

O-8000602

ENDRINGER I pH I PERIODEN 1966-1979
FOR 38 NORSKE ELVER.

26. mai 1981

Hovedforfatter: Arne Henriksen

Medforfattere : Einar Snekvik (DVF) *)
Rolf Volden (NR)

Instituttetsjef : Kjell Baalsrud

*) Snekvik døde i juni 1979

NIVA – RAPPORT

Norsk institutt for vannforskning  NIVA

Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Forskningsråd

Postadresse: Brekke 23 52 80
Postboks 333, Blindern Gaustadalleen 46 69 60
Oslo 3 Kjeller 71 47 59

Rapportnummer:	0-80006
Undernummer:	0-80006-02
Løpenummer:	1279
Begrenset distribusjon:	

Rapportens tittel: Endringer i pH i perioden 1966-79 for 38 norske elver.	Dato: 12.5.1981
	Prosjektnummer: 0-80006-02
Forfatter(e): Arne Henriksen <i>Einar Snekvik (DVF)</i> <i>Rolf Volden (NR)</i>	Faggruppe: Kjemi- og industrieksjon
	Geografisk område: Hele Norge
	Antall sider (inkl. bilag): 69

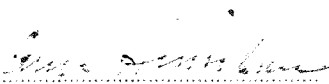
Oppdragsgiver: Statens forurensningstilsyn	Oppdragsg. ref. (evt. NTNF-nr.):
---	----------------------------------

Ekstrakt:

pH-observasjoner fra 38 norske elver for perioden 1966-79 er blitt behandlet ved tre former for regresjonsanalyse, en enkel lineær regresjon på årsmidler, enkel lineær regresjon og multippel regresjon på enkeltdata og ved kumulative hyppighetskurver. Alle presentasjonsformer gir samme tendens til nedgang i pH med tiden for de aller fleste elvene på Sørlandet, Vestlandet og de to undersøkte elver i Finnmark. De to elver i Nord-Trøndelag og Nordland viser ikke en slik tendens.

4 emneord, norske:
1. Overvåking
2. Forurenset nedbør
3. Elver
4. pH-endringer

4 emneord, engelske:
1. Monitoring
2. Acid precipitation
3. Rivers
4. pH-changes


Prosjektleders sign.:


Seksjonsleders sign.:


Instituttstjefers sign.:

ISBN 82-577-0373-7

FORORD

Denne rapport presenterer en bearbeidelse av de kjemiske analysedata som er blitt samlet inn gjennom DVF's såkalte "elverserie" siden 1965, og som ble satt i gang av nå avdøde vitenskapelig konsulent Einar Snekvik. Dette datamaterialet danner grunnlaget for en del av det nasjonale program for overvåking av forurenset luft og nedbør og dens virkninger. Programmet ble startet i 1980 i regi av Statens forurensningstilsyn. Rapporten inneholder også en beskrivelse av ulike regresjonsmodeller for analyse av pH-data.

I N N H O L D

	Side:
1. INNLEDNING	3
2. TIDLIGERE DATABEARBEIDELSE	9
3. RESULTATER OG DISKUSJON	10
3.1 Multippelregresjon av enkeltdata sammenlik- net med enkel regresjon av årsmidler	10
3.2 Endringer i hyppighet av lave pH-observa- sjoner	13
3.3 Presentasjon av tidstrender i overvåkingen	17
4. VURDERING AV ENDRINGER I pH OG HARDHET FOR PERIODEN 1966-79	22
4.1 Endringer i pH	22
4.2 Endringer i hardhet	38
5. ÅRSTIDSVARIASJONER	39
6. SAMMENDRAG OG KONKLUSJON	48
7. Appendiks: Analyse av pH-data ved ulike regre- sjonsmodeller	50
8. HENVISNINGER	68

1. INNLEDNING

Allerede professor Knut Dahl og fiskerisekretær S.E. Sundes forsøk og registreringer i 1925-28 (Dahl 1927, Sunde 1926) viste at lakseelvene på Sørlandet var sure, at surt vann førte til stor dødelighet ved klekking av lakseyngel. Årsaken til laksefiskets tilbakegang ble klarlagt straks brukbare metoder for pH-måling var blitt kjent og tatt i bruk (Atkins 1922). I 1959 påpekte Dannevig (Dannevig 1959) som den første i Norge at sur nedbør kunne være årsak til at vassdragene åpenbart var blitt surere.

I årenes løp er det blitt foretatt spredte og mer tilfeldige prøvetakinger av elvene på Sørlandet, inntil Direktoratet for Vilt og Ferskvannsfisk ved Einar Snekvik startet en systematisk månedlig prøvetaking i 11 elver på Sørlandet i 1965/66. Hensikten dengang var å karakterisere den enkelte elv ved bestemmelse av pH, konduktivitet og total hardhet på prøver tatt i løpet av ett år. Men da en redusert serie det påfølgende år viste forandringer i de målte parametre fra foregående år, ble prøvetakingene fortsatt og senere utvidet til å omfatte flere og flere elver. I dag omfatter DVF's elveserie ("Snekviks elver") ialt 38 elver med 88 lokaliteter i hovedelver og bielver (tabell 1)*. Starttidspunktet for prøvetaking gjelder fra den dato en har regelmessig prøvetaking i henhold til prøvetakingsfrekvens angitt i rubrikk 6 i tabell 1. Tidligere prøvetakingsperioder innbefatter regelmessig prøvetaking i deler av perioden, men det er variasjon i prøvetakingshyppigheten.

I 1976-77 supplerte DVF sitt program med en kortvarig prøvetaking av 46 utvalgte elver fra Hardanger til Øst-Finnmark (Henriksen og Snekvik 1979).

* (I tillegg inngår det mange lokaliteter i Sira og Kvinas nedbørfelt i forbindelse med Ulla-Førre utbyggingen og 3 vann i Rondane. Disse går inn i egne serier som ikke skal omtales her.)

Tabell 1. Elver som inngår i DVF's rutineopplegg. "Snekviks elver".

Elv nr.	Lokali- tet	Navn	Prøvested	Fylke	Start prøvetaking	Frekvens	Tidligere prøvetakings- perioder	Kommentar
1	1	Numedalslågen	Svene	Buskerud, Vestfold	691214	Mnd.		
1	2	Pålsbufjord	Utløp	"	701017	"	671117-681110	
1	3	Tunhovdfjord	"	"	701016	"	671117-681110	
1	4	Smådøla	Nedenfor Tunhovdfjord	"	730322	"		
1	5	Borgåa	"	"	730323	"		
1	6	Skienelva	Utløp Norsjø	"	761027	"		Opphold til 08 i 1978
2	1	Kammerforselva	Ovenfor Vafoss	Telemark	691015	14 d.	671215-690628	
3	1	Søndeledelva	Ved Søndeledsdammen	Aust-Agder	691016	Uke	650816-690628	
4	1	Storelva i Holt	Stornes	"	691016	Mnd.	650922-690628	Perioder med 14 dager
4	2	" " "	Fosstvedt	"	780510	"		
5	1	Nidelva	Ovenfor Rygene	"	690825	Uke	650618-690628	
5	2	"	Ved Bøylefoss	"	760321	Mnd.		
6	1	Kaldvella	"	"				
7	1	Tovdalselva	Boen Bruk	"	690827	Uke	671101-690627	
8	1	Otra	Vennesla	"	690213	14d.-Mnd.	671101-681202	
8	2	"	Ovenfor Evje	"	741112	14d.-Mnd.		
8	3	"	Byglund	"	720915	14 d.		
8	4	"	Ved Øse bru	"	720901	"		
9	1	Søgneelva	Søgne, nede	Vest-Agder	691215	"	651115-691028	
9	2	"	Gjervoldstad, oppe	"	720903	"		
10	1	Lundeelva	"	"				
11	1	Mandalselva	Marnardal	"	650327	"	640730-641125	
11	2	Finså	"	"	650327	"	640730-650107	
11	3	Høyena	Øyslebø	"	690409	"		
11	4	Varsbekken	"	"	730614	"		
11	5	Mandalselva	Bjelland	"	651105	Mnd.		Uke til 1968
11	6	Kosåna	"	"	651029	"		" " 1967
11	7	Mandalselva	Håverstad	"	651105	"		" " 1968
11	8	Logna	Ved kraftstasjon	"	651105	"		" " 1968
11	9	Skjerka	"	"	651105	"		" " 1968
12	1	Audna	Nyajordet	"	650815	"		" " 1968

Forts.

Tabell 1 forts.

Elv nr.	Lokali- tet	Navn	Prøvested	Fylke	Start prøvetaking	Frekvens	Tidligere prøvetakings- perioder	Kommentar
13	1	Lynga	Lyngdal	Vest-Agder	651019	Mnd.		
13	2	"	Utløp Lyngnen	"	710115	"		
13	3	Veggebekken	Lyngdal	"	710114	"		
13	4	Gletneelva	"	"	710115	"		
13	5	Laua	"	"	711015	"		
14	1	Kvina	Kvinesdal	"	651015	"		
14	2	Littleåna	"	"	651015	"		
15	1	Feda-elv	"	"	691015	"		
16	1	Sira	Åna-Sira	"	660125	"		
16	2	Moisåna	Lund	"	691015	"		
17	1	Sokndalselva	Lindland og Bække	Rogaland	730203	"		
17	2	"	Roseland og Barstad	"	730203	"		
17	3	"	Titania og Myssa	"	730203	"		
17	4	"	Blåfjell og Mydland	"	730203	"		
18	1	Hellelandselva	Egersund	"	691009	"	650412-660819	Ukentlig i perioder
19	1	Bjerkreimsåna	Bjerkreim	"	691008	"	"	"
20	1	Ogna	Hå og Bjerkreim	"	710601	14 d.		
21	1	Fuglestadelva	Hå	"	710111	Mnd.		
22	1	Ims	Sandnes	"	680315	Uke		
22	2	"	Utløp Eikelivvatn	"	680315	"		
23	1	Dirdalselva	Gjesdal	"	691015	Mnd.		
24	1	Frafjordelva	"	"	691106	"		
25	1	Mæleelva	Forsand	"	720501	"		
26	1	Årdalselva	Hjelmealand	"	720417	"		
27	1	Hjelmeandselva	"	"	720422	"		
28	1	Vormedalselva	"	"	721202	"		
29	1	Ulla	"	"	720414	"		
30	1	Suldalslågen	Suldal	"	720428	"		
31	1	Saudaelva	Sauda	"	720424	"		
32	1	Vikedalselva	Vikedal	"	720427	"		
32	2	Rødneelva	Sandeid	"	760815	"		
33	1	Etneelva	Etne	Hordaland	720407	"		
34	1	Nausta	Sunnfjord	Sogn og Fjordane	700924	"		
35	1	Namsen	Ovenfor Tunnsjøelva	Nord-Trøndelag	701117	"	680316-690130	14 d. i perioder
36	1	Nordfjordelva	Megården i Salten	Nordland	700518	"		
37	1	Russeelva	Kokelv	Finmark	700615	"		
38	1	Stabburselva	Porsanger	"	710409	"		
39	1	Lakselv	Holmen bru	"	760301	"		

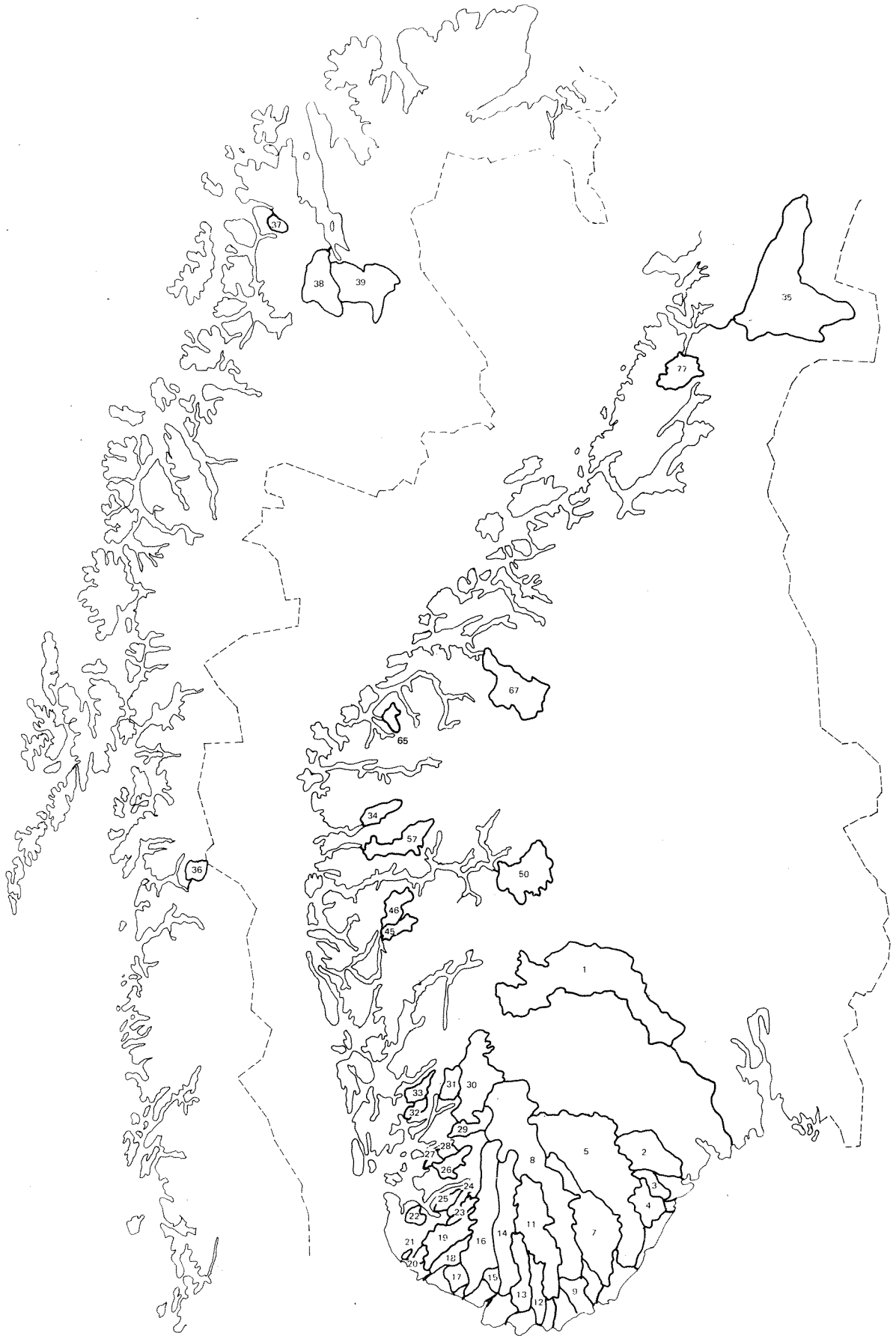


Fig. 1. Beliggenheten av DVF's elver og overvåkingselvene.
Elvenummer som angitt i tabellene 1 og 2.

Tabell 2. Elver som inngår i overvåkingsprogrammet.

Elv nr.	Lokalitet	Navn	Prøvetakingssted	Nedbørfelt (km ²)	Elvefangst 1976 (kg)		Regulert	Kommentarer	Observatør	
					Laks	Sjøørret				
1	1	Nunedalslågen	Svene	5670	28012	67	Sterkt	Ingen laksestatistikk etter 1976	Helga Bratås	3622 Svene
3	1	Gjerstadelva	Søndeleddammen	419	-	-	0		Nils Olav Sunde	A/S Egeland Verk, 4990 Søndeled
5	1	Nidelva	Rykene	3985	-	-	Sterkt		Odd Sandtveit	4880 Rykene
7	1	Tovdalselva	Boen Bruk	1888	-	-	0		Ernst O. Olsen	Boen Bruk, 4740 Tveit
11	1	Mandalselva	Marnardal	1775	115	246	Sterkt		Aslaug Ågedal	4534 Marnardal
13	1	Lynga	Lyngdal	661	-	-	0		A.T. Vegge	4580 Lyngdal
19	1	Bjerkreimsåna	Tengs	693	202	5	Lite		Arne Andersen Eie	4370 Egersund
23	1	Dirdalselva	Gjesdal	163	-	-	0		Enok Byrkjedal	4335 Dirdal
26	1	Årdalselva	Årdal	551	277	21	Sterkt		Svein Tveit	4137 Årdal i Ryfylke
30	1	Suldalslågen	Nedenf. Suldalsvatn	1278	2390	-	Sterkt		Albert Roaldkvam	4234 Vasshus
32	1	Vikedselva	Vindafjord	119	366	166	0		Harald Leifsen	4210 Vikedal
33	1	Erneelva	Etne	246	4017	431	Noe		Johs. Brekke	5990 Etne
34	1	Nausta	Naustdal	274	4138	112	0		Sverre Ullaland	6943 Naustdal
45	1	Ekso	Mysterøyri	410	121	11	Sterkt		Frank Møster	5294 Eidslandet
46	1	Moelva	Modalen	384	-	-	Sterkt		Karl Farestveit	5170 Modalen
50	1	Lærdalselva	Grimelid	1152	5572	699	Sterkt		Torkjell Grimelid	5890 Lærdal
57	1	Gaula	Osen	689	3598	64	0		Reidar Leirvik	6815 Bygstad
65	1	Ørstaelva	Ørsta	167	6338	-	0		Rasmus Ørstavik	6150 Ørsta
67	1	Rauma	Nora	1247	3762	1526	Lite		Ansgar Sletta	6300 Åndalsnes
77	1*	Årgårdselva	Namdalseid	549	1241	48	0		Magne Viset	7823 Sjøåsen

* Prøvetakingen flyttet til Øyensåa oktober 1980 et av vassdragene som danner Årgårdselva.

