antatt å være 4°C i hele fjordavsnittet. Vannstanden var da 0,5 m på VM 435.

Tilløpet via Etna ble antatt å være lik medianvannføringen i de aktuelle periodene.

Fig. 4.2-1 viser det simulerte strømningsmønsteret i uke 40 som følge av en uregulert vannføring i Etna på 25 m³/s. I de smale og grunne innsjøpartiene nær utløpet av Etna var hastighetene ofte høyere enn 10 cm/s. Forøvrig var verdier fra 2 cm/s til noen få mm/s vanlig. Hovedstrømmen beveget seg mot den sørligste delen av fjorden.

De regulerte vannføringene i uke 40 ble anslått til 13 m³/s i Etna og 12 m³/s fra Dokka kraftverk. Fig. 4.2-2 viser det tilhørende simulerte strømningsmønsteret. Strømhastighetene i sundene ved utløpet av Etna var

sjelden over 3 cm/s. Dvs. langt lavere enn i det uregulerte tilfelle. Nær utløpet fra kraftverket var verdier mellom 3-5 cm/s vanlig. Ved uregulerte forhold var vannet omtrent stillestående der. Hovedstrømmen beveget seg i den nordlige del av fjorden, dvs. på motsatt side i forhold til uregulert tilstand. I den "dype" østligste del av fjordavsnittet var det vertikale hastigheter på noen tiendedels mm/s. Forøvrig hadde de vertikale bevegelsene liten betydning for den totale vannstransport i området.

Fig. 4.2-3 viser de simulerte strømforholdene i uke 17 med en uregulert vannføring på $58 \text{ m}^3/\text{s}$. På grunn av den lave vannstanden (0,5 m) og høye vannføringen var strømhastighetene i spesielt de vestlige og sørligste delene mye høyere enn i uke 40. Hastigheter på noen dm/s var vanlig. Forøvrig var verdiene i samme størrelsesorden som i uke 40.

Vi antok at en regulering i uke 17 medførte at tilløpet til Randsfjorden via Etna og gjennom Dokka kraftverk ble på henholdsvis $25 \text{ m}^3/\text{s}$ og $12 \text{ m}^3/\text{s}$. I deltaområdets sørlige løp ble hastighetene redusert til under 20 cm/s (fig. 4.2-4). Høye verdier fant sted nær kraftverksutslippet. Forøvrig syntes avvikene på grunn av reguleringen å være små.

Vinden ble antatt å blåse mot nordvest med 5 m/s 10 m over vannflaten. Fig. 4.2-5 viser resultatene for uregulert tilstand i uke 40. Øst for deltaområdet ble det i de øverste 2 metrene dannet en virvel. I sørlig del av fjorden beveget vannet seg vestover, mens en motsatt rettet strøm fant sted i nord. Hastigheter mellom 10 og 20 cm/s var vanlige. Forøvrig var bevegelsen overveiende rettet utover fjorden. I deltaområdet var hastighetene i samme størrelsesorden som under vindstille forhold. De vertikale strømmene dannet ikke noe enhetlig mønster. Bevegelsen var trolig meget avhengig av bunntopografien.

Vi antok så at vinden var rettet mot øst med 5 m/s 10 m over vannflaten. Forholdene forøvrig var uforandret (uregulert i uke 40). I de to øverste sjiktene strømmet vannet overveiende østover (fig. 4.2-4). Hastigheter på opptil 20 cm/s var vanlig. En vestoverrettet returstrøm fant sted i bunnsjiktene. Dominerende hastigheter var under 10 cm/s (fig. 4.2-6).

Vind mot øst på 5 m/s for uregulerte forhold i uke 17 ga større hastigheter i overflaten enn i uke 40 (fig. 4.2-7). Dette gjalt særlig i de

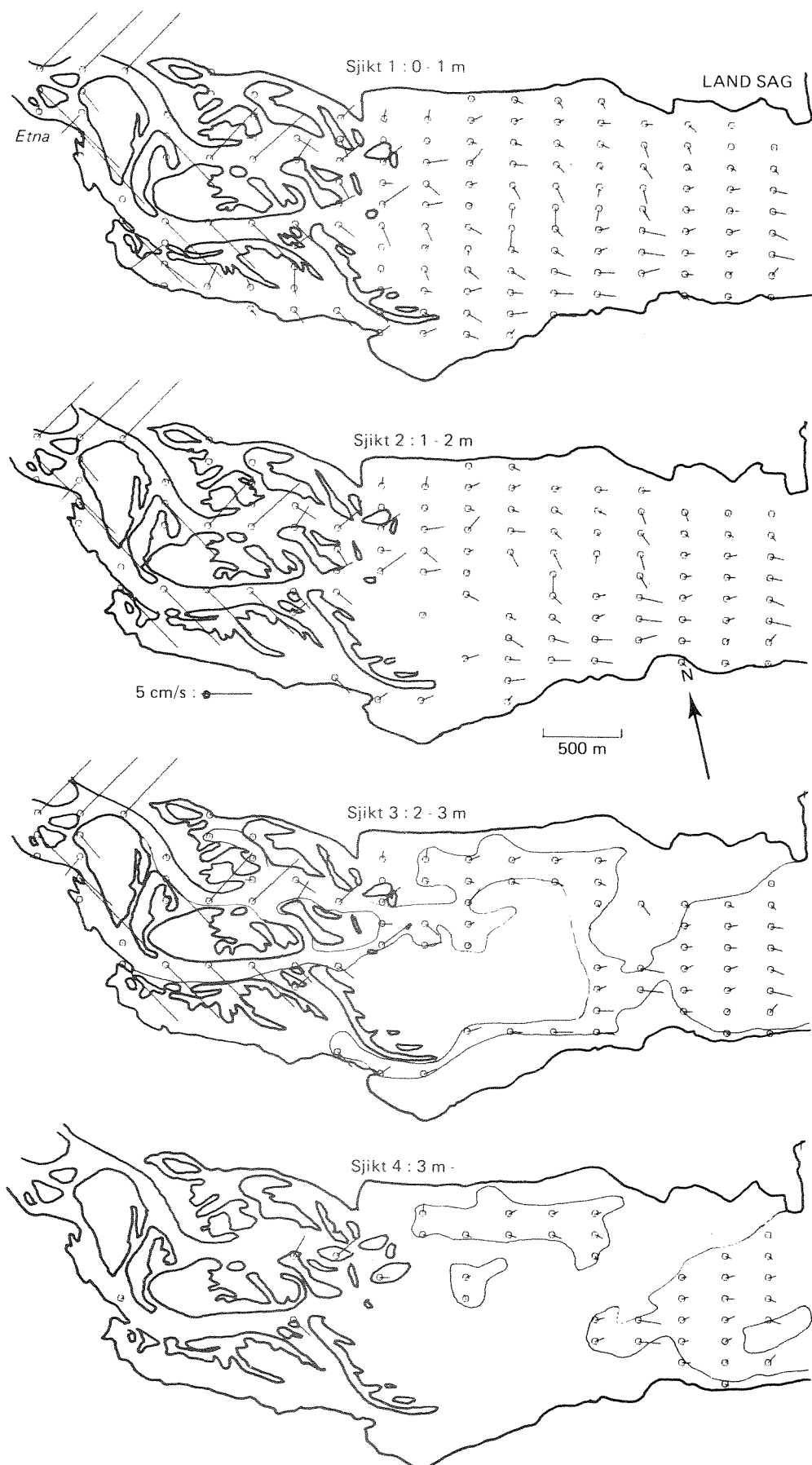


Fig. 4.2-1. Simulert strøm i uke 40.
Vindstille, uregulert vannføring.