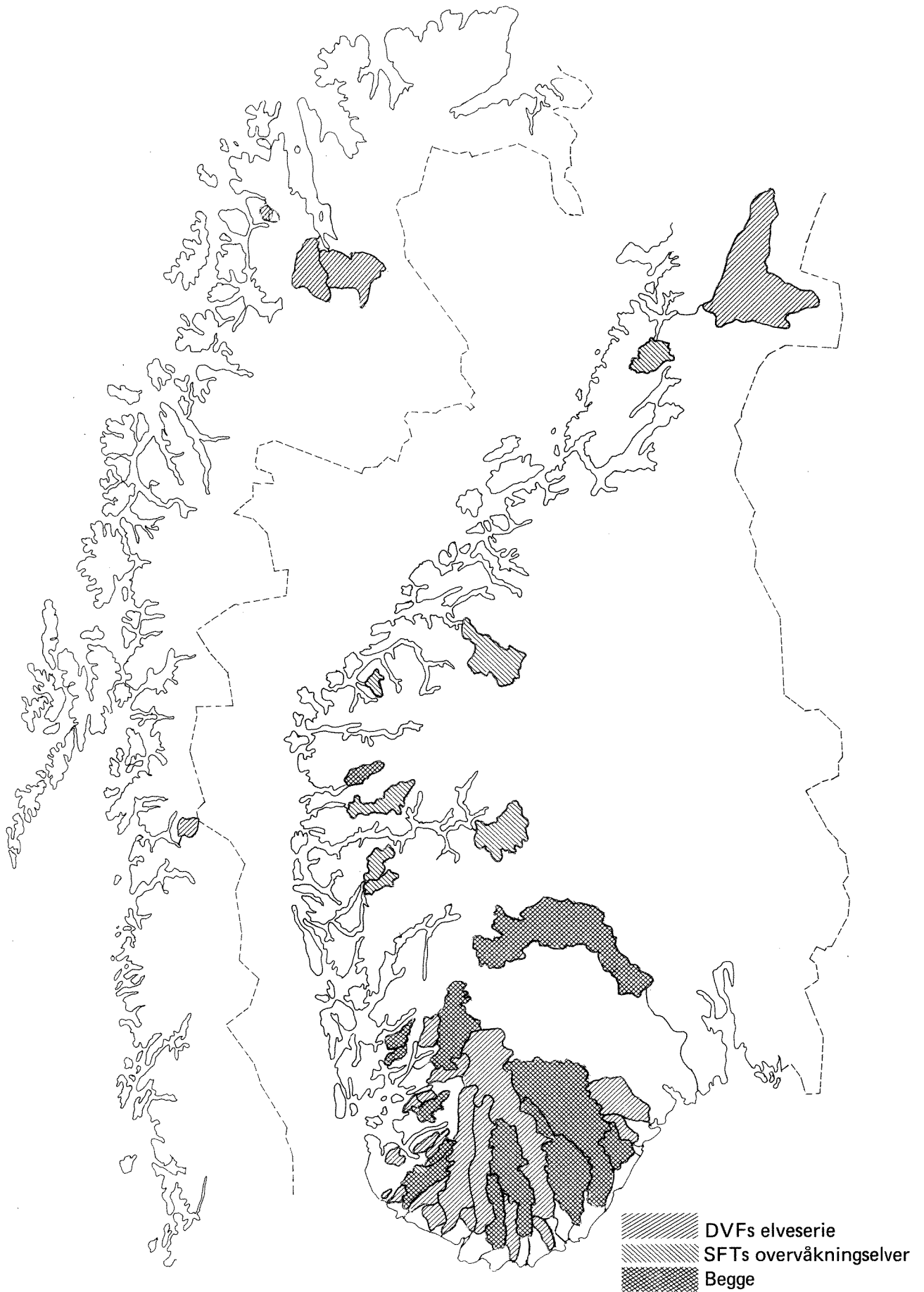


Fig. 2. Spesifikasjon av DVF's elver og overvåkingselver.

På grunnlag av dataene fra de to nevnte elveserier ble det valgt ut 20 elver som egnede overvåkingslokaliteter for det nasjonale program for overvåking av forurenset nedbør og dens virkninger (tabell 2). 13 av disse elvene er fra DVF's elveserie, og her er det brukt felles prøvetaker. Elvenes beliggenhet og nedbørfeltens areal er illustrert i figurene 1 og 2.

Alle data er lagt inn på egen fil i SNSF-prosjektets data-lager ved NIVA. Analyseprogrammet i DVF's rutineserie har hovedsakelig omfattet parametrene pH, konduktivitet og total hardhet. I løpet av de senere år har også andre parametre kommet til, men datalageret ved NIVA inneholder foreløpig bare de tre nevnte parametre for DVF's elveserie. Utskrifter av rådata er tilgjengelig ved henvendelse til NIVA.

Rutineanalyseprogrammet for de 20 utvalgte overvåkingselver er: pH, konduktivitet, Ca, Mg, Na, K, Cl, NO₃, SO₄, Al og alkalitet. Det tas prøver 1 gang pr. måned, og 1 gang pr. uke under snøsmeltingen om våren.

Denne rapport skal presentere en bearbeidelse av de data DVF har samlet inn til og med 1979 for samtlige elver i DVF's elveserie. Det er bare pH-dataene og i en viss utstrekning hardhetsdataene som er blitt behandlet. Hensikten med bearbeidelsen er å få et grunnlag for den videre overvåking.

2. TIDLIGERE DATABEARBEIDELSE

Dataene for 19 av elvene for perioden 1965-70 er tidligere blitt behandlet ved to former for regresjonsanalyse, nemlig en enkel lineær regresjon og en multippel lineær regresjon (Henriksen 1972). Begge modellene er nærmere beskrevet og diskutert i Appendiks. En enkel regresjonsanalyse går ut på å finne om og hvor mye en variabel varierer med variasjonen i en annen variabel. Korrelasjonskoeffisienten antyder graden av sammenheng mellom de to variable.

En enkel regresjonsanalyse utført på de nevnte data viste en nedgang i pH (dvs. en økning i surheten) i 9 av de 19 elvene i løpet av de 5 årene med en pH-endring på 0,05-0,10 pr. år (Henriksen 1972). Likeledes viste hardheten en økning i alle elvene, unntatt én, i den aktuelle perioden.

Datamaterialet viste en stor variasjon i måleperioden. Variasjonene i månedsmiddelverdiene av pH viste en klar tendens til systematisk variasjon gjennom året med to maksima og to minima. Vår- og høstflommene falt stort sett sammen med de to minima, mens vinter- og sommerperiodene falt sammen med de to maksima. Hardheten viste et tilsvarende variasjonsmønster. Det er tidligere vist (Henriksen 1972) at denne systematiske variasjon kunne representeres ved en harmonisk svingning med to perioder pr. år. Det ble derfor laget en multippel regresjonsmodell som tok hensyn til årstidsvariasjonen ved å betrakte pH og hardhet som både en lineær funksjon av tiden og en harmonisk svingning av tiden (se Appendiks for beskrivelse og bruk av den multiple modellen). En sammenlikning av resultatene fra den enkle modell og den multiple modell viste at den multiple modellen i de fleste tilfeller ga en vesentlig bedre forklaring på variasjonene i pH og hardhet enn den enkle modellen.

3. RESULTATER OG DISKUSJON

3.1 Multippel regresjon av enkeltdata sammenliknet med enkel regresjon av årsmidler

Tabellene 3 og 4 viser en sammenlikning av resultatene fra en multippel regresjon av enkeltdata og en enkel regresjon av årsmidler for et utvalg av elvene både for pH- og hardhetsdata. For samtlige elver, unntatt Namsen (35.1) og Nordfjordelva (36.1), har pH gått ned i den perioden dataene fins for, og korrelasjonskoeffisientene ser ut til å være signifikante for begge regresjonsanalyser.

Tabell 3. Regresjonsanalyser av pH-observasjoner fra DVF's elveserier.

Elev nr.	Lokalitet	Multiippel regresjon på enkeltdata						Enkel regresjon på �rsmiddel					
		Antall observasjoner	R _L	PCR _L	P	R _M	Aph/�r	Antall observasjoner	R	P	Regresjonslinje	Aph/år	
2	1	243	-.28	-.33	.000	.55	pH = 5.91 - 0.014t	10	-.49	.10	pH = 5.85 - 0.018t	-.018	
3	1	518	-.14	-.16	.000	.54	pH = 5.67 - 0.009t	10	-.21	>.10	pH = 5.58 - 0.006t	-.006	
4	1	178	-.42	-.51	.000	.63	pH = 6.01 - 0.033t	10	-.79	.01	pH = 5.77 - 0.037t	-.037	
5	1	538	-.29	-.32	.000	.58	pH = 5.41 - 0.015t	10	-.77	.01	pH = 5.32 - 0.023t	-.023	
7	1	468	-.24	-.31	.000	.66	pH = 5.12 - 0.017t	10	-.76	.01	pH = 5.07 - 0.024t	-.024	
8	1	182	-.28	-.33	.000	.54	pH = 5.51 - 0.018t	10	-.78	.01	pH = 5.48 - 0.027t	-.027	
9	1	230	-.17	-.18	.007	.55	pH = 6.06 - 0.017t	10	-.75	.01	pH = 5.98 - 0.031t	-.031	
11	1	332	-.49	-.49	.000	.55	pH = 4.95 - 0.017t	15	-.79	.001	pH = 4.93 - 0.017t	-.017	
11	7	137	-.24	-.25	.000	.30	pH = 4.97 - 0.017t	15	-.72	.001	pH = 4.93 - 0.014t	-.014	
11	8	236	-.69	-.69	.000	.70	pH = 5.12 - 0.030t	15	-.82	.001	pH = 5.10 - 0.028t	-.028	
11	9	231	-.78	-.80	.000	.81	pH = 4.93 - 0.027t	15	-.79	.001	pH = 4.89 - 0.023t	-.023	
12	1	167	-.24	-.34	.000	.61	pH = 5.24 - 0.021t	14	-.64	.01	pH = 5.18 - 0.016t	-.016	
13	1	166	-.30	-.33	.000	.55	pH = 5.30 - 0.029t	14	-.67	.01	pH = 5.24 - 0.029t	-.029	
14	1	219	-.43	-.45	.000	.52	pH = 5.28 - 0.040t	14	-.81	.001	pH = 5.20 - 0.035t	-.035	
16	1	168	-.36	-.37	.000	.42	pH = 5.07 - 0.015t	14	-.73	.01	pH = 5.07 - 0.015t	-.015	
18	1	154	-.23	-.30	.000	.44	pH = 5.57 - 0.022t	10	-.55	.10	pH = 5.38 - 0.021t	-.021	
23	1	125	-.32	-.30	.000	.60	pH = 5.22 - 0.014t	10	-.73	.01	pH = 5.25 - 0.027t	-.027	
34	1	136	-.27	-.28	.000	.39	pH = 5.79 - 0.017t	9	-.62	.05	pH = 5.73 - 0.014t	-.014	
35	1	126	-.05	-.06	.550	.22	pH = 6.77 - 0.003t	9	.00	>.10	pH = 6.72 - 0.000t	.000	
36	1	115	-.01	-.00	.960	.42	pH = 6.55 - 0.000t	10	-.08	>.10	pH = 6.57 - 0.003t	-.003	
37	1	124	-.15	-.26	.005	.72	pH = 6.50 - 0.012t	10	-.54	.10	pH = 6.50 - 0.016t	-.016	

R_L = Korrelasjonskoeffisient for pH mot tid, enkeltdata.

PCR_L = Partiell korrelasjonskoeffisient for pH mot tid i modellen som tar hensyn til  rsmidvarsiasjonene.

p = Signifikanssannynghet for PCR_L og R.

R_M = Multiippel korrelasjonskoeffisient.

R = Korrelasjonskoeffisient for pH mot tid,  rsmiddel.

Tabell 4. Regresjonsanalyse av hardhetsobservasjoner fra DVF's eiveserier.

Eiv nr.	Lokalitet	Multipl regressjon på enkeltdata										Enkel regressjon på årsmiddel				
		Antall observasjoner	R_L	PCR_L	P	R_M	Regresjonslinje	Δ Hard/År	Antall observasjoner	R	P	Regresjonslinje	Δ Hard/År			
2	1	242	.18	.18	.004	.29	Hard = 3.76 + 0.01t	+0.01	10	.29	>.10	Hard = 3.94 + 0.03t	+0.03			
3	1	509	.23	.26	.000	.53	Hard = 3.66 + 0.05t	+0.05	10	.37	>.10	Hard = 3.91 + 0.05t	+0.05			
4	1	176	.29	.35	.000	.54	Hard = 3.57 + 0.06t	+0.06	10	.52	.05	Hard = 3.86 + 0.05t	+0.05			
5	1	531	.09	.09	.031	.35	Hard = 2.30 + 0.01t	+0.01	10	.02	>.10	Hard = 2.45 + 0.00t	.00			
7	1	457	-.03	-.01	.810	.46	Hard = 2.67 - 0.00t	.00	10	-.25	>.10	Hard = 2.79 - 0.01t	-.01			
8	1	178	.05	.07	.390	.28	Hard = 2.00 + 0.01t	+0.01	10	-.05	>.10	Hard = 2.09 - 0.00t	.00			
9	1	228	.15	.20	.002	.53	Hard = 6.12 + 0.13t	+0.13	10	.14	>.10	Hard = 7.07 + 0.04t	+0.04			
11	1	321	.09	.09	.102	.20	Hard = 1.91 + 0.01t	+0.01	15	.31	>.10	Hard = 1.88 + 0.01t	+0.01			
11	7	119	.03	.02	.830	.25	Hard = 1.76 + 0.01t	+0.01	10	-.09	>.10	Hard = 1.85 - 0.00t	.00			
11	8	129	-.10	-.09	.320	.30	Hard = 1.62 - 0.01t	-.01	10	-.28	>.10	Hard = 1.59 - 0.01t	-.01			
11	9	119	.03	.02	.840	.23	Hard = 1.53 + 0.00t	.00	10	-.11	>.10	Hard = 1.57 - 0.01t	-.01			
12	1	164	.15	.17	.030	.34	Hard = 3.34 + 0.04t	+0.04	14	.39	>.10	Hard = 3.30 + 0.04t	+0.04			
13	1	198	.07	.08	.266	.41	Hard = 2.72 + 0.02t	+0.02	14	.30	>.10	Hard = 2.54 + 0.03t	+0.03			
14	1	217	.09	.15	.028	.51	Hard = 2.28 + 0.03t	+0.03	14	.30	>.10	Hard = 2.20 + 0.04t	.00			
18	1	150	-.09	-.12	.154	.39	Hard = 3.46 + 0.03t	+0.03	10	.02	>.10	Hard = 3.08 + 0.00t	.00			
19	1	147	-.02	-.01	.942	.47	Hard = 3.12 - 0.00t	.00	10	.24	>.10	Hard = 2.97 + 0.02t	+0.02			
23	1	117	-.10	-.01	.904	.63	Hard = 2.01 - 0.00t	.00	10	.07	>.10	Hard = 2.03 + 0.00t	.00			
24	1	139	.01	.05	.550	.57	Hard = 1.97 + 0.01t	+0.01	10	.49	.10	Hard = 1.81 + 0.04t	+0.04			
34	1	127	.00	.06	.520	.50	Hard = 1.67 + 0.01t	+0.01	9	-.13	>.10	Hard = 1.83 - 0.01t	-.01			
35	1	124	.08	.12	.174	.69	Hard = 5.38 + 0.07t	+0.07	9	.55	.10	Hard = 5.37 + 0.10t	+0.10			
36	1	113	.20	.23	.017	.58	Hard = 3.09 + 0.05t	+0.05	10	.74	.01	Hard = 3.02 + 0.06t	+0.06			
37	1	122	-.17	-.23	.012	.68	Hard = 6.12 - 0.15t	-.15	7	-.31	>.10	Hard = 5.44 - 0.10t	-.10			

R_L = Korrelasjonskoeffisient for hardhet mot tid, enkeltdata.

PCR_L = Partiell korrelasjonskoeffisient for hardhet mot tid i modellen som tar hensyn til årstidsvariasjonene.

P = Signifikanssannsynlighet for PCR_L og R.

R_M = Multipl korrelasjonskoeffisient.

R = Korrelasjonskoeffisient for hardhet mot tid, årsmiddel.

Multippel regresjon er utført på alle data, og for mange av elvene gjelder den multiple regresjon for flere år enn den enkle regresjonen, som er utført på årsmidler fra første år med regelmessig prøvetaking. Dette forklarer at konstanten i den multiple regresjonslikningen som regel er høyere enn konstanten i den enkle regresjonslikning. Vinkelkoeffisientene er imidlertid forbausende like for de fleste elvene. Begge typer regresjonsanalyser gir altså samme lineære trend, og en endring av samme størrelsesorden (middelendring i pH pr. år henholdsvis $0,018 \pm 0,009$ og $0,020 \pm 0,009$). Multippel regresjon av hardhet mot tid (tabell 4) viser imidlertid få elver som har en endring som synes å være signifikant. Legger vi $p \leq 0,01$ til grunn, er det bare Kammerforselva (2.1), Sønedeledselva (3.1), Storelva i Holt (4.1) og Søgneelva (9.1) som viser en signifikant økning. Disse elvene er blant de som har høyest hardhet på Sørlandet og dermed også høyest pH.