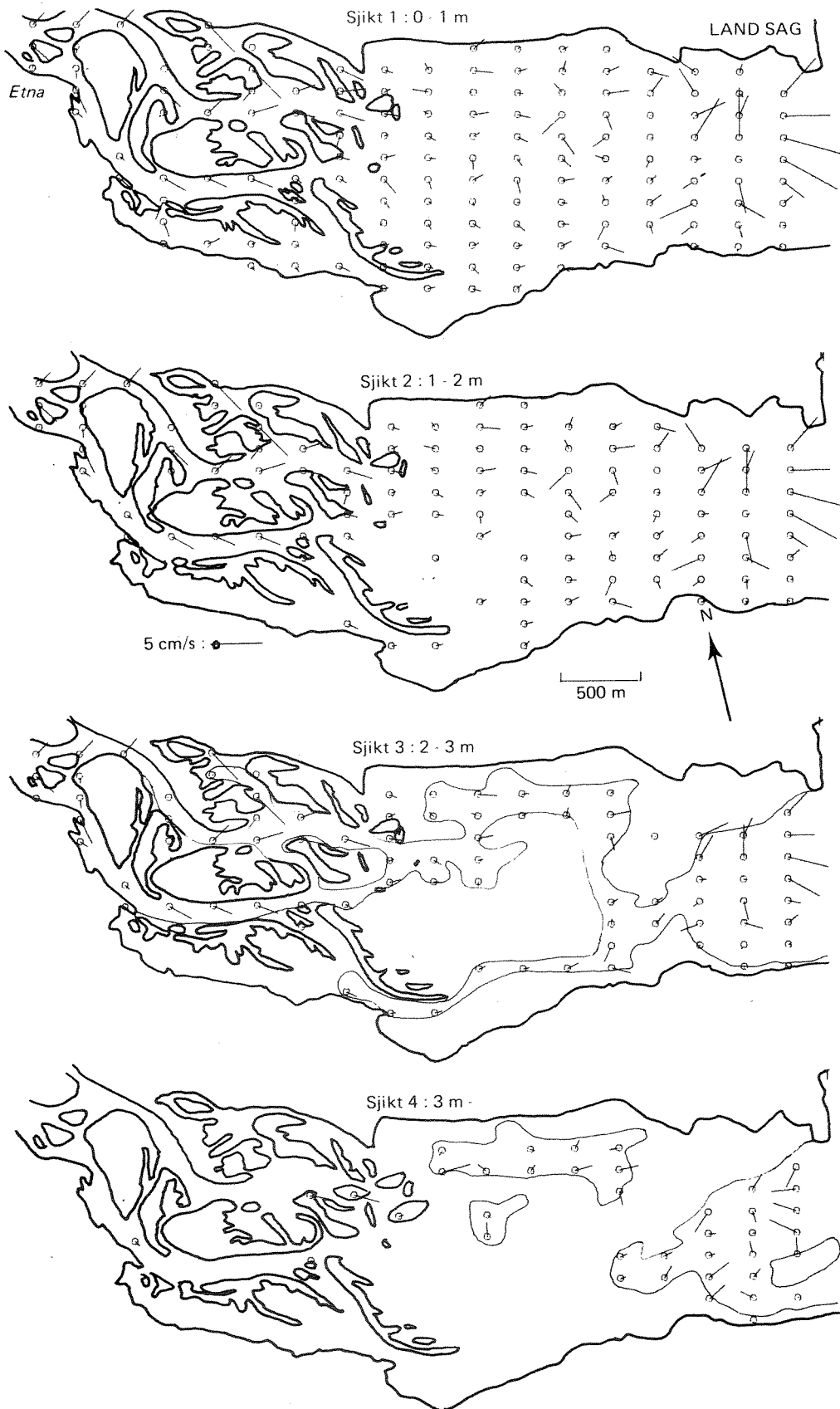


Fig. 4.2-2. Simulert strøm i uke 40.
Vindstille, regulert vannføring.

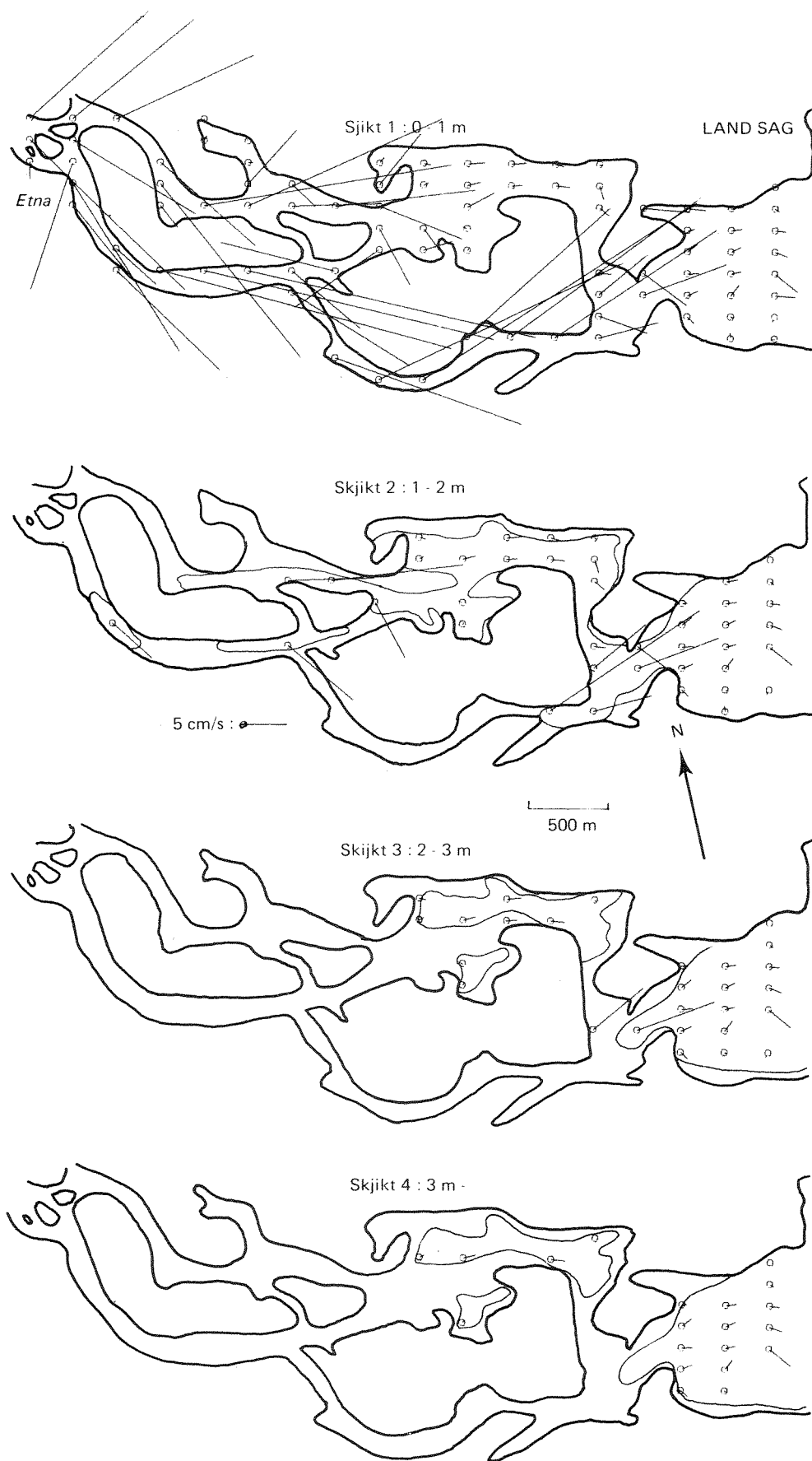


Fig. 4.2-3. Simulert strøm i uke 17.
Vindstille, uregulert vannføring.