3.2 Endringer i hyppighet av lave pH-observasjoner

Kumulative hyppighetskurver kan brukes for å illustrere endringer over tid (figur 3).^{*} Observasjonene angis i prosent av antall prøver og slik at en akkumulerer antall målinger (skjæringspunktet mellom kurven og f.eks. 50 % vil angi den pH der 50 % av målingene har en lavere verdi og 50 % en høyere verdi). Dette er medianen. Da prøvene er tatt med regelmessige mellomrom, vil en slik fremstillingsform antyde den andel av året pH er over eller under en viss verdi. De laveste pH-verdiene representerer de typiske flomperiodene, mens en finner de høyeste verdiene under tørrvårsperioder når grunnvannet dominerer tilførselen til vassdraget. Figur 3 illustrerer derfor endringen i hyppighet av observerte pH-verdier fra begynnelsen til slutten av 70-årene. Mandalselva og Storelva befinner seg på 2 forskjellige pH-nivåer på grunn av

* Vi har valgt å bruke pH-observasjonene direkte, og ikke å omregne til H^+ -konsentrasjoner, fordi en da vil få et skjevt bilde ved høyere pH-verdier, som domineres av bikarbonat.

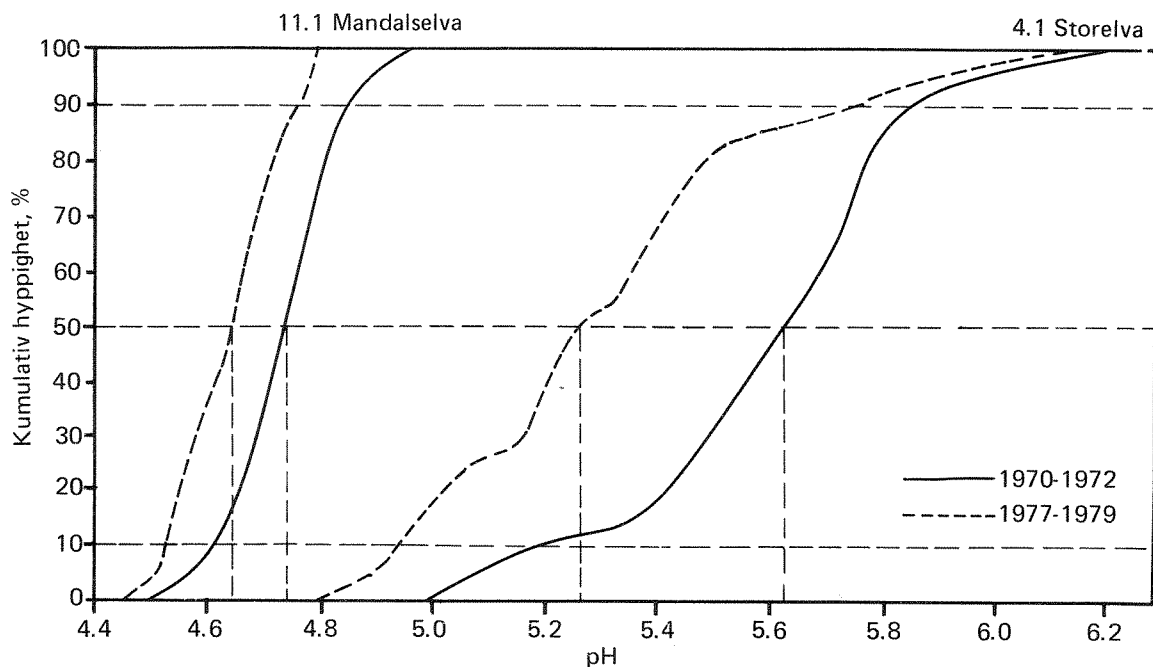


Fig. 3. Kumulative hyppighetskurver for Mandalselva v/ Marnardal og Storelva i Holt for 1970-72 og 1977-79. Antall observasjoner er henholdsvis 68 og 77 for Mandalselva og 44 og 49 for Storelva.

forskjellig naturgitt bufferkapasitet. Begge elvene viser en klar tendens til økning i hyppigheten av lavere pH-observasjoner. Mandalselva var meget sur i begynnelsen av 70-årene (median pH = 4,75) og er blitt enda surere i slutten av 70-årene (median pH = 4,64). Tilsvarende har Storelva sunket fra 5,63 til 5,27. Karakteristisk for Mandalselva årene 1977-79 er en total mangel på pH-observasjoner over 4,80 i motsetning til først i perioden. For Storelva er det fremdeles en nesten like stor hyppighet av observasjoner over 5,8, mens hyppigheten av lavere pH-observasjoner er øket betraktelig.

Vi har også tegnet inn henholdsvis 10%- og 90%-linjene (fraktiler) i figur 3. Ved å betrakte verdiene mellom disse to områdene (dvs. 80% av observasjonene) utelukker en eventuelle ekstremverdier (som kan skyldes spesielle naturforhold eller analysefeil).

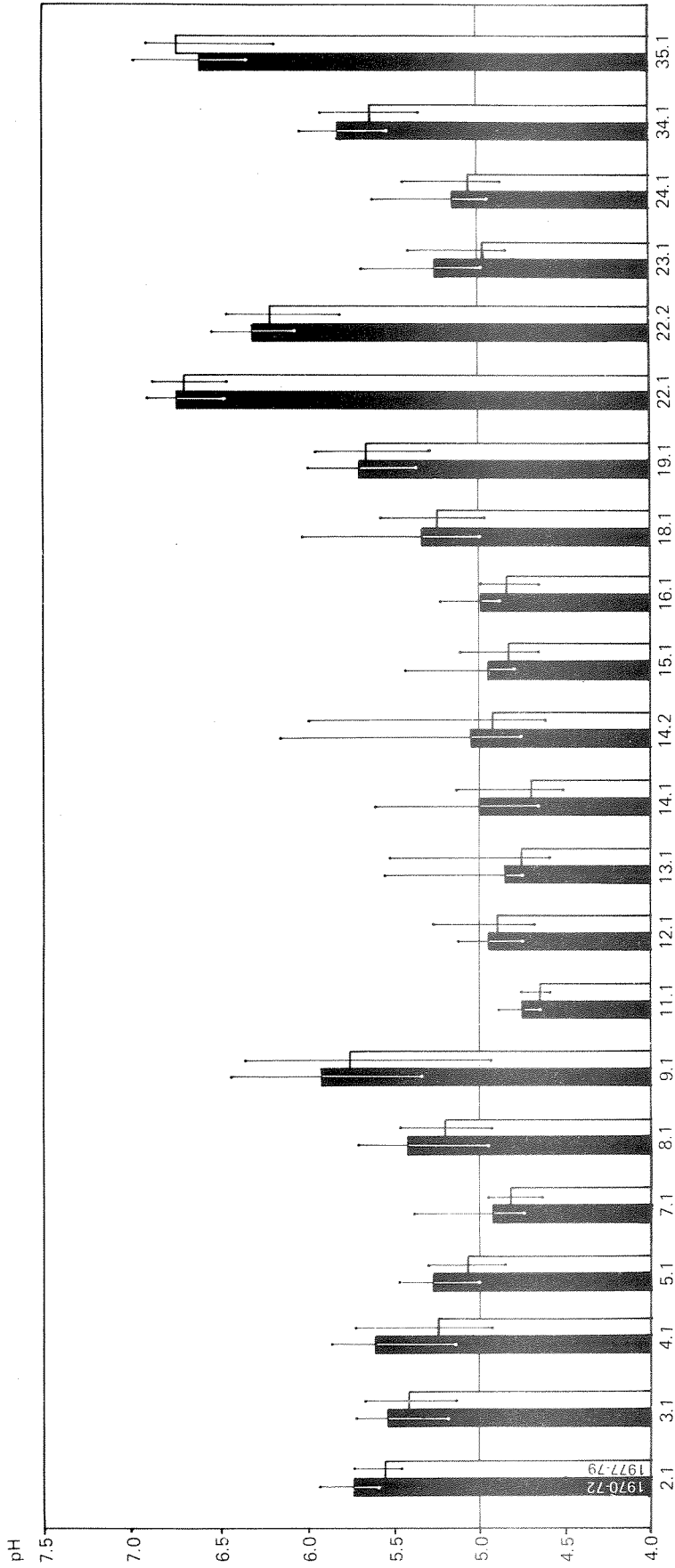


Fig. 4. Kumulativ hyppighet av pH-observasjoner i elver med regelmessige observasjoner fra 1970 for periodene 1970-72 og 1977-79. Median og 10%- og 90%-fraktilene er vist.

En forenklet fremstilling av kumulativ hyppighet er gitt i figur 4, der medianen (50 %) og 10%- og 90%-fraktilene er tegnet for elver med regelmessige observasjoner fra 1970. Det fremgår klart at for alle elver, unntatt Namsen, er medianen sunket fra 1970-72 til 1977-79, dvs. at observasjoner med lavere pH er blitt hyppigere.

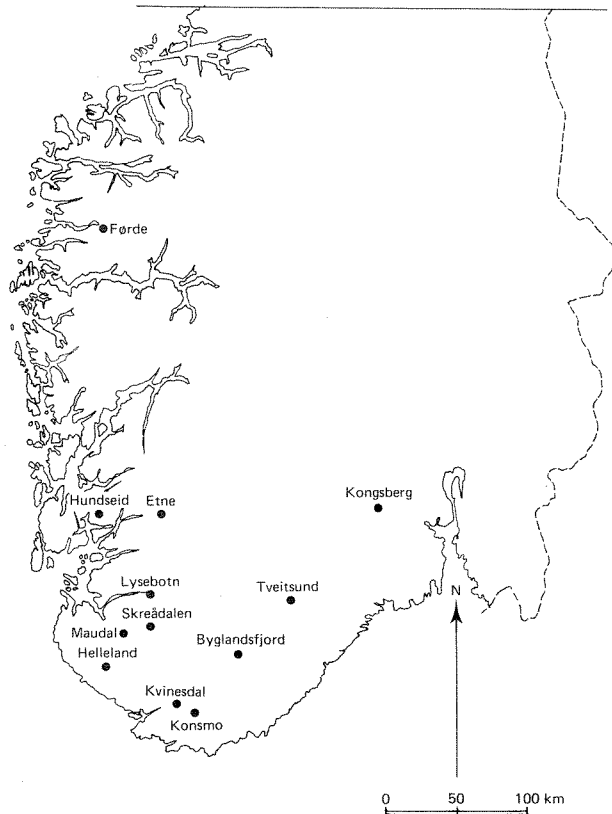
En samlenligning av nedbørforholdene i de to tidsperioder er vist i tabell 5.

Tabell 5. Nedbørforhold ved et utvalg nedbørstasjoner for årene 1970-72 og 1977-79

Meteorologisk stasjon	Årlig nedbør - % av 30-års normalen							
	1970	1971	1972	Middel 1970-72	1977	1978	1979	Middel 1977-79
2836 Kongsberg	101	80	80	87	90	99	88	92
3723 Tveitsund	96	74	98	89.75	107	88	104	99.75
3969 Byglandsfjord	88	69	95		103	81	103	
4166 Kongsmo	94	81	97		101	80	112	
4188 Kvinesdal	97	85	104		105	85	119	
4289 Skreådalen	92	107	100	102	101	89	116	102
4345 Helleland	106	108	95	103	110	93	124	109
4381 Maudal	100	111	94	102	101	87	117	102
4535 Lysebotn	102	134	96	110	92	108	120	107
4685 Hundseid	98	125	94	106	90	92	113	98
4750 Etne	97	123	100	107	91	99	112	101
5718 Førde	87	146	93	109	89	108	103	100
Middel	97 ⁺⁵	105 ⁺²⁵	95 ⁺⁶	99 ⁺⁹	97 ⁺⁸	93 ⁺⁹	111 ⁺¹⁰	101 ⁺⁴

Til tross for at nedbørfordelingen er ulik på Sørlandet og Vestlandet (Sørlandet 1977-79 > 1970-72, Vestlandet 1977-79 < 1970-72) har det skjedd en regional pH-senkning i begge landsdeler. Derfor kan det ikke være vesentlige forskjeller i nedbørmengder som er årsaken til den systematiske økningen i antall observasjoner med lavere pH-verdier.

Fig. 5. Beliggenhet av nedbørstasjoner referert til i tabell 5.



For 8 av elvene fins det regelmessige data fra 1966. Ved å kumulere observasjonene for to og to år (figur 6) ser en igjen en systematisk økning i hyppighet av lave pH-observasjoner i alle elvene.

3.3 Presentasjon av tidstrender i overvåkingen

De 4 presentasjonsformene som er diskutert foran, multippel regresjon, enkel regresjon på enkeltdata, enkel regresjon på årsmidler og kumulativ hyppighet av pH-observasjoner gir alle samme tendens til nedgang i pH med tiden for de samme elvene. Som presentasjonsform og for vurdering i overvåkingssammenheng synes en enkel lineær regresjon på årsmidler å være den mest hensiktsmessige.

Tabellene 6 og 7 gir korrelasjonskoeffisienter, regresjonslinjer og signifikanssannsynligheter for årsmidler av henholdsvis pH og hardhet for alle elvene i DVF's elveserie. Antall

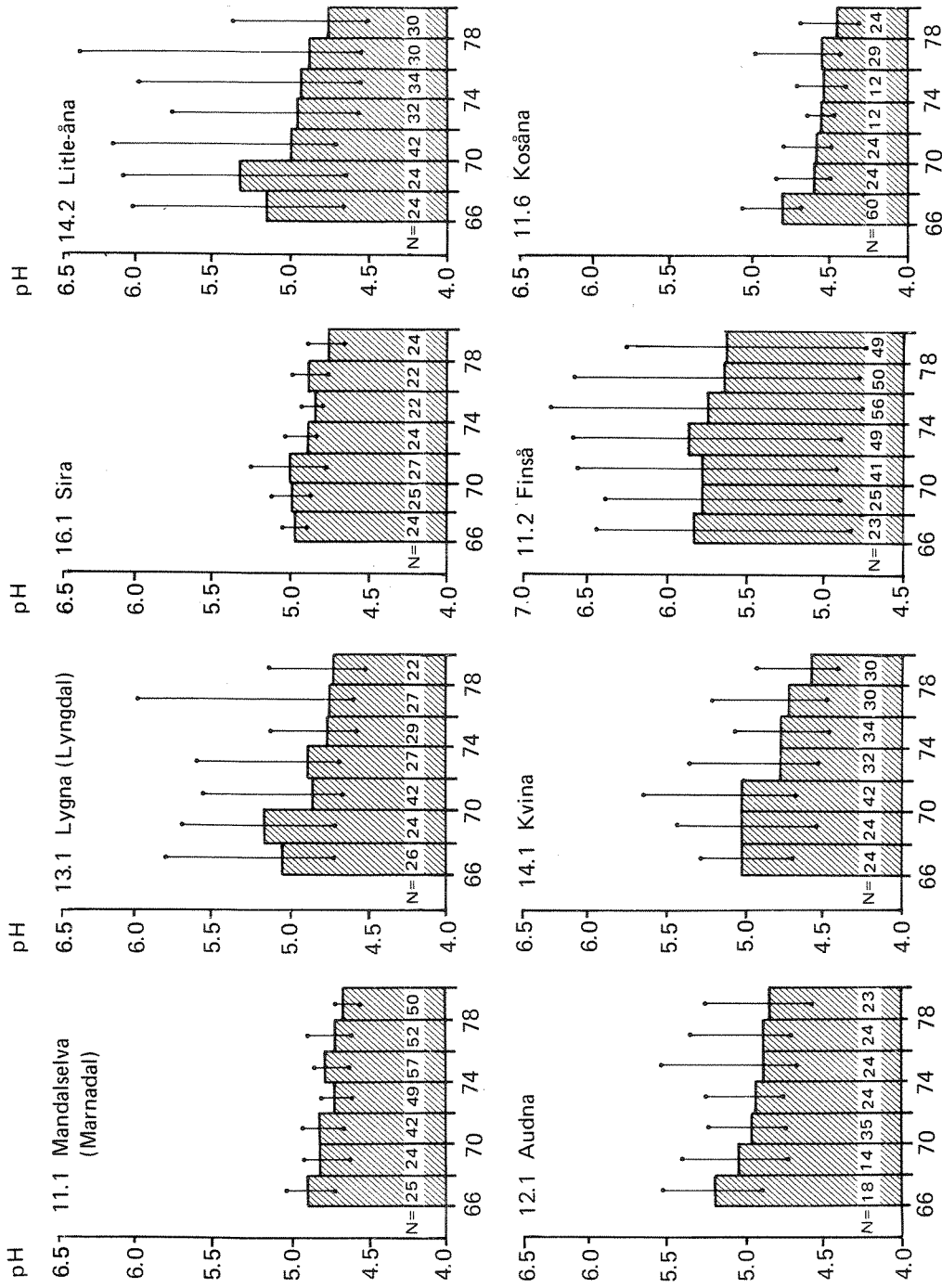


Fig. 6. Median, 10% og 90%-fraktiler for elver med data fra 1966, der observasjonene for to og to er slått sammen. N angir antall observasjoner bak hver søyle

Tabell 6. Enkel regresjon av pH mot tid, årsmidler.