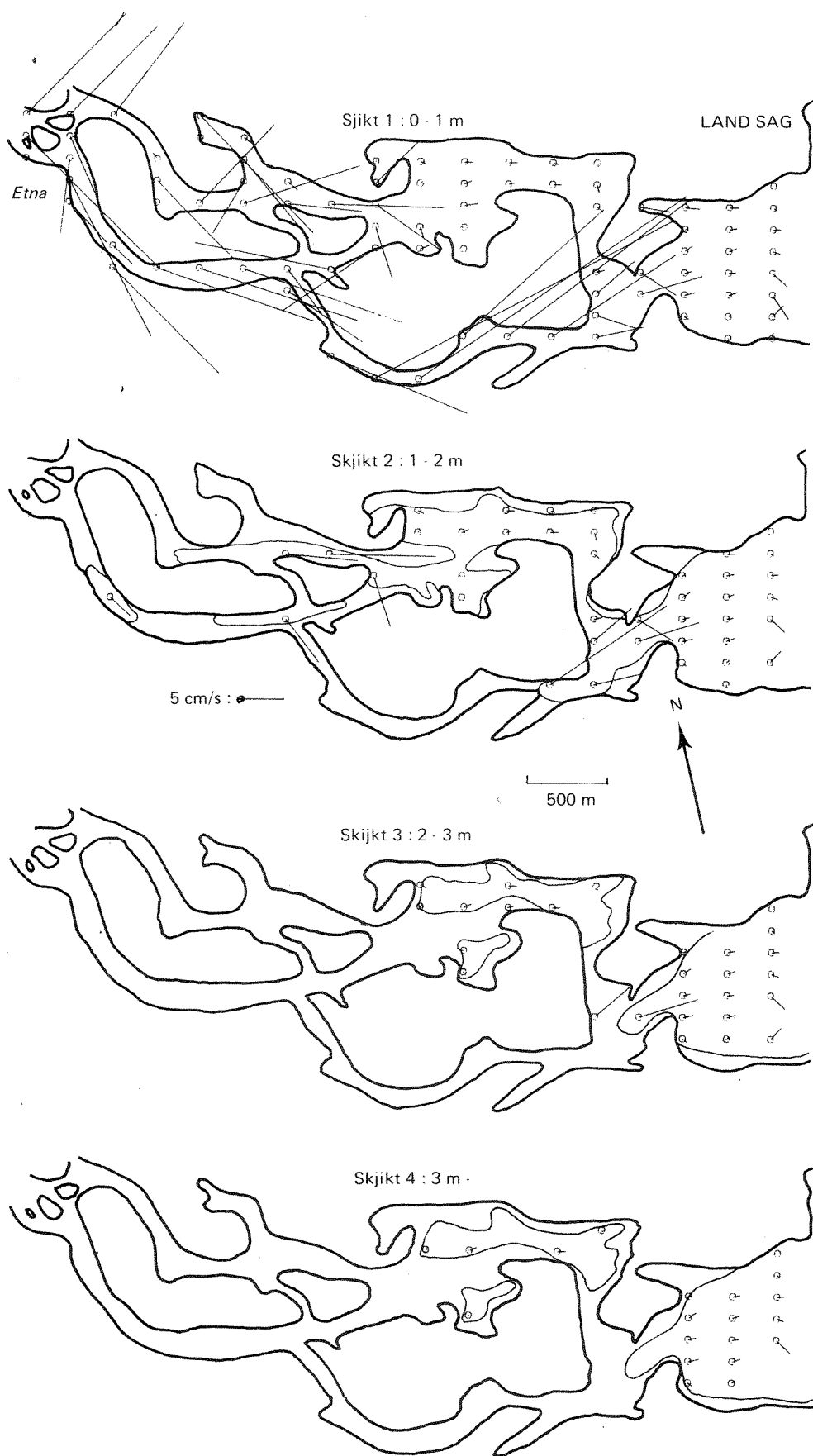


Fig. 4.2-4. Simulert strøm i uke 17.
Vindstille, regulert vannføring.

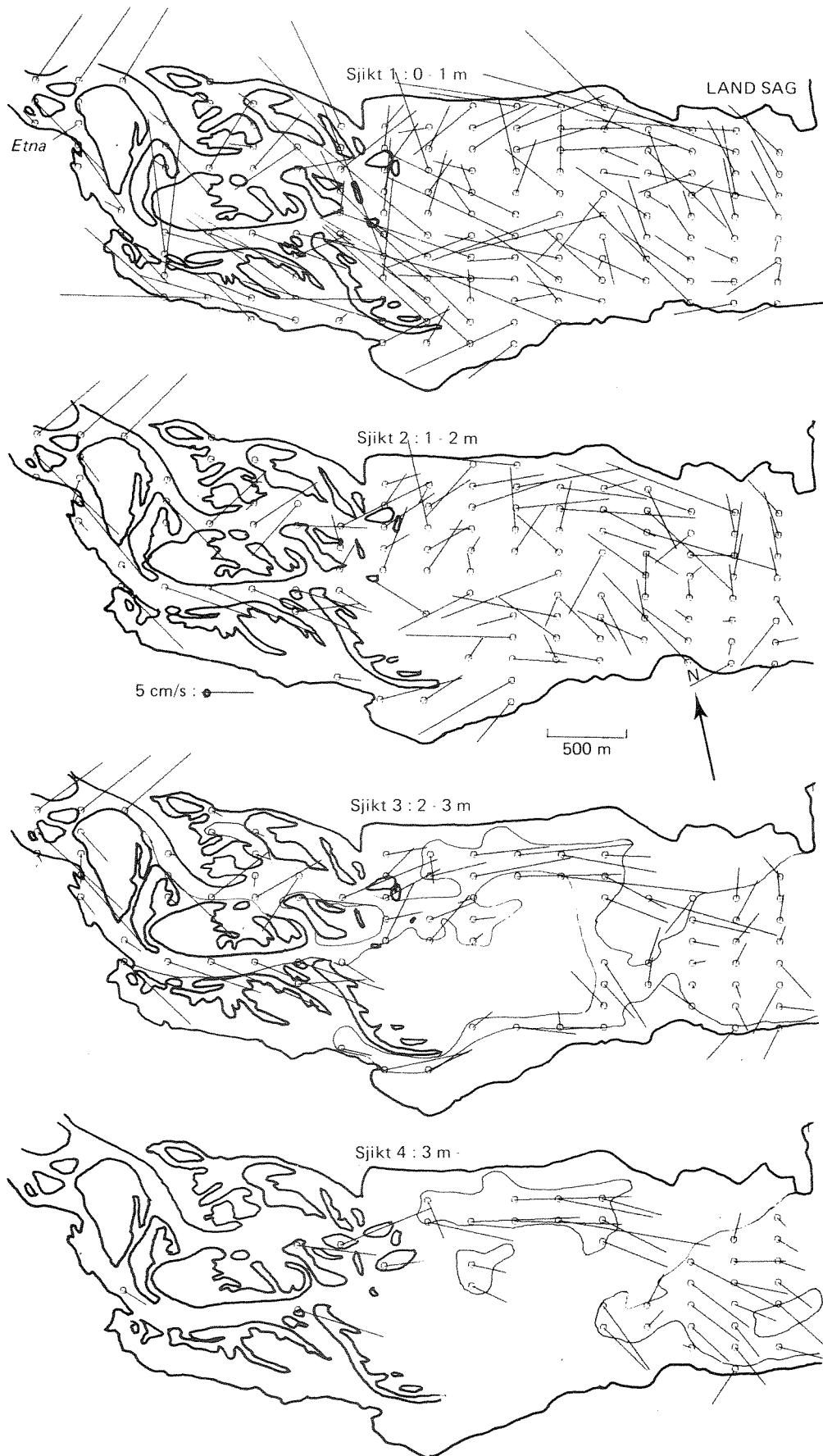


Fig. 4.2-5. Simulert strøm i uke 40.

Vind mot nordvest på 5 m/s, uregulert vannføring.

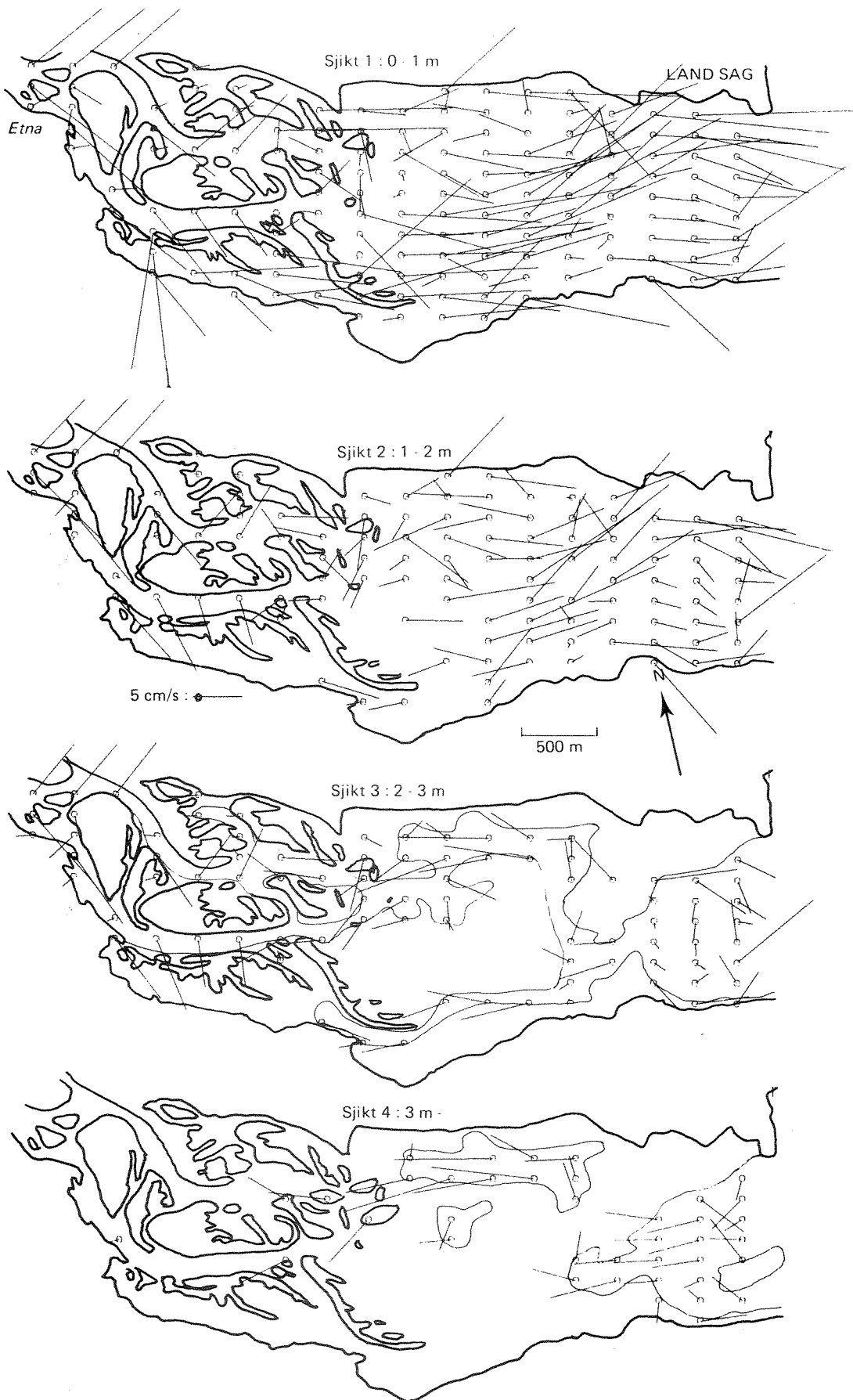


Fig. 4.2-6. Simulert strøm i uke 40.