Elv nr.	Lokalitet	Navn	Start år	N	Regresjonslinje	Korrelasjonskoeff. R	Signifikanssannsynlighet, p	ΔpH/År
1	1	Numedalslågen	1970	10	pH = 6.63 - 0.035t	-.77	.01	-0.035
1	2	Pålsbufjord	1971	9	pH = 6.63 - 0.021t	-.66	.65	-0.021
1	3	Tunhovdfjord	1971	9	pH = 6.43 - 0.024t	-.75	.01	-0.024
2	1	Kammerforselva	1970	10	pH = 5.85 - 0.018t	-.49	.1	-0.018
3	1	Gjerstadelva	1970	10	pH = 5.58 - 0.006t	-.21		-0.006
4	1	Storelva i Holt	1970	10	pH = 5.77 - 0.037t	-.79	.01	-0.037
5	1	Nidelva	1970	10	pH = 5.32 - 0.023t	-.77	.01	-0.023
7	1	Tovdalselva	1970	10	pH = 5.07 - 0.024t	-.76	.01	-0.024
8	1	Otra v/ Vennessla	1970	10	pH = 5.48 - 0.027t	-.78	.01	-0.027
9	1	Søgneelva	1970	10	pH = 5.98 - 0.031t	-.75	.01	-0.031
11	1	Mandalselva ved Marnardal	1965	15	pH = 4.93 - 0.017t	-.79	.001	-0.017
11	2	Finsåa	1965	15	pH = 5.92 - 0.017t	-.43	.1	-0.017
11	7	Mandalselva ved Håverstad	1965	15	pH = 4.93 - 0.014t	-.72	.001	-0.014
11	8	Logna	1965	15	pH = 5.10 - 0.028t	-.82	.001	-0.028
11	9	Skjerka	1965	15	pH = 4.89 - 0.023t	-.79	.001	-0.023
12	1	Audna	1966	14	pH = 5.18 - 0.016t	-.64	.01	-0.016
13	1	Lygna	1966	14	pH = 5.24 - 0.029t	-.67	.01	-0.029
13	2	Lygna, utl. Lyggen	1971	9	pH = 4.79 - 0.025t	-.86	.01	-0.025
13	3	Veggebekken	1971	9	pH = 5.17 - 0.033t	-.74	.01	-0.033
13	4	Gletneelva	1971	9	pH = 5.23 - 0.050t	-.94	.001	-0.050
13	5	Laua	1971	9	pH = 5.38 - 0.043t	-.83	.01	-0.043
14	1	Kvina	1966	14	pH = 5.20 - 0.035t	-.81	.001	-0.035
14	2	Littleåna	1966	14	pH = 5.40 - 0.026t	-.63	.01	-0.026
15	1	Feda	1970	10	pH = 5.16 - 0.030t	-.70	.01	-0.030
16	1	Sira	1966	14	pH = 5.07 - 0.015t	-.73	.01	-0.015
16	2	Moisåna	1970	10	pH = 4.93 - 0.007t	-.28		-0.007
17	1	Sokndalselva	1972	8	pH = 4.93 - 0.008t	-.68	.05	-0.008
18	1	Hellelandselva	1970	10	pH = 5.38 - 0.021t	-.55	.1	-0.021
19	1	Bjerkreimsåna	1970	10	pH = 5.66 - 0.010t	-.39		-0.010
20	1	Ogna	1971	9	pH = 5.89 - 0.018t	-.47		-0.018
21	1	Fuglestadelva	1971	9	pH = 6.35 - 0.023t	-.46		-0.023
22	1	Ims ved Sandnes	1970	10	pH = 6.72 + 0.001t	.10		+0.001
22	2	Ims ved Eikelivvatn	1970	10	pH = 6.38 - 0.020t	-.75	.01	-0.020
23	1	Dirdalselva	1970	10	pH = 5.25 - 0.027t	-.73	.01	-0.027
24	1	Frafjordelva	1970	10	pH = 5.17 - 0.010t	-.38		-0.010
25	1	Mæleelva	1972	8	pH = 5.88 - 0.008t	-.19		-0.008
26	1	Årdalselva	1972	8	pH = 5.90 - 0.012t	-.56	.1	-0.012
27	1	Hjelmelandselva	1972	8	pH = 6.08 - 0.023t	-.56	.1	-0.023
28	1	Vormedalselva	1973	7	pH = 6.00 - 0.011t	-.42		-0.011
29	1	Ulla	1972	8	pH = 5.98 + 0.017t	.35		+0.017
30	1	Suldalslågen	1972	8	pH = 6.29 - 0.022t	-.79	.01	-0.022
31	1	Saudaelva	1972	8	pH = 5.65 - 0.000t	.00		.000
32	1	Vikedalselva	1972	8	pH = 5.56 - 0.028t	-.62	.05	-0.028
33	1	Etneelva	1972	8	pH = 6.38 - 0.021t	-.67	.05	-0.021
34	1	Nausta	1971	9	pH = 5.73 - 0.014t	-.62	.05	-0.014
35	1	Namsen	1971	9	pH = 6.72 + 0.000t	.00		.000
36	1	Nordfjordelva	1970	10	pH = 6.57 - 0.003t	-.08		-0.003
37	1	Russelva	1970	10	pH = 6.50 - 0.016t	-.54	.1	-0.016
38	1	Stabburselva	1974	6	pH = 7.01 - 0.023t	-.61		-0.023

* R ikke signifikant når p ikke er angitt

Tabell 7. Enkel regresjon av hardhet mot tid, årsmidler.

Elv nr.	Lokalitet	Navn	Start år	N	Regresjonslinje		Signifikanssannsynlighet, p	ΔdH/år
1	1	Numedalslågen	1970	10	Hard = 4.01 + 0.02t	.11		+ .02
1	2	Pålsbufjord	1973	7	Hard = 4.26 + 0.03t	.43		+ .02
1	3	Tunhovdfjord	1973	7	Hard = 5.07 - 0.12t	-.62	.05	- .12
2	1	Kammerforselva	1970	10	Hard = 3.94 + 0.03t	.29		+ .03
3	1	Gjerstadelva	1970	10	Hard = 3.91 + 0.05t	.37		+ .05
4	1	Storelva i Holt	1970	10	Hard = 3.86 + 0.05t	.52	.05	+ .05
5	1	Nidelva	1970	10	Hard = 2.45 + 0.00t	.02		.00
7	1	Tovdalselva	1970	10	Hard = 2.79 - 0.01t	-.25		- .01
8	1	Otra v/ Vennessla	1970	10	Hard = 2.09 - 0.00t	-.05		.00
9	1	Søgneelva	1970	10	Hard = 7.07 + 0.04t	.14		+ .04
11	1	Mandalselva ved Marnardal	1965	15	Hard = 1.88 + 0.01t	.31		+ .01
11	2	Finsåa	1965	15	Hard = 4.43 + 0.12t	.55	.02	+ .12
11	7	Mandalselva ved Håverstad	1970	10	Hard = 1.85 - 0.00t	-.09		.00
11	8	Logna	1970	10	Hard = 1.59 - 0.01t	-.28		- .01
11	9	Skjerka	1970	10	Hard = 1.57 - 0.01t	-.11		- .01
12	1	Audna	1966	14	Hard = 3.30 + 0.04t	.39		+ .04
13	1	Lygna	1966	14	Hard = 2.54 + 0.03t	.30		+ .03
13	2	Lygna, utl. Lyggen	1971	9	Hard = 2.23 - 0.02t	-.22		- .02
13	3	Veggebekken	1971	9	Hard = 3.28 + 0.03t	.28		+ .03
13	4	Gletneelva	1971	9	Hard = 2.87 - 0.01t	-.12		- .01
13	5	Laua	1971	9	Hard = 2.96 - 0.00t	-.02		.00
14	1	Kvina	1966	14	Hard = 2.20 + 0.04t	.30		+ .04
14	2	Littleåna	1966	14	Hard = 3.06 + 0.00t	.03		.00
15	1	Feda	1970	10	Hard = 3.31 - 0.03t	-.24		- .03
16	1	Sira	1966	14	Hard = 1.71 + 0.01t	.20		+ .01
16	2	Moisåna	1970	10	Hard = 2.75 - 0.03t	-.27		- .03
17	1	Sokndalselva	1973	7	Hard = 3.30 + 0.02t	.15		+ .02
18	1	Hellelandselva	1970	10	Hard = 3.08 + 0.00t	.02		.00
19	1	Bjerkreimsåna	1970	10	Hard = 2.97 + 0.02t	.24		+ .02
20	1	Ogna	1971	9	Hard = 4.19 + 0.10t	.42		+ .10
21	1	Fuglestadelva	1971	9	Hard = 5.24 + 0.09t	.30		+ .09
22	1	Ims ved Sandnes	1970	10	Hard = 7.26 + 0.06t	.39		+ .06
22	2	Ims ved Eikelivatn	1970	10	Hard = 6.52 - 0.01t	-.07		- .01
23	1	Dirdalselva	1970	10	Hard = 2.03 + 0.00t	.07		.00
24	1	Frafjordelva	1970	10	Hard = 1.81 + 0.04t	.49	.10	+ .04
25	1	Mæleelva	1972	8	Hard = 2.43 + 0.03t	.36		+ .03
26	1	Årdalselva	1972	8	Hard = 2.01 + 0.03t	.46		+ .03
27	1	Hjelmelandselva	1972	8	Hard = 3.23 + 0.05t	.32		+ .05
28	1	Vorredalselva	1973	7	Hard = 2.36 + 0.05t	.44		+ .05
29	1	Ulla	1972	8	Hard = 1.39 + 0.30t	.72	.02	+ .30
30	1	Suldalslågen	1972	8	Hard = 2.08 + 0.04t	.55	.10	.04
31	1	Saudaelva	1972	8	Hard = 2.04 + 0.05t	.50		.05
32	1	Vikedalselva	1972	8	Hard = 2.23 + 0.03t	.35		.03
33	1	Etnelva	1972	8	Hard = 3.06 + 0.02t	.21		.02
34	1	Nausta	1971	9	Hard = 1.83 - 0.01t	-.13		- .01
35	1	Namsen	1971	9	Hard = 5.37 + 0.10t	.55	.10	+ .10
36	1	Nordfjordelva	1970	10	Hard = 3.02 + 0.06t	.74	.01	+ .06
37	1	Russelva	1973	7	Hard = 5.44 - 0.10t	-.31		- .10

* R ikke signifikant når p ikke er angitt.

Tabell 8. Enkel regresjon av H^+ mot tid, årsmidler.

Elv nr.	Lokalitet	Navn	N	Regresjonslinje	R	Signifikanssannsynlighet	%-økning i H^+ /år
1	1	Numedalslågen	10	$H^+ = 0.26 + 0.025t$.72	.01	9.7
1	2	Pålsbufjord	9	$H^+ = 0.22 + 0.014t$.54	.10	6.2
1	3	Tunhovdfjord	8	$H^+ = 0.48 + 0.020t$.38		4.2
2	1	Kammerforselva	10	$H^+ = 1.55 + 0.071t$.46		4.6
3	1	Gjerstadelva	10	$H^+ = 3.11 + 0.058t$.30		1.9
4	1	Storelva i Holt	10	$H^+ = 1.75 + 0.343t$.81	.01	19.6
5	1	Nidelva	10	$H^+ = 5.05 + 0.400t$.81	.01	7.9
7	1	Tovdalselva	10	$H^+ = 10.24 + 0.633t$.78	.01	6.2
8	1	Otra v/ Vennesla	10	$H^+ = 3.91 + 0.305t$.80	.01	7.8
9	1	Søgneelva	10	$H^+ = 1.39 + 0.329t$.84	.001	23.6
11	1	Mandalselva ved Marnardal	15	$H^+ = 11.90 + 0.623t$.82	.001	5.2
11	2	Finsåa	15	$H^+ = 2.25 + 0.255t$.78	.001	11.3
11	7	Mandalselva ved Håverstad	15	$H^+ = 11.20 + 0.630t$.82	.001	5.6
11	8	Logna	15	$H^+ = 8.04 + 0.762t$.93	.001	9.5
11	9	Skjerka	15	$H^+ = 12.20 + 1.030t$.95	.001	8.5
12	1	Audna	14	$H^+ = 7.43 + 0.400t$.75	.001	5.4
13	1	Lygna	14	$H^+ = 7.13 + 0.735t$.76	.001	10.3
13	2	Lygna, utl. Lygnen	9	$H^+ = 16.30 + 1.210t$.86	.001	7.4
13	3	Veggebekken	9	$H^+ = 7.10 + 0.936t$.92	.001	13.2
13	4	Gletneelva	9	$H^+ = 7.47 + 1.350t$.96	.001	18.1
13	5	Laua	9	$H^+ = 5.92 + 0.850t$.88	.001	14.3
14	1	Kvina	14	$H^+ = 7.00 + 0.990t$.90	.001	14.2
14	2	Littleåna	14	$H^+ = 6.31 + 0.578t$.76	.001	9.2
15	1	Feda	10	$H^+ = 8.08 + 0.636t$.78	.010	7.9
16	1	Sira	14	$H^+ = 8.40 + 0.450t$.78	.001	5.4
16	2	Moisåna	10	$H^+ = 11.70 + 0.254t$.68	.020	2.2
17	1	Sokndalselva	8	$H^+ = 11.00 + 0.444t$.86	.010	4.1
18	1	Hellelandselva	10	$H^+ = 5.52 + 0.205t$.44		3.7
19	1	Bjerkreimsåna	10	$H^+ = 2.62 + 0.065t$.40		2.5
20	1	Ogna	10	$H^+ = 1.70 + 0.175t$.57	.050	10.3
21	1	Fuglestadelva	10	$H^+ = 0.97 + 0.038t$.30		3.9
22	1	Ims ved Sandnes	9	$H^+ = 0.19 + 0.000t$.04		0.1
22	2	Ims ved Eikelivatn	9	$H^+ = 0.43 + 0.242t$.77	.010	9.7
23	1	Dirdalselva	10	$H^+ = 6.22 + 0.494t$.77	.010	7.9
24	1	Frafjordelva	10	$H^+ = 7.46 + 0.182t$.45		2.4
25	1	Mæleelva	8	$H^+ = 1.51 + 0.043t$.27		2.9
26	1	Årdalselva	8	$H^+ = 1.45 + 0.023t$.30		1.6
27	1	Hjelmelandselva	8	$H^+ = 1.02 + 0.063t$.39		6.2
28	1	Vormedalselva	7	$H^+ = 1.11 + 0.093t$.75	.020	8.4
29	1	Ulla	8	$H^+ = 1.13 - 0.021t$	-.21		-1.9
30	1	Suldalslågen	8	$H^+ = 0.514 + 0.033t$.96	.001	6.4
31	1	Saudaelva	8	$H^+ = 2.59 + 0.031t$.20		1.2
32	1	Vikedalselva	8	$H^+ = 2.69 + 0.314t$.70	.020	11.7
33	1	Etneelva	8	$H^+ = 0.411 + 0.028t$.75	.020	6.8
34	1	Nausta	9	$H^+ = 2.11 + 0.075t$.66	.050	3.5
35	1	Namsen	10	$H^+ = 0.226 + 0.001t$.05		0.5
36	1	Nordfjordelva	10	$H^+ = 0.49 - 0.021t$	-.31		-4.2
37	1	Russelva	10	$H^+ = 0.33 + 0.013t$.46		3.9
38	1	Stabburselva	8	$H^+ = 0.072 + 0.010t$.77	.010	13.9

observasjoner angir antall år det er data med sammenlignbare prøvetakingsfrekvenser. Siste år er for alle elver i 1979, slik at en elv med 10 observasjoner har data for årene 1970-79.

I figur 7 er plottet årsmiddel av pH mot tid og avmerket standardavvikene for hver middelvei. Regresjonslinjen (tabell 6) for hver elv er tegnet inn. Denne fremstillingsform for pH-data vil være hensiktsmessig i den fremtidige overvåkingsrapportering. Med jevne mellomrom (f.eks. hvert 3. år) kan årsrapportene bl.a. inneholde diagrammene i figur 7 med tillegg av de aktuelle års middelveier og standardavvik og med den nye regresjonslinje. Dette vil gi grunnlag for kommentarer i forhold til tidligere både for den enkelte elv og for alle elver generelt, bl.a. sett i forhold til nedbørens mengde og sammensetning for de aktuelle år.