Vind mot øst på 5 m/s, uregulert vannføring.

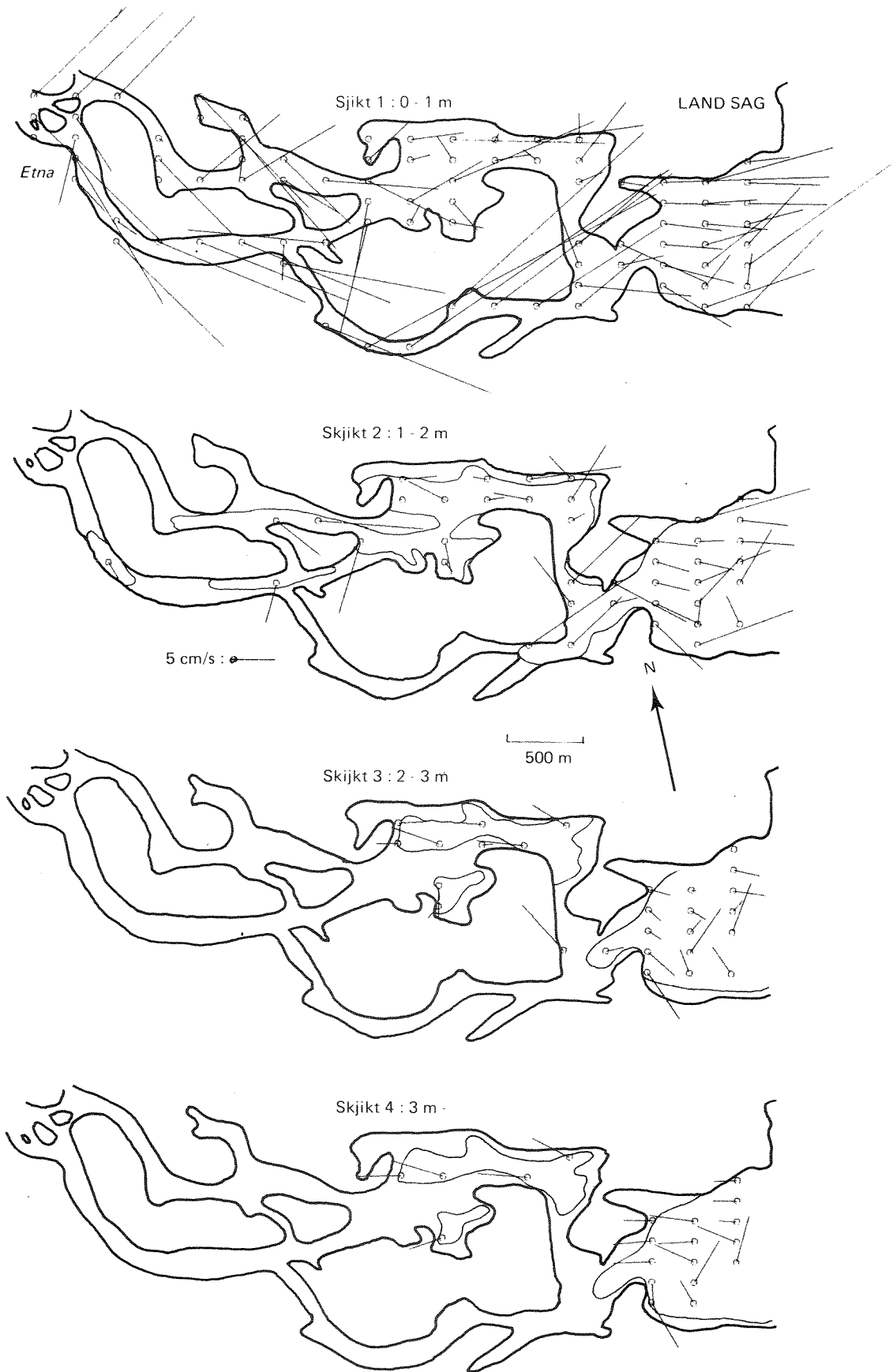


Fig. 4.2-7. Simulert strøm i uke 17.

Vind mot øst på 5 m/s, uregulert vannføring.

grunne partiene med dybder mindre enn 1 m. Returstrømmen langs bunnen var svakere enn ved høy vannstand i uke 40. I deltaområdet var verdiene i samme størrelsesorden som under vindstille betingelser i uke 17. Forøvrig var hastighetene langt større.

4.3 Elvevannets blanding med innsjøvannet - temperatur

Elvevannets blanding med vannet fra Randsfjorden ble simulert med den omtalte matematiske spredningsmodellen (Vedlegg B).

Vi antok en uregulert vannføring i uke 17 med strømforhold som vist på fig. 4.2-3. Fig. 4.3-1 viser blandingsforholdene etter ett døgn. Nær utløpet av Etna ble omtrent hele vannmassen skiftet ut. Forøvrig avtok tilførselsandelen til under 1% i den østlige delen av sjøen.

Vi antok at temperaturen i Randsfjorden var 4°C ved simuleringens start og at elvevannets temperatur var 1°C . Fig. 4.3-1 gir da informasjon om temperaturforholdene i innsjøen. Grenseverdiene som er angitt, blir da: 1% = $3,95^{\circ}\text{C}$, 5% = $3,8^{\circ}\text{C}$, 10% = $3,7^{\circ}\text{C}$, 20% = $3,4^{\circ}\text{C}$ og 50% = $2,5^{\circ}\text{C}$. Dvs. at temperaturen økte fra nær $1,0^{\circ}\text{C}$ ved Etnas utløp til ca. $4,0^{\circ}\text{C}$ i de østlige delene av fjordavsnittet. Blandingsforholdet/temperaturforholdet syntes å gå mot stabile forhold i den vestlige del av sjøen. Resultatene der er derfor representative for de naturlige forhold. I de østlige delene måtte simuleringen ha foregått over et langt lengre tidsrom for å oppnå stasjonære forhold. Imidlertid avtok elvevannets betydning med avstanden fra utløpet, slik at feilen på grunn av simuleringstiden neppe var større enn tilsvarende noen tiendedels $^{\circ}\text{C}$.

For regulerte vannføringer i uke 17, dvs. med strømer som vist på fig. 4.2-4, ble blandingsforholdene som vist på fig. 4.3-2. Området nær kraftverksutslippet ble sterkt påvirket av reguleringen. Forøvrig syntes reguleringseffekten å være liten.

Blandingsforholdene tilsvarende uregulert vassdrag i uke 40 er vist på fig. 4.3-3. På grunn av høy vannstand i Randsfjorden og lav vannføring i Etna var det nødvendig å simulere blandingsforholdet over 2 døgn før det ble oppnådd noenlunde stabilitet. Strømningsmønsteret er vist på fig.

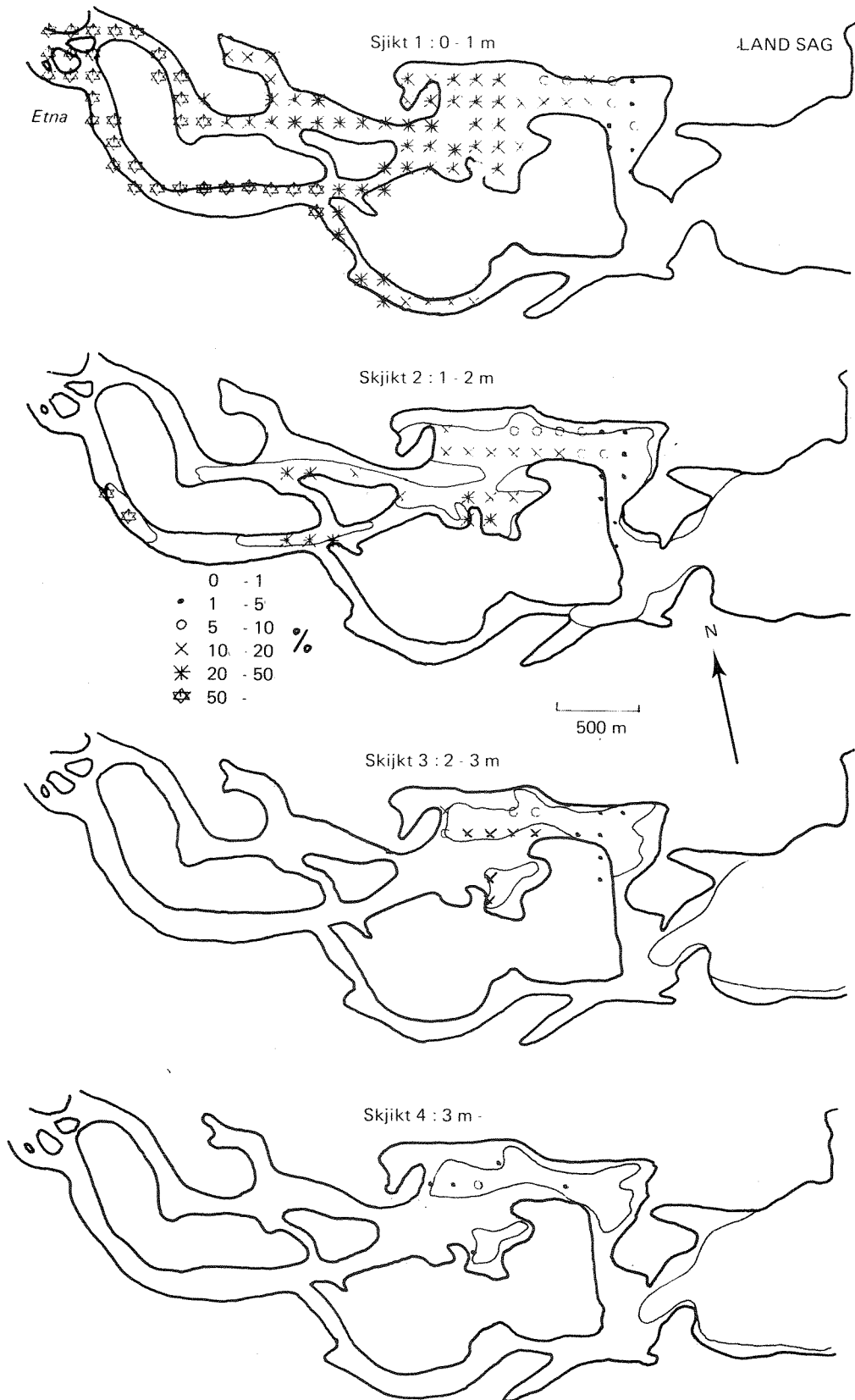


Fig. 4.3-1. Tilløpsvannets innblanding i Randsfjorden i løpet av ett døgn i uke 17. Vindstille, uregulert vannføring.

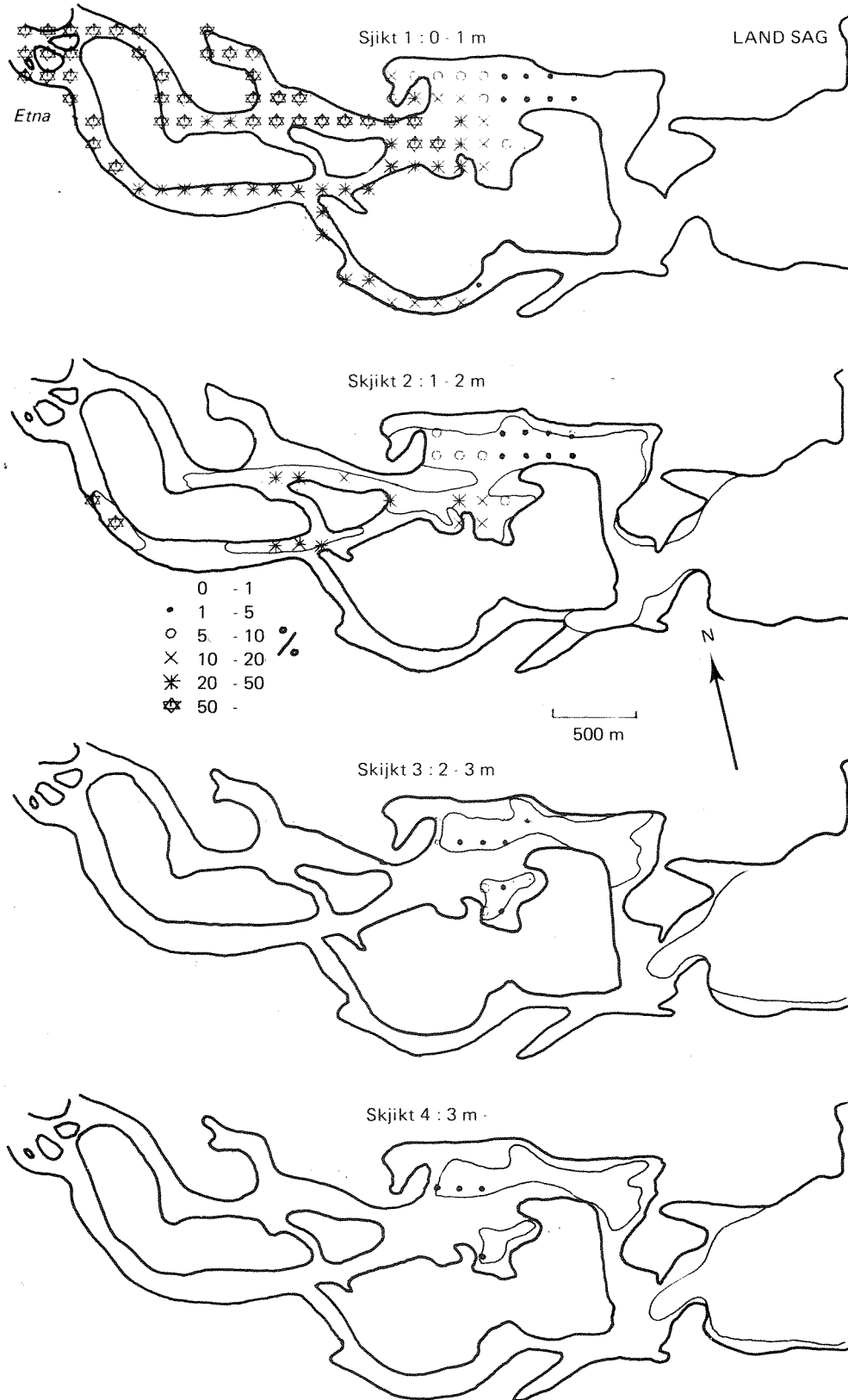


Fig. 4.3-2. Tilløpsvannets innblanding i Randsfjorden i løpet av ett døgn i uke 17. Vindstille, regulert vannføring.