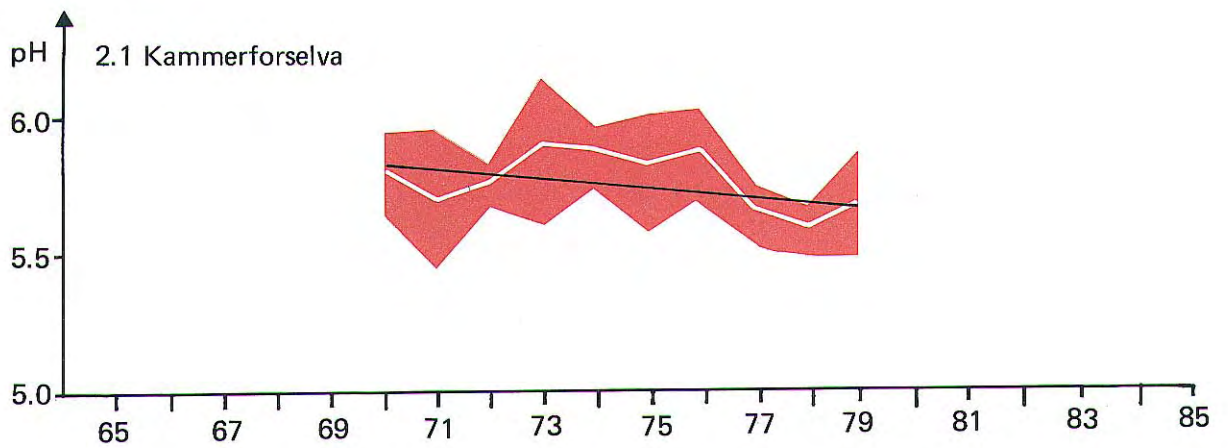
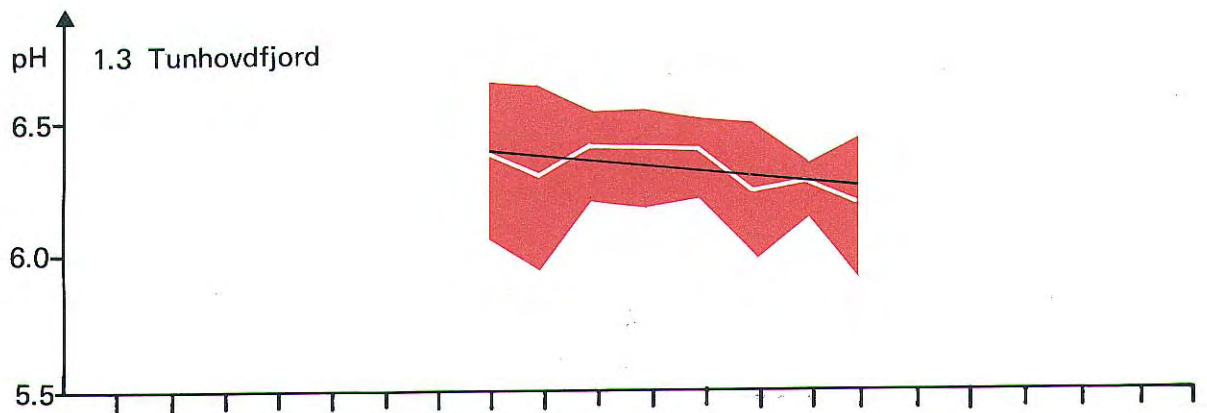
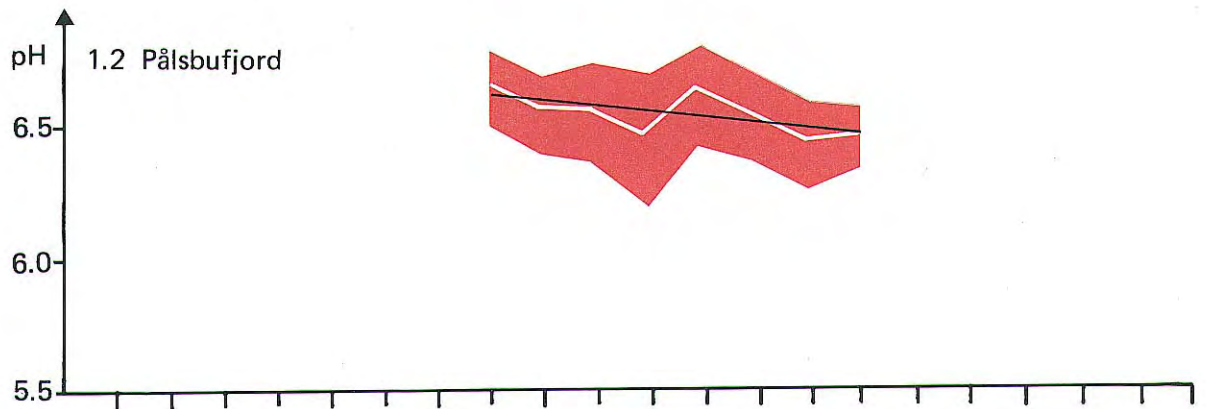
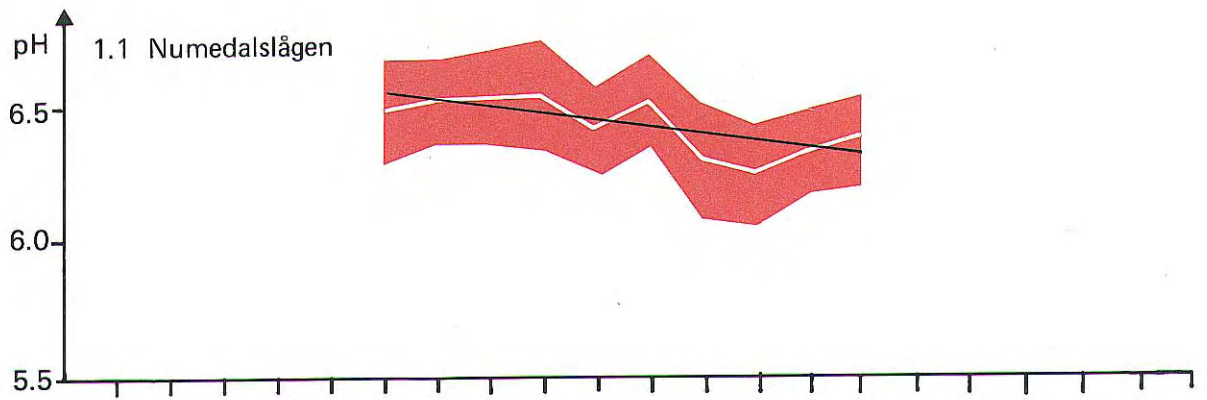
4. VURDERING AV ENDRINGER I pH OG HARDHET FOR PERIODEN 1966-79.

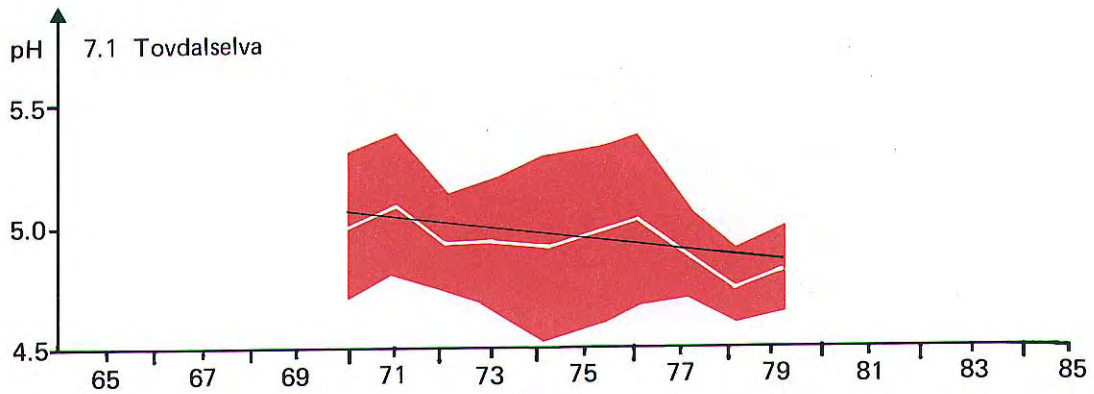
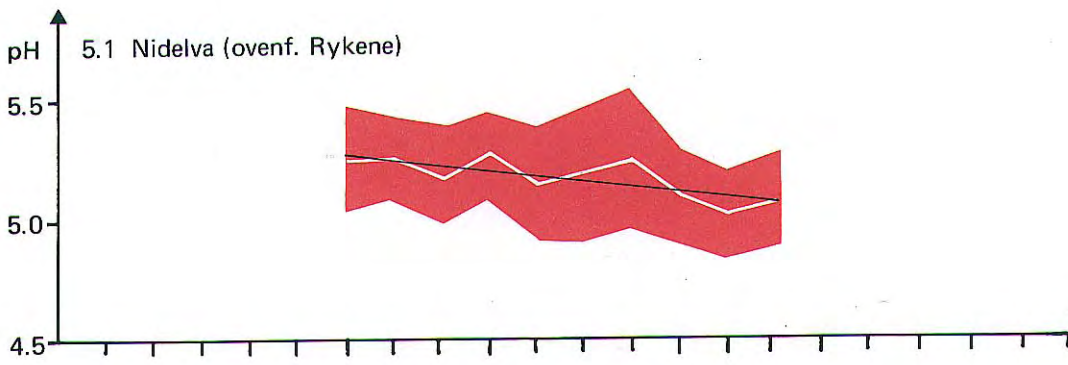
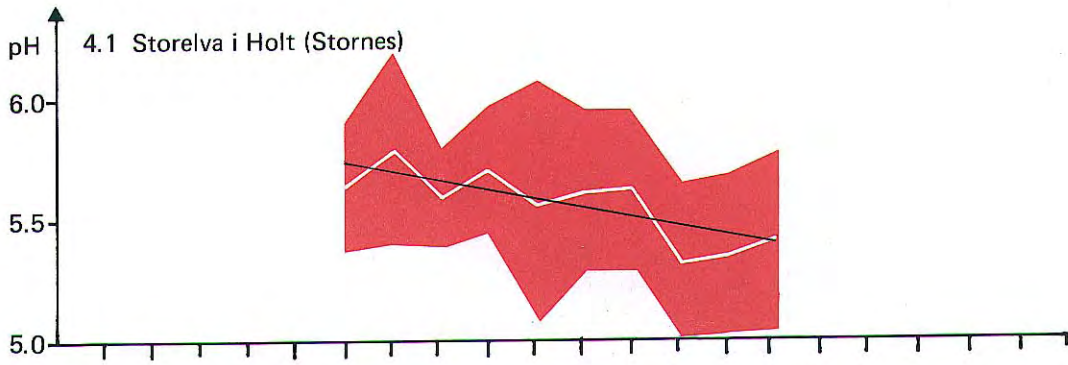
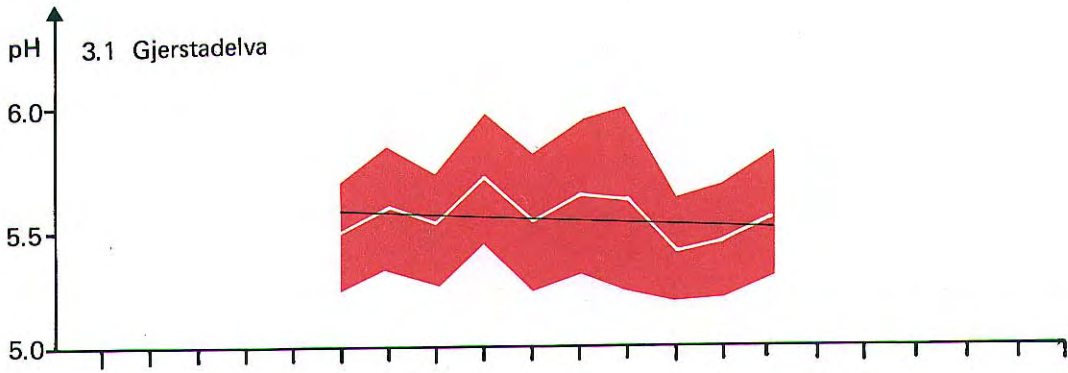
4.1 Endringer i pH

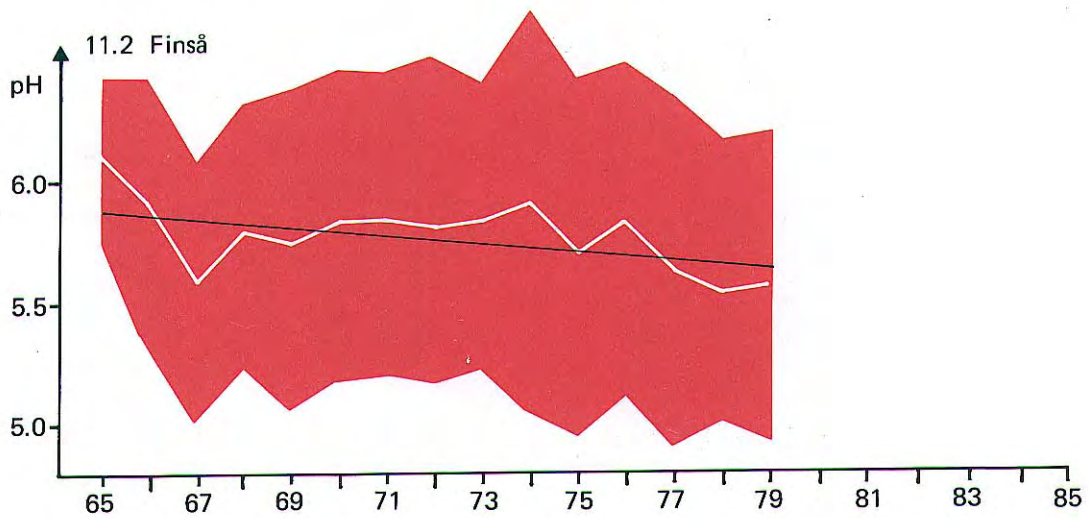
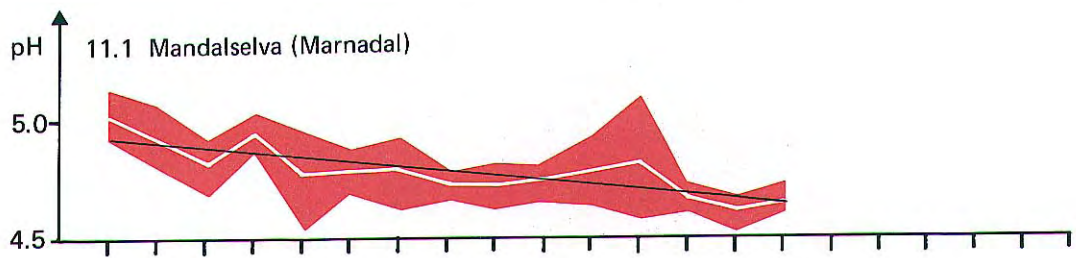
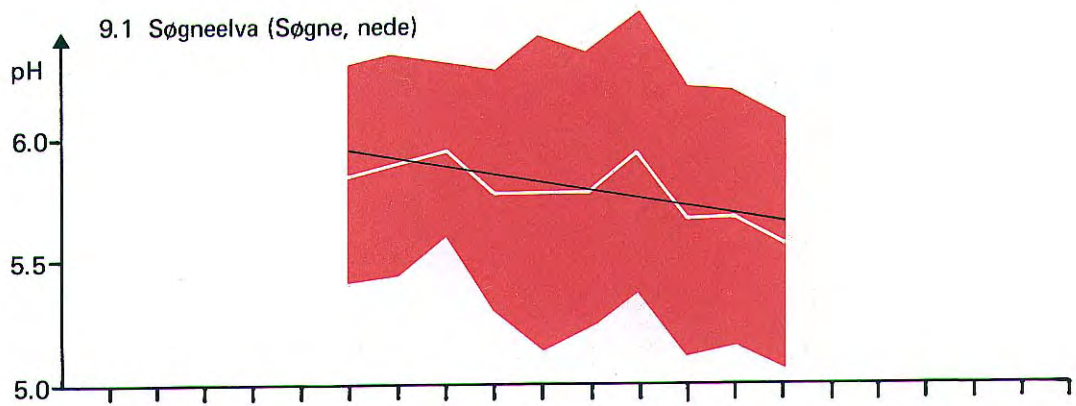
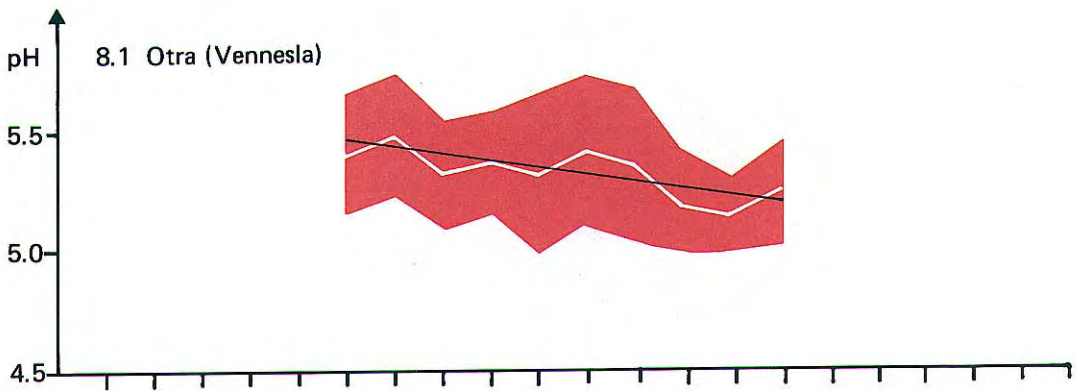
Som tidligere nevnt viser de aller fleste elvene en klar tendens til nedgang i pH i tidsrommet 1966-79 (tabell 6, figur 7). De fleste korrelasjonskoeffisientene er signifikante ($p < 0,1$). Der korrelasjonskoeffisienten ikke er signifikant, er den imidlertid i de aller fleste tilfeller negativ som de øvrige. Unntak er Ims ved Sandnes (22.1), Ulla (29.1), Saudaelva (31.1), Namsen (35.1) og Nordfjordelva (36.1).