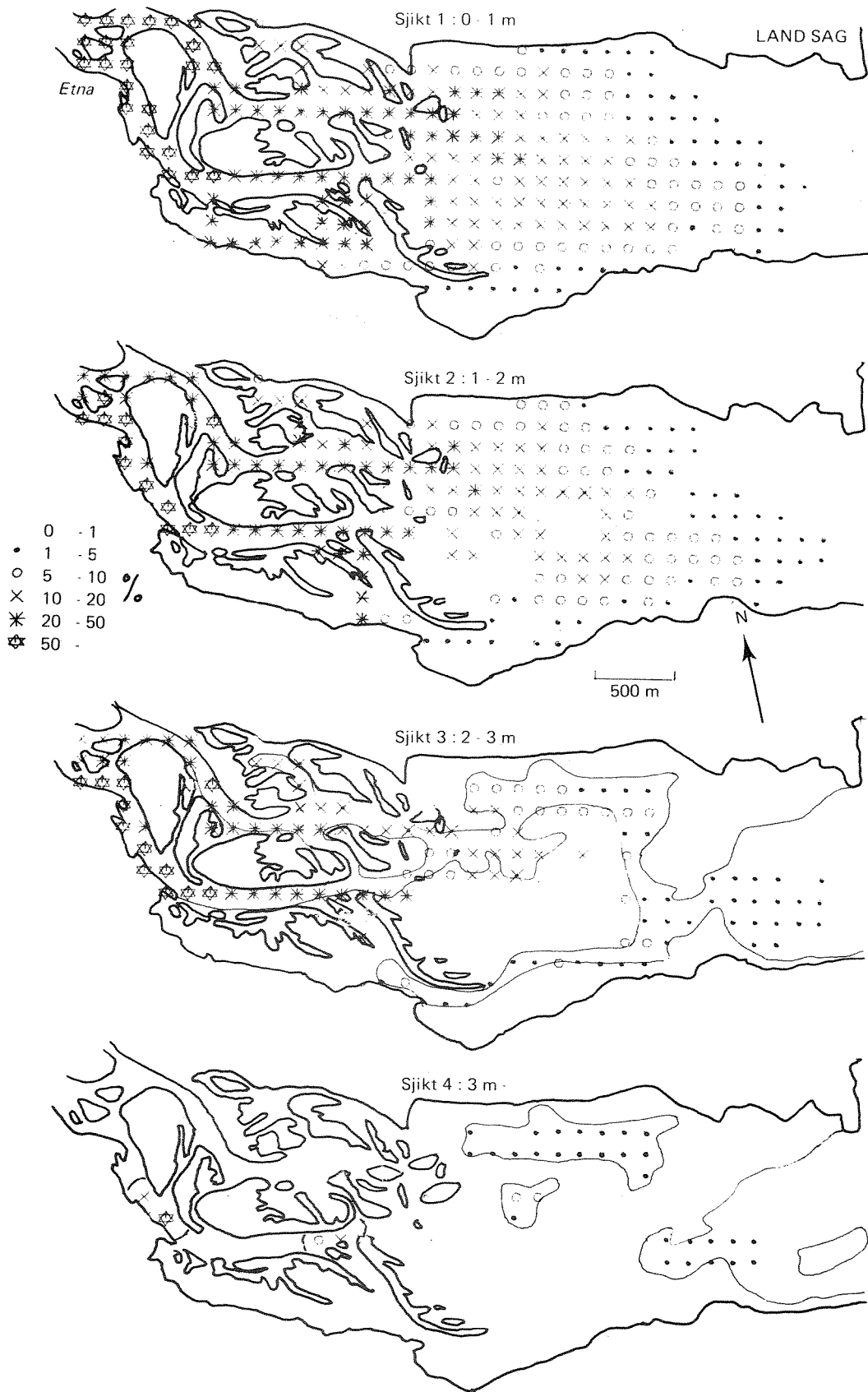


Fig. 4.3-3. Tilløpsvannets innblanding i Randsfjorden i løpet av 2 døgn i uke 40. Vindstille, uregulert vannføring.

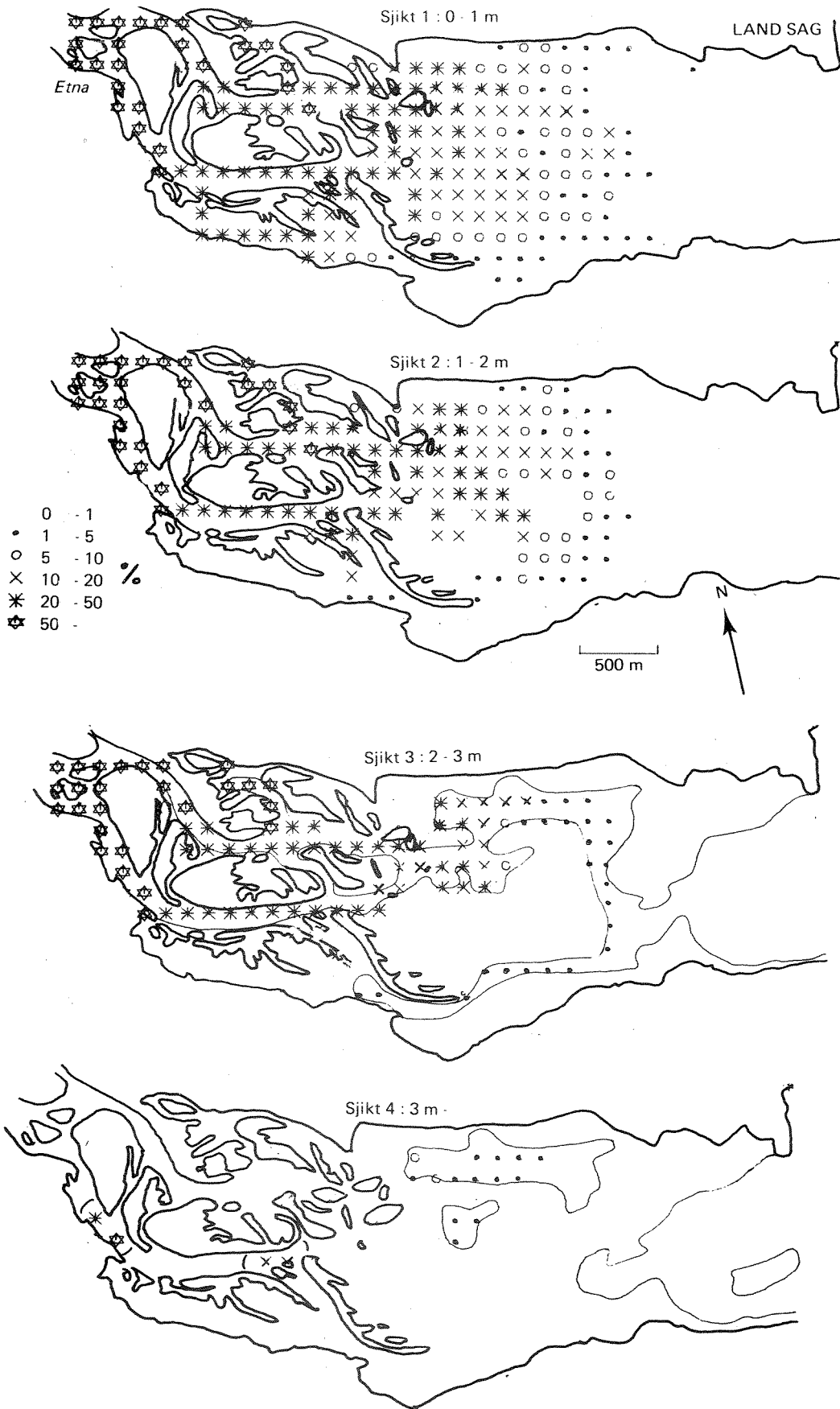


Fig. 4.3-4. Tilløpsvannets innblanding i Randsfjorden i løpet av 2 døgn i uke 40. Vindstille, regulert vannføring.

4.2-1. Også her ble vannet i deltaområdet sterkt påvirket av Etna. I dette området økte temperaturen fra ca. $4,5^{\circ}\text{C}$ ved Etnas utløp til nær 10°C . Forøvrig avvek vannets temperatur lite fra verdiene ved simuleringens start på ca. $10,5^{\circ}\text{C}$. Blandingsprosessen var i samme størrelsesorden som etter ett døgn i uke 17.

Blandingsforholdene ved regulerte vassdrag i uke 40, med strømforhold som vist på fig. 4.2-2, er vist på fig. 4.3-4. Området nær kraftverksutslippet ble sterkt påvirket av reguleringen. Denne påvirkningen kunne spores til noen hundre meter utenfor deltaområdet. Temperaturen syntes der å kunne bli noen tiendedels $^{\circ}\text{C}$ lavere enn under uregulerte forhold. Forøvrig syntes forskjellene å være meget små.

4.4 Diskusjon

Bruk av de matematiske modellene innebærer usikkerhet. Videre er nøyaktigheten i beregningene avhengig av rutenettets oppløsning. Ved simuleringene ble det benyttet en horisontal ruteinndeling på $100\text{ m} \cdot 100\text{ m}$. Dette førte til en noe grov beskrivelse av dybdene i deltaområdet. Strømverdiene er derfor trolig mer usikre der enn i resten av fjordavsnittet. Simuleringsresultatene er ikke verifisert mot feltoppmålinger. Det lar seg derfor ikke gjøre å fastslå usikkerheten i beregningene kvantitativt.

Det er ikke tatt hensyn til varmeutvekslingen med atmosfæren i beregningene. Nær utløpene vil elvevannets temperatur være dominerende for temperaturen i fjorden. Des lenger vi fjerner oss fra deltaområdet, des større blir virkningen av varmeutvekslingen med atmosfæren. Dvs. at elvevannets betydning og dermed også reguleringens betydning blir noe mindre enn hva simuleringsresultatene antyder.

Vannet i fjordavsnittet blir påvirket av tilførslenes mengde og av vannstanden i Randsfjorden. Økte tilløpsvannføringer og avtagende vannstand fører til økt påvirkning.

I uke 17 ble vannstanden satt lik den vanligvis lavest forekommende. Tilløpsvannføringen var relativt høy $58\text{ m}^3/\text{s}$. Denne perioden representerte følgelig forhold hvor tilløpsvannføringen hadde relativt stor effekt på strømforholdene i fjordavsnittet. Reguleringens betydning for strøm- og

temperaturforhold var likevel overveiende liten. Median maksimal flomvannføring før og etter regulering er i mai henholdsvis ca. $160 \text{ m}^3/\text{s}$ og $80 \text{ m}^3/\text{s}$ (fig. 4.1-2). I enkelte år kan disse verdiene og avvikene mellom dem forventes å bli fordoblet. I slike situasjoner vil reguleringseffekten kunne bli større enn hva simuleringsresultatene antyder. Elvevannets temperatur er på denne tiden av året nær 0°C . Dvs. at en regulert vannføring vil føre til en redusert avkjøling og for fjordavsnittet sett under ett følgelig forårsake varmere vann i denne perioden. Avvikene vil i overensstemmelse med simuleringsresultatene avta utover i fjorden.

I uke 40 var vannstanden 3,0 m (= HRV). Denne vannstand er representativ fra vårflommens slutt og ut året. Den anvendte vannføringen i Etna på $25 \text{ m}^3/\text{s}$ er representativ for tilløpet om sommeren og høsten. Imidlertid kan det enkelte år bli høstflommer på over $100 \text{ m}^3/\text{s}$. Avvikene mellom uregulerte og regulerte vannføringer vil da være mindre enn om våren.

Simuleringene ble foretatt for perioder hvor temperaturforholdene i Randsfjorden var noenlunde ensartede fra overflaten til bunnen. Dermed vil vannet fra Etna og fra et eventuelt kraftverk bli spredd over en større del av dybdeprofilet enn under sjiktede forhold. Om vinteren vil tilløpsvannet ha tendens til å lagres inn nær overflaten. Om sommeren blir forholdene overveiende motsatt. I disse periodene vil temperaturforskjellene som følge av reguleringen kunne bli noe større enn hva simuleringsresultatene antyder.

Om sommeren er det imidlertid sjelden helt vindstille. Vinden øker vannutskiftningen. Økte vertikale vannbevegelser vil blande det kalde bunnvannet med det varmere overflatevannet. Dermed reduseres effekten av tilløpsvannets og følgelig også reguleringenes betydning for temperaturen i vannmassene i forhold til simuleringsresultatene.

Temperaturregistreringer i Randsfjorden sør for Fluberg viser at det om sommeren dannes indre bølger i sjøen (NIVA 1979). De indre bølgene kan tenkes å fortsette helt til nordenden av Randsfjorden. Dette kan føre til at vannmassene der i stor grad kan bli skiftet ut i løpet av noen døgn. Ved slike anledninger har tilløpsvannføringer liten betydning for vannutskiftning og temperaturforhold.

Det synes som om tilløpssvannføringerne er bestemmende for strømningsforløp og temperatur i deltaområdet. Virkningen avtar sterkt utover i fjorden.

Reguleringene har stor betydning for vannutskiftningen og temperatur nær kraftverksutslippet. Forøvrig synes virkningene å være små.

5. REFERANSER

NIVA 1979: Randsfjorden 1978, Årsrapport. Saksbehandler: Bjørn Faafeng, Norsk institutt for vannforskning, Oslo.

NVE 1980: Vanntemperatur- og isforhold i Etna/Dokka-vassdraget og Randsfjorden. Oppdragsrapport nr. 2-80, saksbehandler: Knut Wold, Norges vassdrags- og elektrisitetsvesen, Oslo.

OFE 1980: Mulige virkninger av planlagte reguleringer i Etna-Dokka på Randsfjordens nivå, fylling og tapping. Ajourført simulering. Notat nr. 10/1980, Oppland fylkes elektrisitetsverk, Lillehammer.

VEDLEGG A. MATEMATISK STRØMNINGSMODELL

A.1 Innledning

Med en matematisk modell menes et system av likninger og funksjonssamband som beskriver et aktuelt problem. Et eksempel er lengde = hastighet · tid ($s = v \cdot t$). Det system som beskriver strømforholdene i en innsjø, er naturligvis betydelig mer komplisert og er ikke mulig å løse eksakt. Ved hjelp av elektronisk databehandling kan imidlertid tilnærmede løsninger bestemmes. Disse kan være akseptable for praktisk bruk.

Fordelene ved å nytte matematiske modeller er at man kan simulere strømningene for vilkårlig valgt vind, inn- og utløpsvannføringer, temperaturtilstand og ved eventuelle endringer i innsjøens form. Resultatene kan oppnås raskt og til relativt lave kostnader. Ulempene er de til dels høye utviklingskostnader og vanskeligheter med å verifisere modellberegningene med feltmålinger.

A.2 Modellenes matematiske og fysiske oppbygging

Det blir her gitt en kort innføring i modellenes oppbygging. For en mer fullstendig gjennomgåelse, henvises til Simons 1973 og Tjomsland 1978.

Modellen er utviklet av J. Simons ved Canada Centre for Inland Waters og modifisert ved NIVA.

Inngangsdata:

Vindens styrke og retning, vannføring og temperatur i sjøens tilløp og utløp, innsjøens temperatursjiktning samt data om dybdeforholdene.

Resultater:

Horisontal strømhastighet og -retning, vertikal strømhastighet og temperatur.

Innsjøen deles inn i celler. I horisontalplanet er overflaten inndelt i kvadrater. Vertikalt er innsjøen inndelt i fire sjikt. Resultatene blir regnet ut for hver celle.

Den matematiske formuleringen er gitt ved:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = f \cdot v - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (A_H \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (A_H \frac{\partial u}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (A_V \frac{\partial u}{\partial z}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -f \cdot u - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} (A_H \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (A_H \frac{\partial v}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (A_V \frac{\partial v}{\partial z}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} (uT) - \frac{\partial}{\partial y} (vT) - \frac{\partial}{\partial z} (wT) + \frac{\partial}{\partial x} (K_H \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_H \frac{\partial T}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_V \frac{\partial T}{\partial z}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -g\rho \quad (5)$$

$u, v,$: hastighetskomponenter i horisontalplanet langs x- og y-aksene

t : tid

w : hastighetskomponent i vertikalretning (z)

f : corioliparameteren

p : trykkraft

T : temperatur

ρ : tetthet

A_H, A_V : koeffisienter for turbulent diffusjon av bevegelse i henholdsvis horisontal og vertikal retning

K_H, K_V : koeffisienter for turbulent diffusjon av varme i henholdsvis horisontal og vertikal retning

Likningssystemet beskriver horisontale akselerasjoner (Newton's 2. lov, likn. 1 og 2), varmens konservering (likn. 3), massens konservering (kontinuitetslikningen, likn. 4) og hydrostatisk trykkfordeling (likn. 5).

Bevegelseslikningene (likn. 1 og 2) skal være oppfylt for hver celle og beskrive hvordan strømhastighetene varierer innen området. Krefter som påvirker en celle kan f.eks. være vind og friksjon eller skjærkrefter mellom cellene (fig. A.2-1). Vind, tilløps- og utløpsvannsføringer kan f.eks. bevege vannet slik at overflaten blir noe skråstilt. Dermed påvirkes cellen for trykkkrefter i helningens retning (barotropt trykk). Videre vil tetthetsdifferenser på grunn av temperaturforskjeller føre til trykkgradienter (baroklint trykk). Når bevegelsen først er kommet i gang, blir den avbøyd til høyre for bevegelsens retning på grunn av jordrotasjonen.

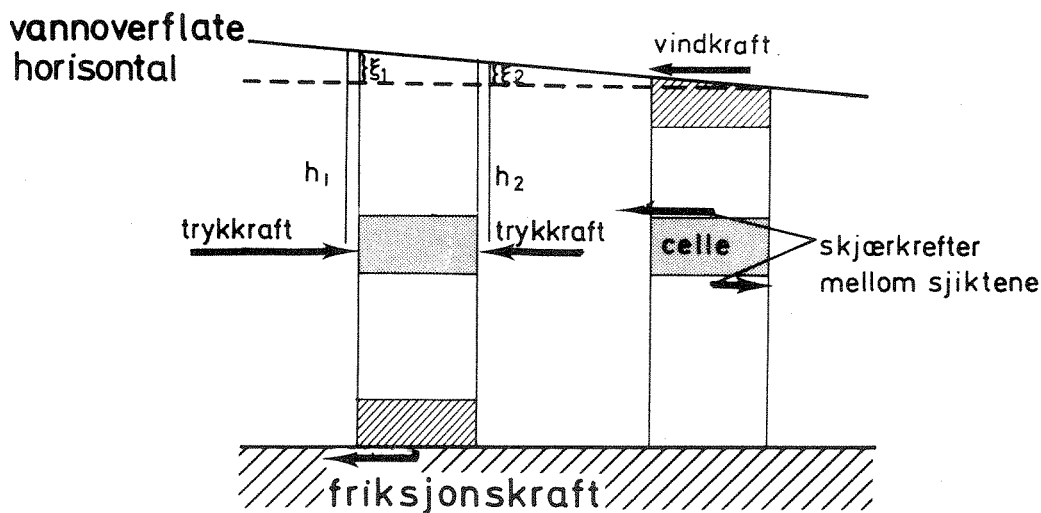


Fig. A.2-1 Eksempel på krefter som påvirker bevegelsen

En annen variabel som i vesentlig grad påvirker strømmingene er turbulens. Med turbulens menes uregelmessige virvellignende bevegelser som kan observeres i ethvert vassdrag. Forståelsen av turbulens er foreløpig mangelfull. Beskrivelsen av den turbulente utveksling bygger ikke på like grunnleggende fysiske lover som de andre variable. I denne modellen beskrives turbulensen ved hjelp av konstante utvekslingskoeffisienter. Koeffisientene blir bestemt ut fra erfaring.