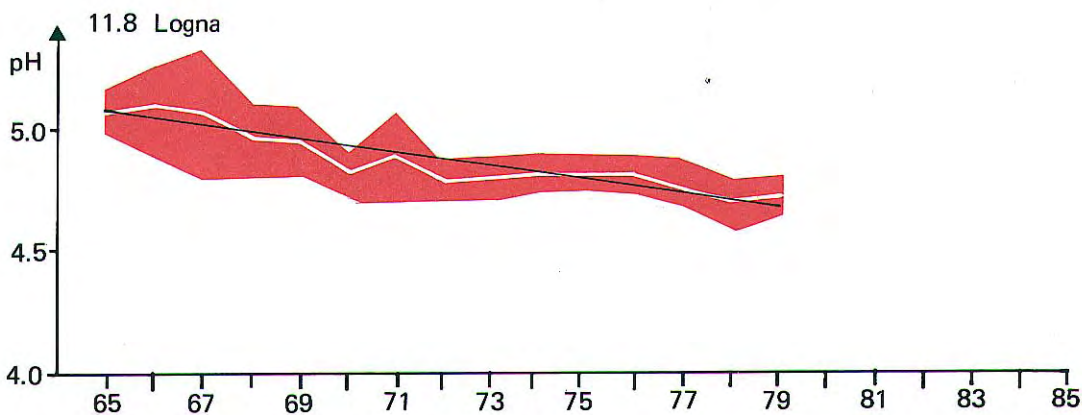
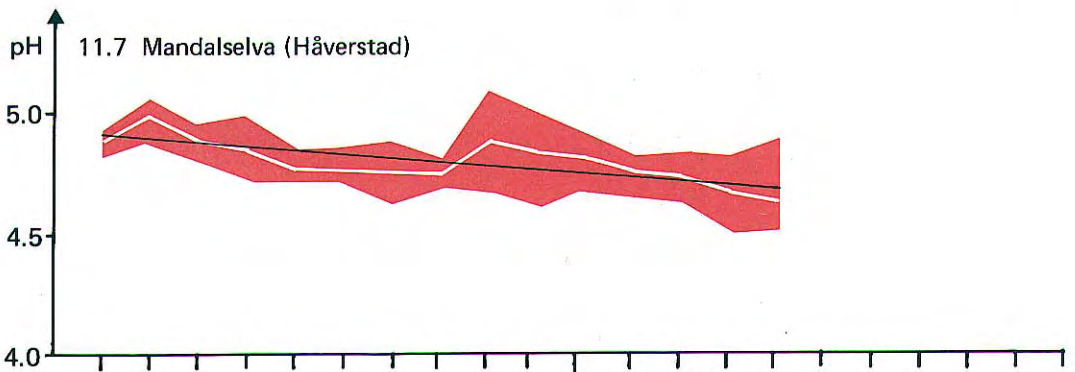
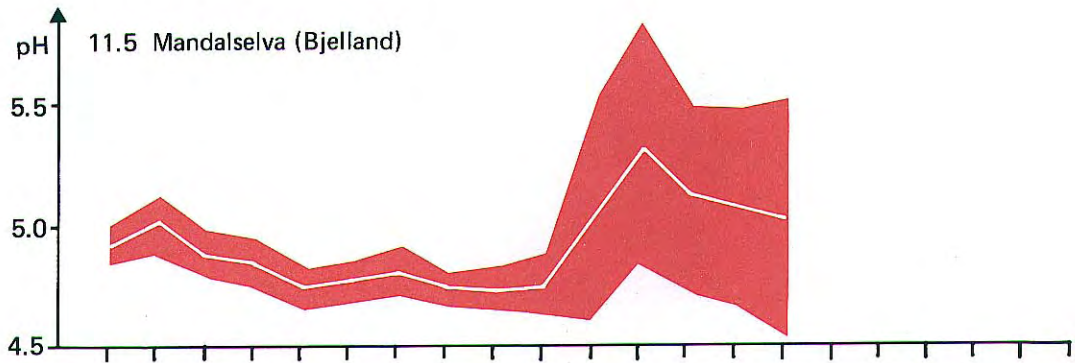
Ims viser et stabilt pH-nivå ved Sandnes der DVF's forskningsstasjon ligger, mens utløpet av Eikelidvatn (22.2) lenger opp i vassdraget viser en klar nedgang i pH i perioden 1970-79. Ims ved Sandnes har åpenbart en tilstrekkelig bufferevne til å motstå den nåværende belastning fra nedbøren og holde pH på et konstant nivå, i motsetning til utløpet av Eikelidvatn. Denne forskjell i respons fra to lokaliteter i samme vassdrag kan forklares ved at Ims har et høyere bufferinnhold, og dette gjenspeiles i høyere pH- og hardhetsverdier (tabellene 6 og 7), faktisk den høyeste hardhet av alle elver.

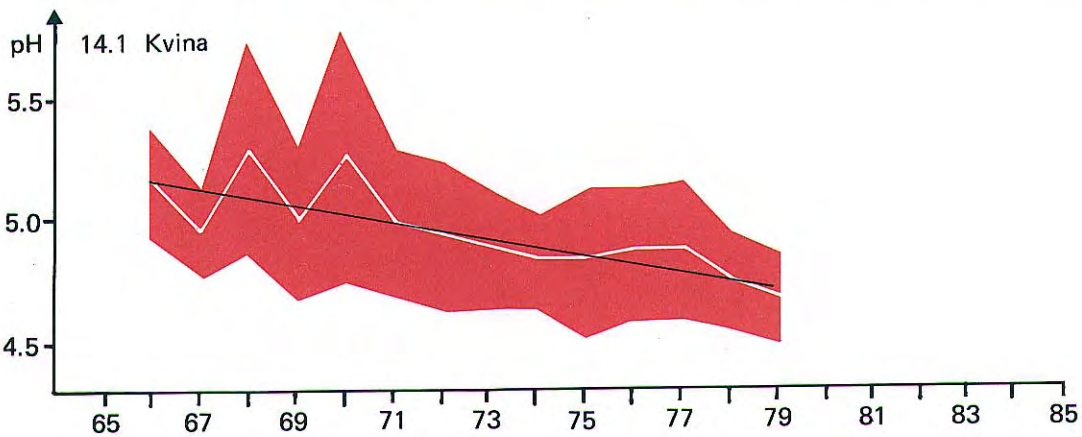
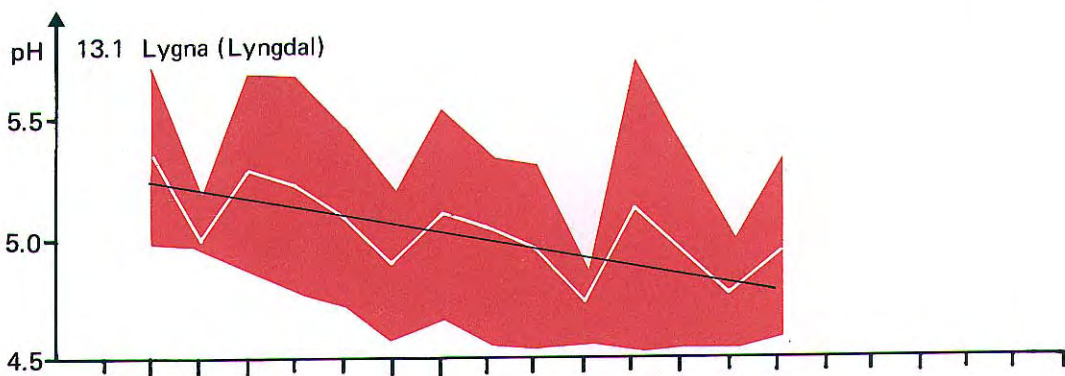
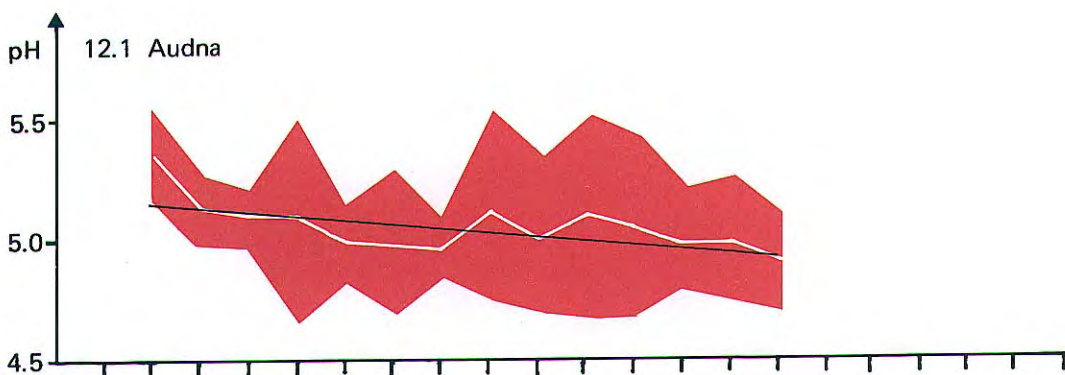
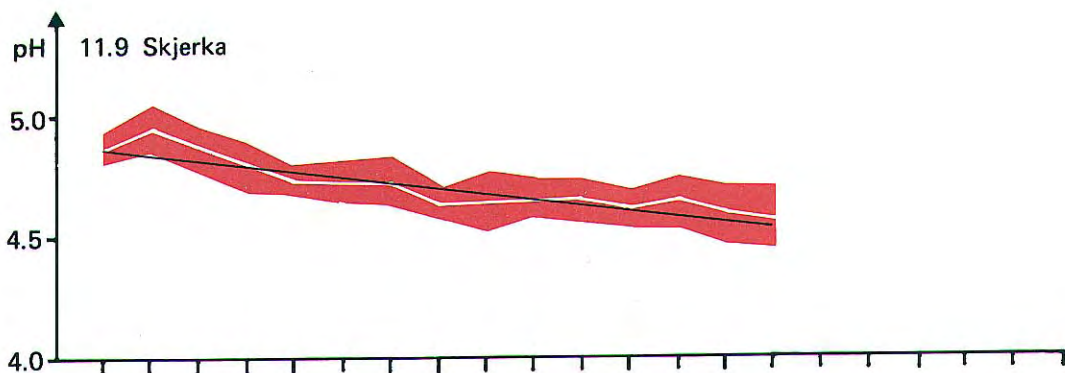
Fig. 7. Side 24-35: Årsmiddel og standardavvik av pH for elver i DVF's elveserie for tidsrom med regelmessig prøvetaking. Regresjonslinjen fra tabell 6 er tegnet inn i diagrammene.

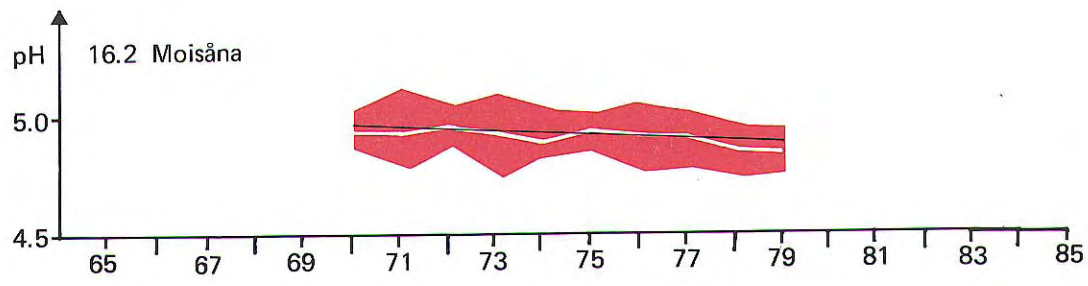
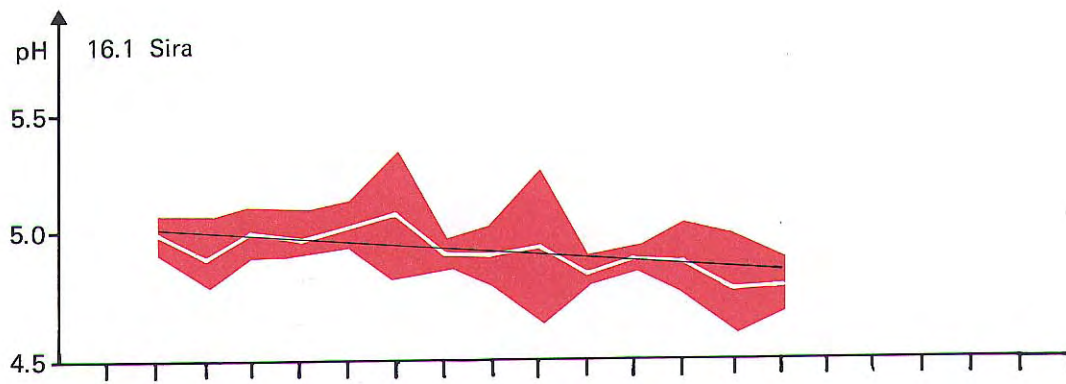
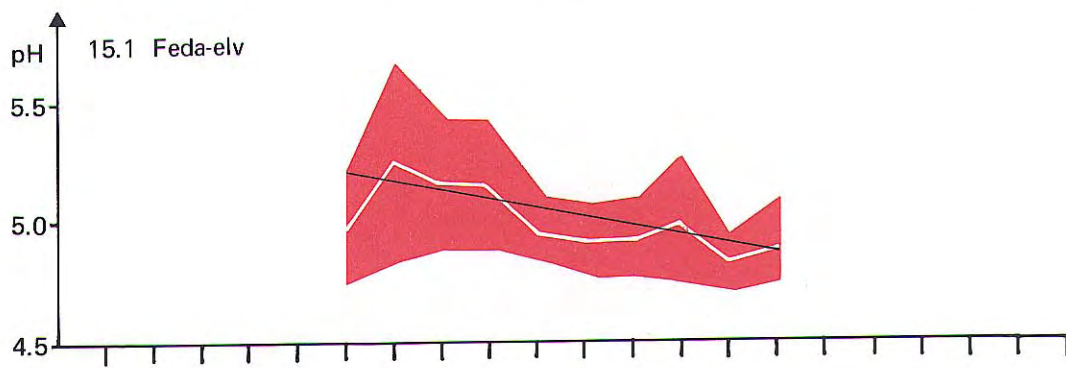
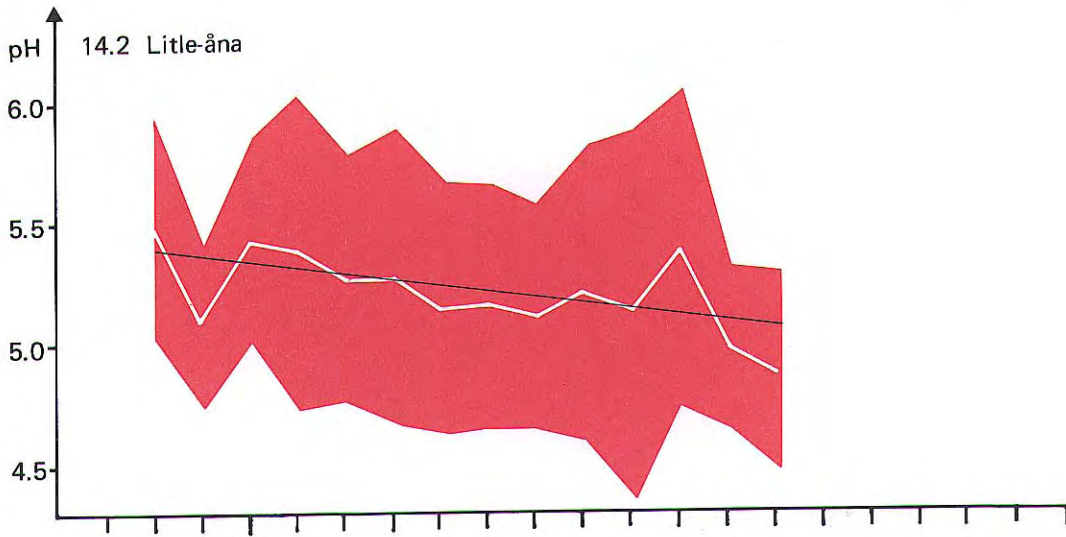