Kontinuitetslikningen (likn. 4) uttrykker at for hver indre celle skal den inngående vannmengde være lik den utgående. Dette nyttes til å beregne vertikale hastigheter. For overflatecellene kan volumet variere ved at overflatenivået endres. For eksempel vil vannoverflaten høynes der hvor det er konvergerende strømmer og omvendt.

Modellen er tredimensjonal, men kun de to horisontale bevegelseslikningene blir løst. Vertikale hastigheter blir beregnet ved å nytte kontinuitetslikningen. Først bestemmes totaltransport ved å integrere likningssystemet fra overflaten til bunnen. Deretter beregnes hastighetsdifferansene mellom sjiktene. Fra den totale transport og hastighetsdifferansen finnes så transporten til de enkelte sjiktene. Denne fremgangsmåten er valgt på grunn av beregningsmessige fordeler fremfor f.eks. å løse likningene for et sjikt av gangen.

Likningene blir løst numerisk ved "finit differans" metoder. De variable (u, v, T m.fl.) blir beregnet med jevne tidsintervall (Δt) fremover i tiden. Det vil si at med kjennskap til situasjonen ved tiden t blir nye verdier beregnet for hver celle ved tiden t + Δt . Tidsintervallet bestemmes ved:

$$\Delta t \leq L / \sqrt{2 g H_{\max}}$$

hvor L er rutenettets lengde og H_{\max} innsjøens største dybde.

Sjøens inndeling i celler og plassering av de variable er vist i fig. A.2-2.

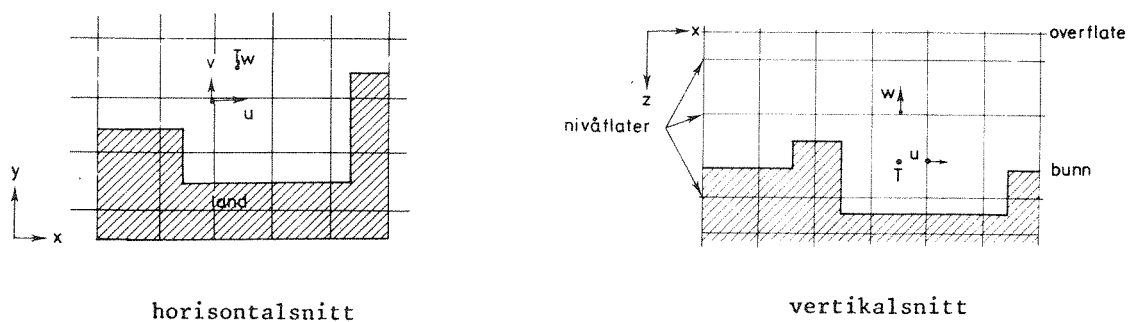


Fig. A.2-2 Sjøens inndeling i celler og plassering av variable

For hver celle må datamaskinen lagre informasjon. Ved tredimensjonale modeller blir vanligvis celleantallet så stort at kun datamaskiner med meget stor hukommelse kan benyttes. Ved spesielle programmeringsteknikker og filhåndtering er EDB-programmet omarbeidet slik at modellen kan kjøres på NORD 10 som er en mellomstor datamaskin. Antall celler som sjøen deles opp i er i praksis ubegrenset. Begrensningen ligger vanligvis i regnemaskintid og tilhørende kostnader.

A.3 Usikkerhet - feilkilder

Modellen er basert på at de variable kan beskrives ved en deterministisk (lovmessig) og en stokastisk (tilfeldig) komponent. Bevegelser med stor utstrekning blir beregnet ved å nytte velkjente fysiske lover. Turbulente virvler med mindre utstrekning enn rutenettets oppløsning blir beskrevet ved hjelp av empiriske konstanter. Valg av disse konstantene vil følgelig være en kilde til usikkerhet. Videre vil detaljrikdommen i resultatene øke med avtagende rutenettstørrelse. I praksis blir dette valgt ved en avveining mellom regnemaskintid/økonomi og fysiske resonnerer.

De advektive ledd er utelatt i bevegelseslikningene. Dette fører til feildersom hastighetsendringene er store. Denne feilen er vanligvis liten i forhold til betydningen av feilstipulerte koeffisienter for turbulent utveksling (Simons 1973).

Videre vil valg av koeffisienter i forbindelse med vindens skyvkraft på vannoverflaten, friksjon mot bunnen m.m. føre til en viss usikkerhet.

Til tross for de mange feilkilder og usikkerhetsfaktorer, kan beregningene være tilfredsstillende til praktisk bruk.

Avvik mellom innleste og registrerte verdier kan skyldes begrensninger i modellen. Imidlertid kan manglende kjennskap til vindens fordeling over sjøen være avgjørende. Dette utgjør trolig den største usikkerhetsfaktoren ved verifiseringen.

Referanser:

Simons, T.J., 1973. Development of three-dimensional numerical models of Great Lakes. Scientific Series No. 12, Canada Centre for Inland Waters.

Tjomsland, T., 1978. Simulering av strømminger i Mjøsa med en tredimensjonal matematisk modell. Norsk institutt for vannforskning, Oslo.

VEDLEGG B. SPREDNING

B.1. Matematisk spredningsmodell

Modellen er utviklet ved NIVA.

Inngangsdata:

Strømningshastigheter fra strømningsmodellen.

Dybder og tilførsler av stoff samt eventuelt konsentrasjonsfordelinger i sjøen ved simuleringens start.

Resultat:

Konsentrasjonsfordelingen i sjøen som funksjon av tiden.

Den matematiske formuleringen er gitt ved:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \underbrace{-\frac{\partial(uHc)}{H \cdot \partial x}}_1 - \underbrace{\frac{\partial(vHc)}{H \cdot \partial y}}_2 - \underbrace{\frac{\partial(wc)}{\partial z}}_3$$

$$+ \underbrace{\frac{\partial}{H \cdot \partial x} \left[HK_{xy} \frac{\partial c}{\partial x} \right]}_4 + \underbrace{\frac{\partial}{H \cdot \partial y} \left[HK_{xy} \frac{\partial c}{\partial y} \right]}_5 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \left[K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right]}_6 + \underbrace{\lambda C}_7 + \underbrace{S}_8$$

c : konsentrasjon

t : tid

u, v, w : hastigheter i hhv. x, y og z retning

H : dybde

K_{xy} , K_z : turbulent diffusjonskoeffisient i hhv. horisontal (x, y) og vertikal (z) retning

λ : koeffisient som uttrykker svinnraten (død, sedimentasjon mm.)

S : kilder - tilførsler/fjerning av stoff

Leddene i 1-3 uttrykker konsentrasjonsendring i hhv. x-, y- og z-retning på grunn av transport i strømmens hovedretning. Leddene 4-6 kan tolkes som konsentrasjonsendring som følge av virvler med mindre utstrekning enn rutenettets oppløsning. Den matematiske formuleringen er analog til varmetransport fra høy mot lav temperatur. Dersom stoffet som spres ikke er konservativt (bestandig), antas det at stoffmengden som forsvinner/skapes er proporsjonal med konsentrasjonen (ledd 7). Ledd 8 (kilder) gir uttrykk for tilførsler av stoff eller eventuelt fjerning av stoff i spesielle celler. Tilførsler via elver blir f.eks. behandlet som kilder.

Koeffisientene for turbulent utveksling (K_{xy} , K_z) og "svinnkoeffisienten" (λ) blir bestemt utfra erfaring.

Likningen blir løst numerisk ved "finit differens" metoder. Med kjennskap til forholdene ved tiden, t , blir konsentrasjonsfordelingen for samtlige celler beregnet ved tiden $t + \Delta t$.

Inndelingen av sjøen i celler, strømhastigheter mm., fås fra strømningsmodellen.