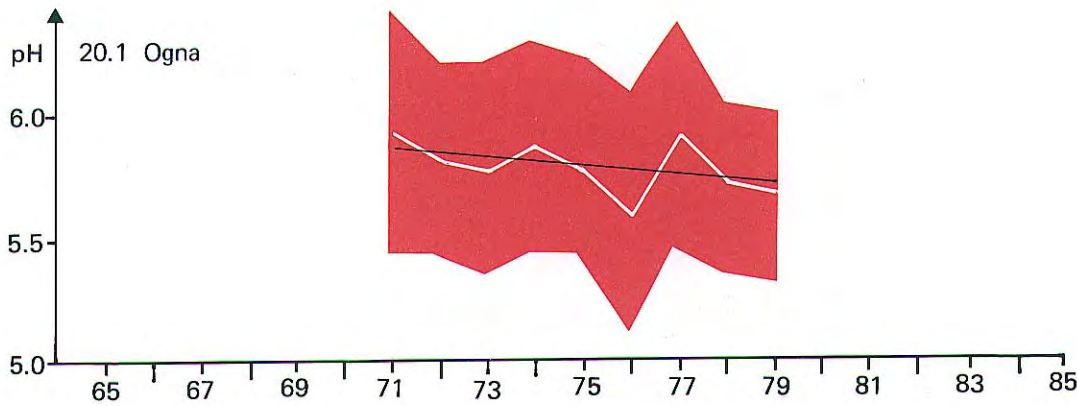
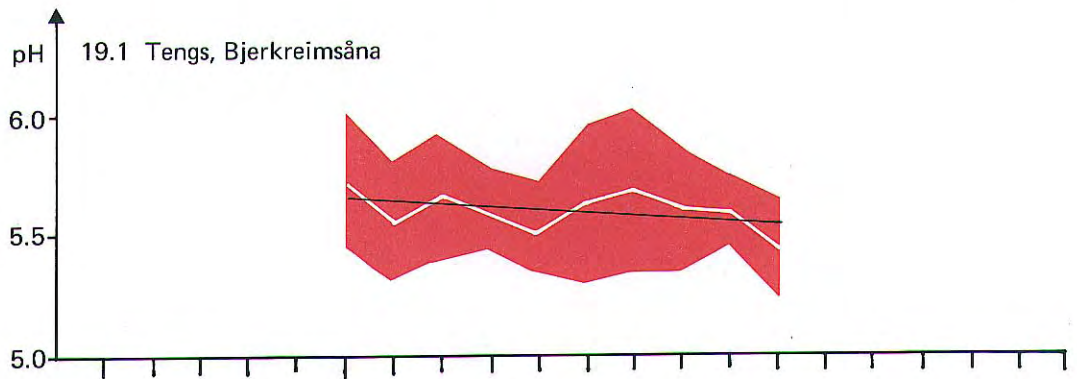
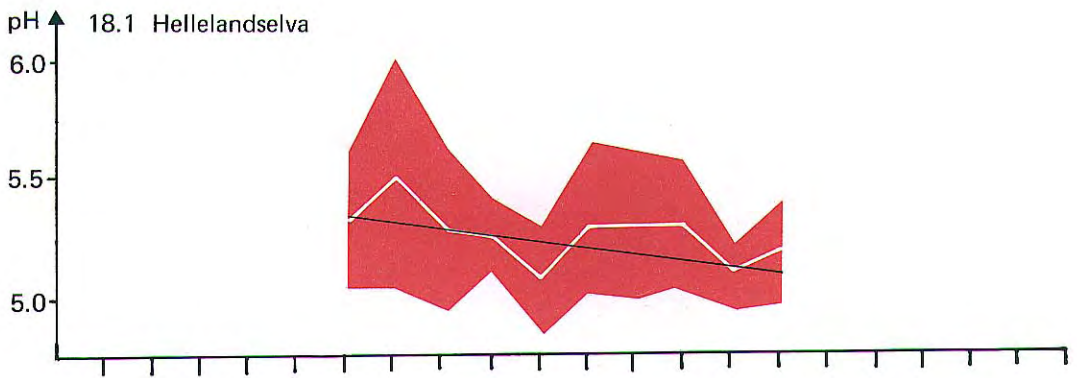
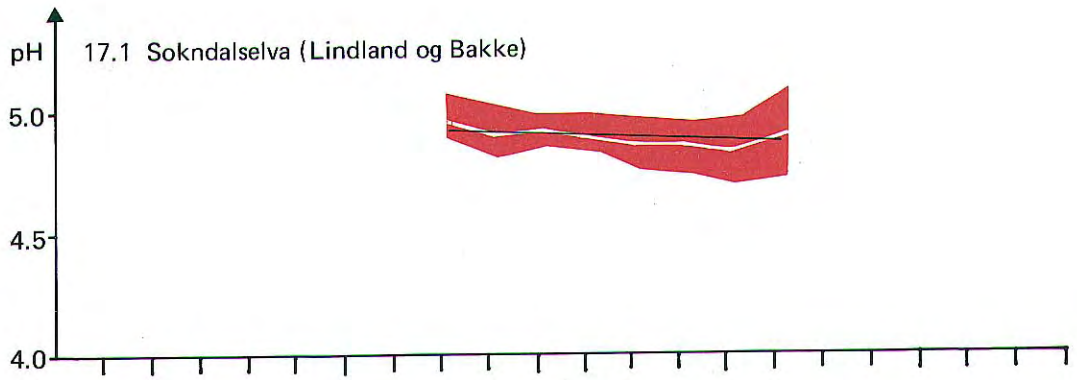


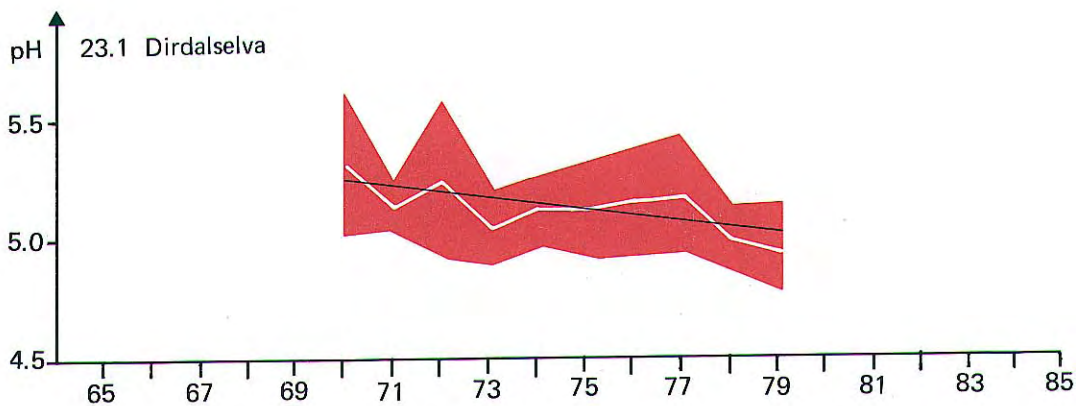
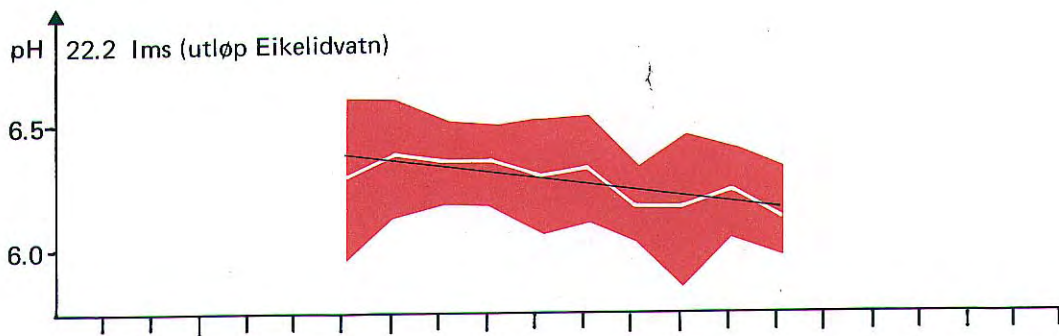
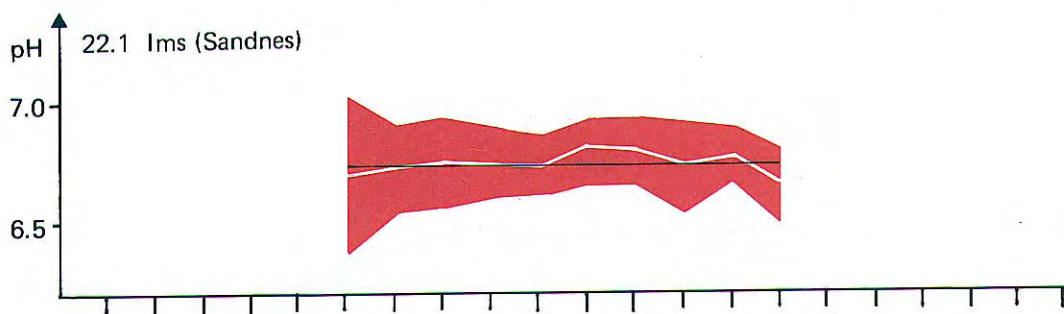
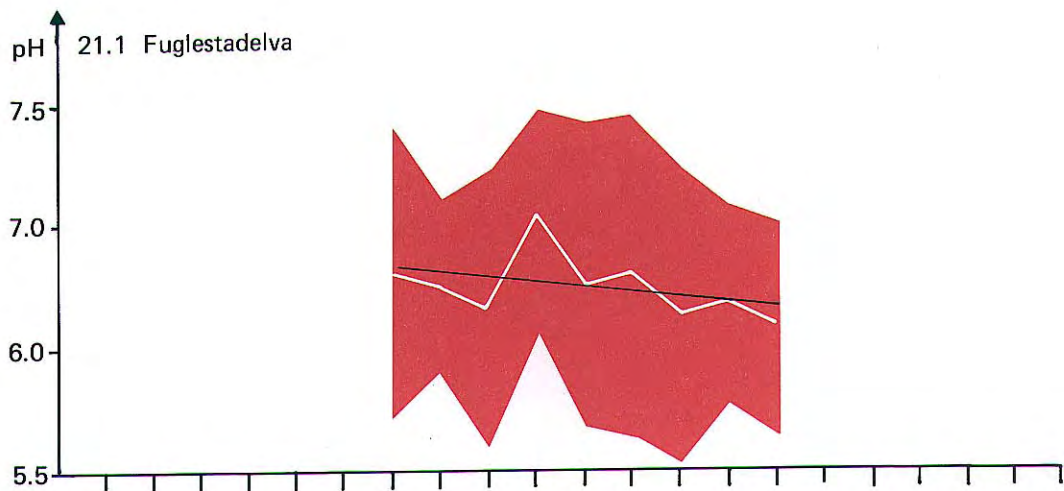


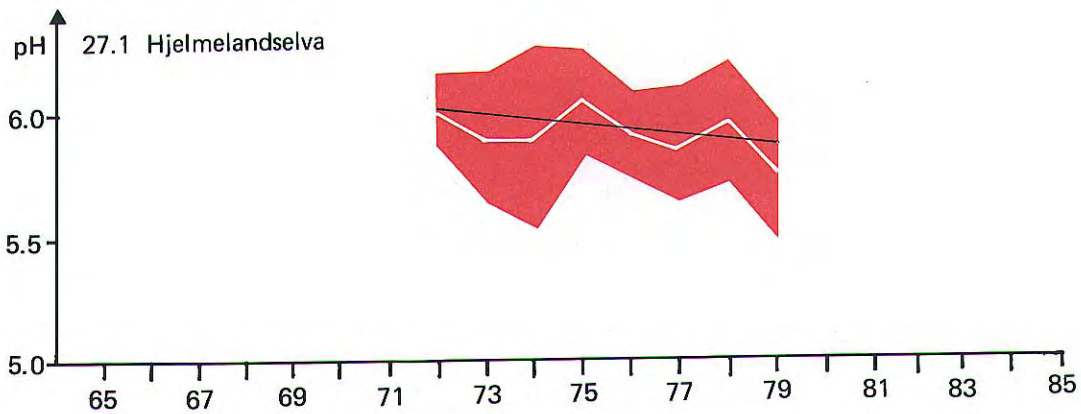
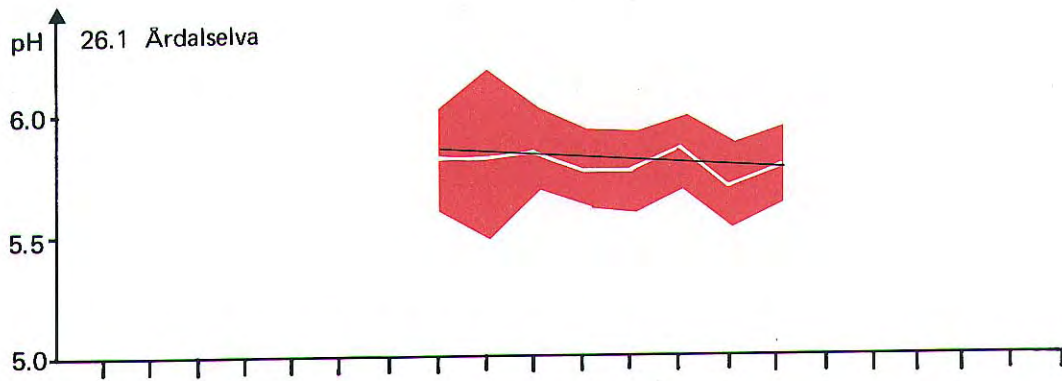
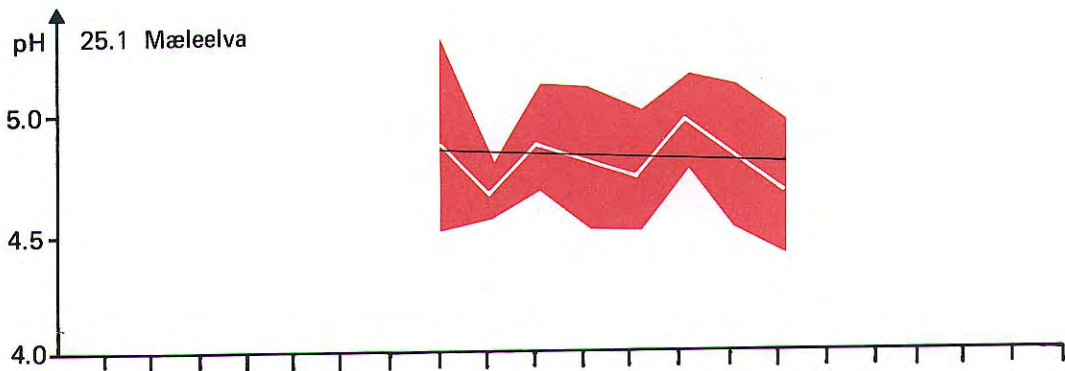
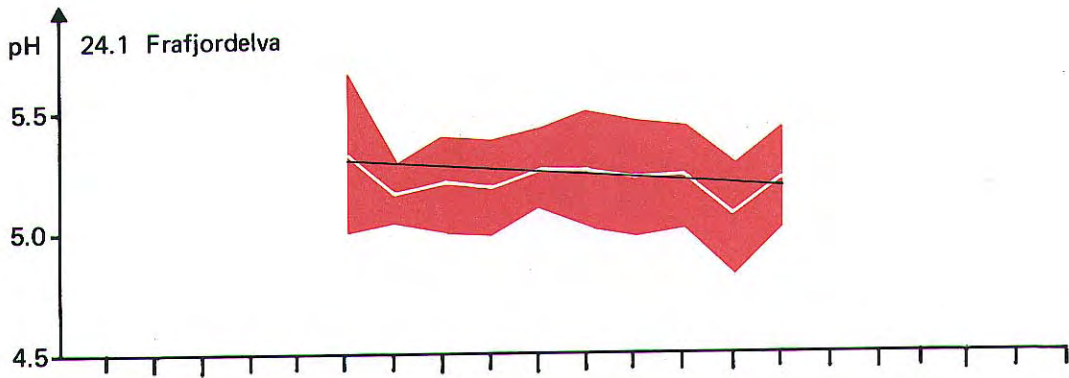


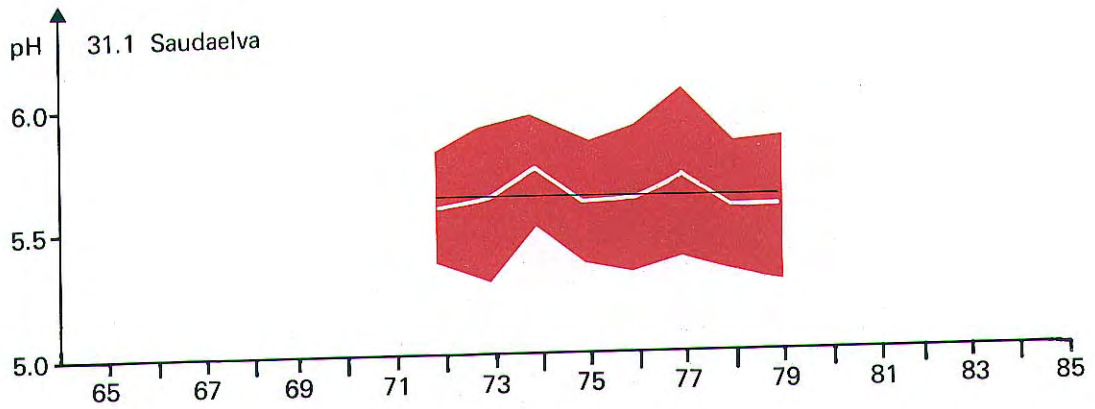
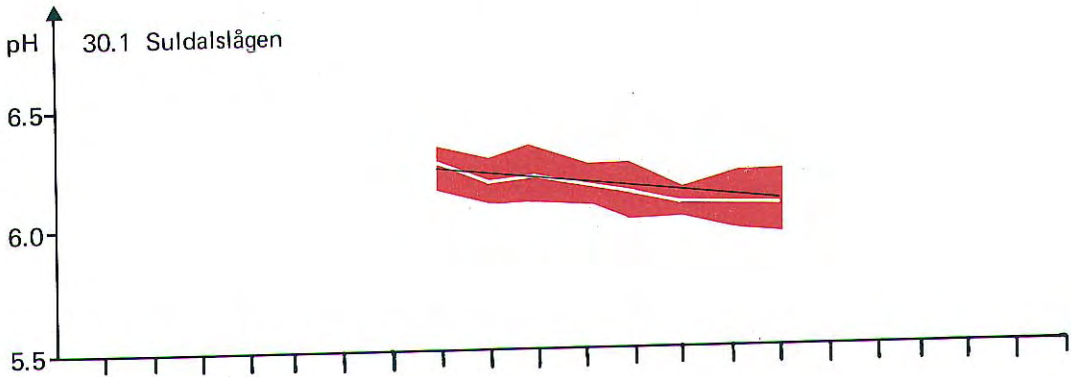
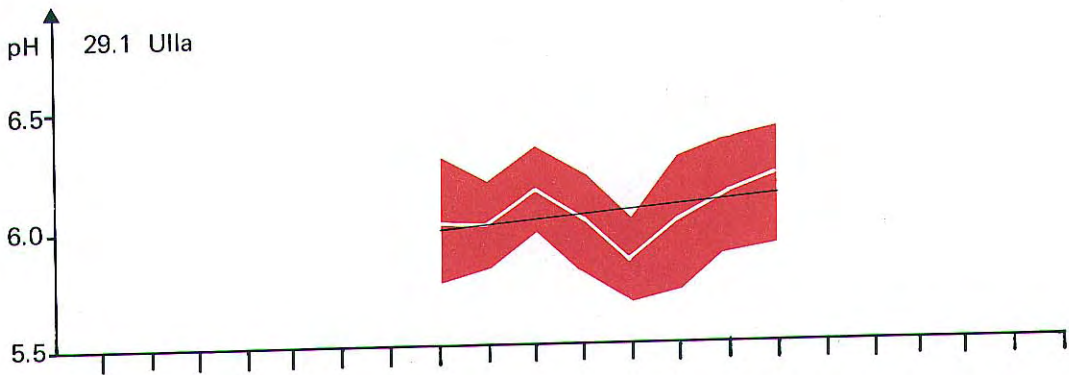
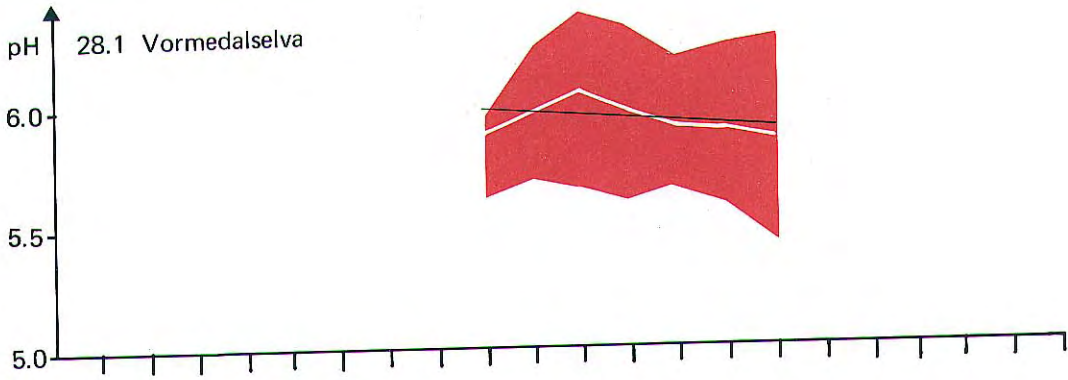


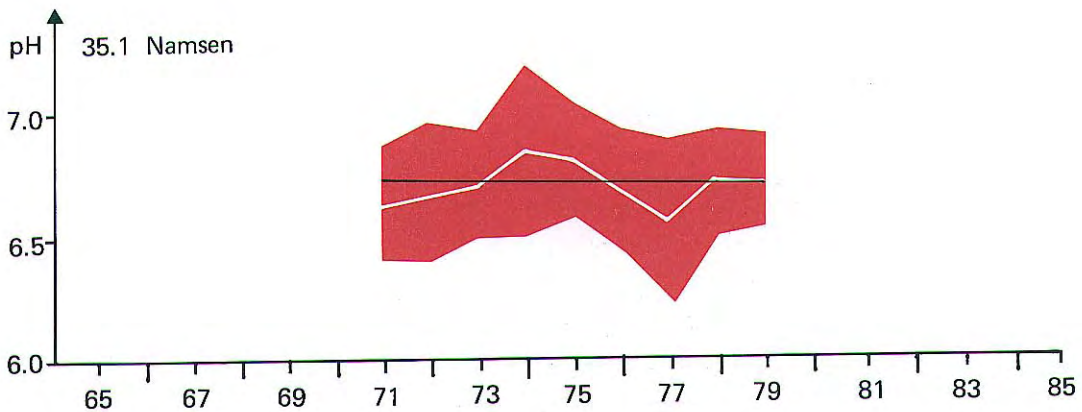
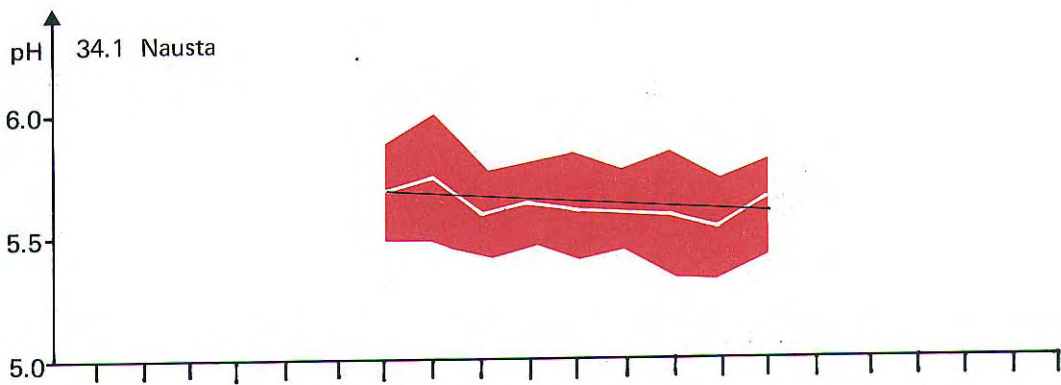
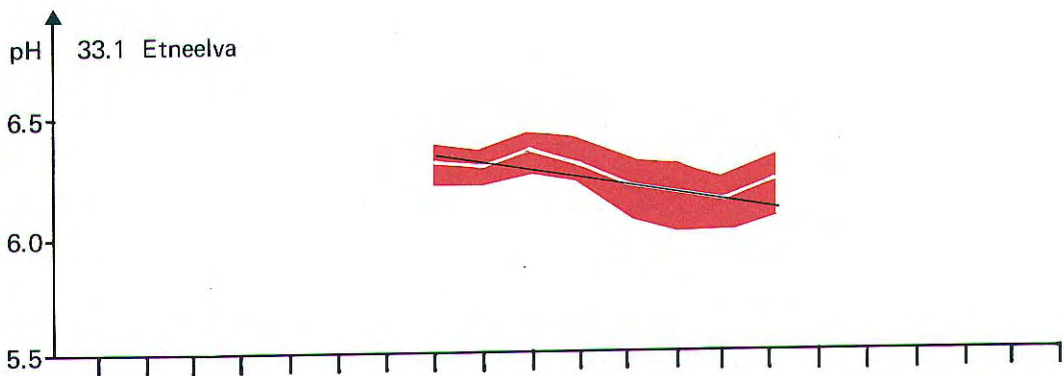
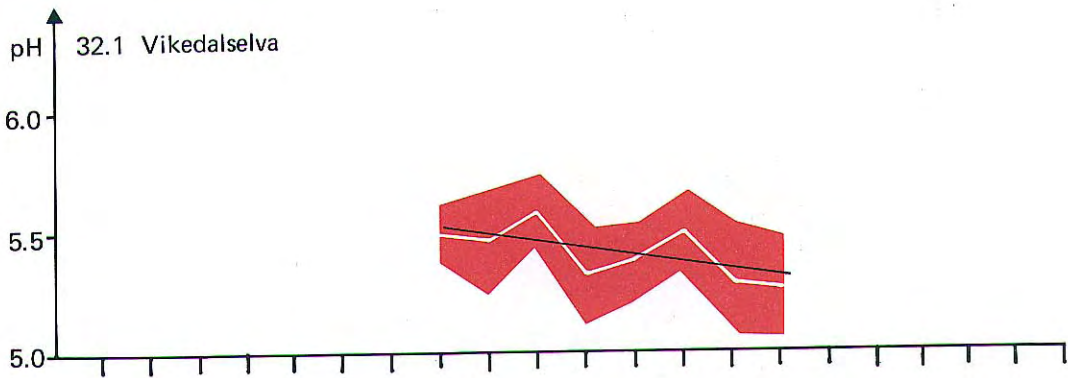


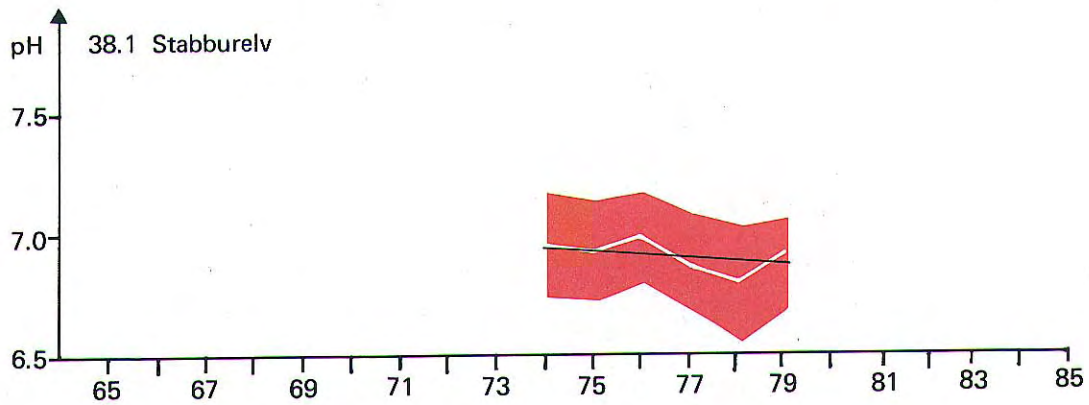
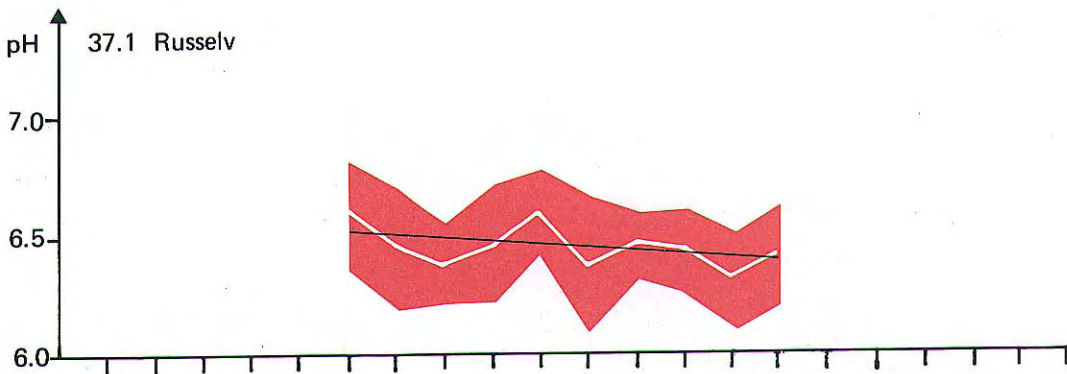
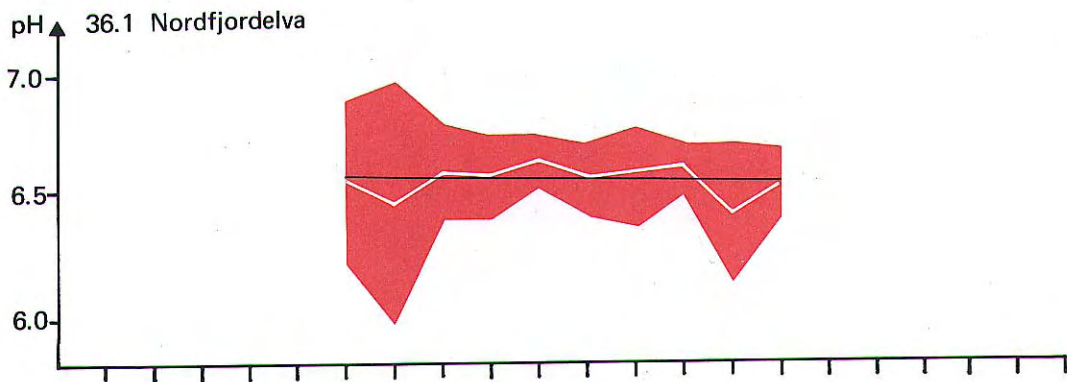












Ulla viser en økning i pH med tiden. Det er sannsynlig at dette skyldes de utbyggingsaktiviteter som foregår i vassdraget. Enkeltdataene viser sporadisk til dels meget høye verdier for hardhet og konduktivitet fra og med oktober 1976. Årene før viste observasjoner med liten variasjon.

Saudaelva viser også et stabilt pH-nivå i perioden 1972-79, i motsetning til de elvene som ligger i nærheten.

Hverken Namsen eller Nordfjordelva viser noen tendens til endring i pH i måleperiodene. Nedbøren i disse områdene av Norge er ikke spesielt sur (pH > 4,8), og en nedgang i pH i disse elvene er derfor ikke å vente.

Det er ofte hevdet at skal en midle pH-verdier, må en først regne om til H^+ -konsentrasjoner og midle disse. Tabell 8 viser resultatene av en slik omregning. Korrelasjonskoeffisientene er for de aller fleste elvene høyere enn de en får basert på pH. Ved å bruke pH undervurderes derfor forsuringstendensen noe. Da de fleste er mer fortrolig med pH enn med H^+ -konsentrasjoner, er det mest hensiktsmessig å bruke pH ved fremstilling av forsuringstendens og overvåkingsdata.

I naturlige, upåvirkede klarvannsjøer er hovedanionet nesten alltid bikarbonat som kommer fra forvitring i nedbørfeltet. Bikarbonationet er en buffer som kan reagere med både syre og base, og så lenge bikarbonat er til stede i vannmassene, vil pH holde seg på et nivå godt over 5,0. Analytisk bestemmes bikarbonat som alkalitet ved titrering med sterk syre til pH 4,5.

Forsuring av en vannmasse innebærer først en nedgang i bikarbonatinnholdet (alkaliteten) og etter at denne er oppbrukt, en økning i innholdet av sterk syre (asiditeten). Kvantitativt definerer vi forsuring som differansen mellom alkaliteten før forsuringen startet, og dagens alkalitet (eller asiditet for sure innsjøer) (Henriksen 1979, Henriksen 1980).

Forsuring = "før-alkalitet" ÷ dagens alkalitet.

En nedgang i alkaliteten vil vise seg i en nedgang i pH. Dette betyr imidlertid ikke at en forsuring nødvendigvis vil medføre at en vannmasse vil bli sur ($\text{pH} < 5,5$). En vannmasse kan være forsuret uten å være sur. Som eksempel kan vi betrakte to elver med henholdsvis 200 og 50 $\mu\text{ekv./l}$ i opprinnelig bikarbonatinnhold. La oss anta at begge elver blir utsatt for den samme forsuring, f.eks. 60 $\mu\text{ekv./l}$. Den første elven vil da fremdeles ha et bikarbonatinnhold på 140 $\mu\text{ekv./l}$, og dermed en gunstig pH på godt over 6,0, selv om den kan ha gått noe ned. Den andre elven derimot vil ha mistet hele sitt bikarbonatinnhold og blitt sur (-10 $\mu\text{ekv./l}$) med en pH på ca. 5,0. Elver som Numedalslågen, Ims og Russelva har så høy alkalitet at de ikke kan forventes å få så lav pH at fisken vil få problemer, selv om nedbørstilførslene i deres nedbørfelter blir like høy som tilførslene på Sørlandet.

Elvene på Vestlandet fra Rogaland til Sogn og Fjordane viser også en klar nedgang i pH i den aktuelle periode, selv om pH-nivåene for de fleste i dag er akseptable fra et fiskeribiologisk synspunkt. Vi vet ikke hvorvidt elvene nå er i likevekt med den belastning de er utsatt for, eller om tendensen til nedgang i pH vil fortsette om belastningen holder seg konstant. Også ved små økninger i nedbørtilførsler vil mange av disse elvene kunne bli så forsuret at fisken vil få problemer. En overvåking av elvene på Vestlandet er derfor av stor betydning, spesielt hvis det planlegges å etablere industriaktiviteter som kan gi utslipp til luften av forsurende komponenter som svovel- og nitrogenoksyder.

Tabell 9. Volum veide årsmidler for pH fra noen nedbørstasjoner i Norge.

År	Nedbørstasjoner			
	Birkenes	Lista	Skreådalen	Gulsvik
1972	4.24	4.24	4.50	-
1973	4.27	4.32	4.60	-
1974	4.25	4.27	4.47	4.28
1975	4.27	4.3	4.55	4.36
1976	4.21	4.24	4.55	4.34
1977	4.27	4.33	4.55	4.35
1978	4.11	4.27	4.52	4.22
1979	4.09	4.08	4.33	4.11

Datakilder: SNSF-rapporter og NILU.

I perioden 1972-77 har nedbørens pH også holdt seg nær konstant (tabell 10), men for årene 1978 og 1979 var pH vesentlig lavere enn tidligere. Dette gjenspeiles klart i figur 7 der de aller fleste elver har sine laveste pH-årsmidler nettopp i disse to årene.

Dovland et al. (1976) har vist at årlig middel-pH i nedbøren i Sør-Norge sank drastisk i perioden 1960-65, men at den siden har holdt seg relativt konstant og på et lavt nivå.

4.2 Endringer i hardhet

Det er få elver som viser en signifikant endring i hardhet med tiden (tabell 7). Hardheten utgjøres hovedsakelig av vannets innhold av kalsium og magnesium, og analytisk er bestemmelsen av hardhet en mer upresis metode enn måling av pH, og derfor beheftet med en større usikkerhet. Eventuelle systematiske endringer i hardhet kan derfor skjules på grunn av usikkerheten i dataene. Likevel viser de fleste elver en tendens til økning i hardhet, dvs. en økning i konsentrasjonene av kalsium og magnesium. Det er ofte hevdet at forsuringsprosessen medfører en

øket utvasking av kalsium og magnesium fra nedbørfeltet, selv om det finnes observasjoner som tyder på det motsatte. Våre data er som sagt usikre og derfor vanskelig å kvantifisere. Antar vi likevel at tendensene uttrykt i tabell 7 er reelle, finner vi en gjennomsnittlig økning i hardheten på ca. 1 % pr. år. Dette er en vesentlig lavere økning enn den en finner for økningen i H^+ -konsentrasjoner. Imidlertid er dette for upresist til å kunne trekke noen generelle slutninger om hvorvidt en forsuring reflektert gjennom en nedgang i pH medfører en økt utvasking av kalsium og magnesium fra nedbørfeltet. Dette problem må derfor angripes fra andre utgangspunkter.

5. ÅRSTIDSVARIASJONER

Som nevnt i kapittel 2 synes det å være systematiske variasjoner i pH i løpet av året, med minima i flomperioder og maksima under tørrere perioder. Vi har midlet alle verdier av pH for hver måned og hver elv. Plottene kan grupperes skjønnsmessig i fire grupper (figur 8).

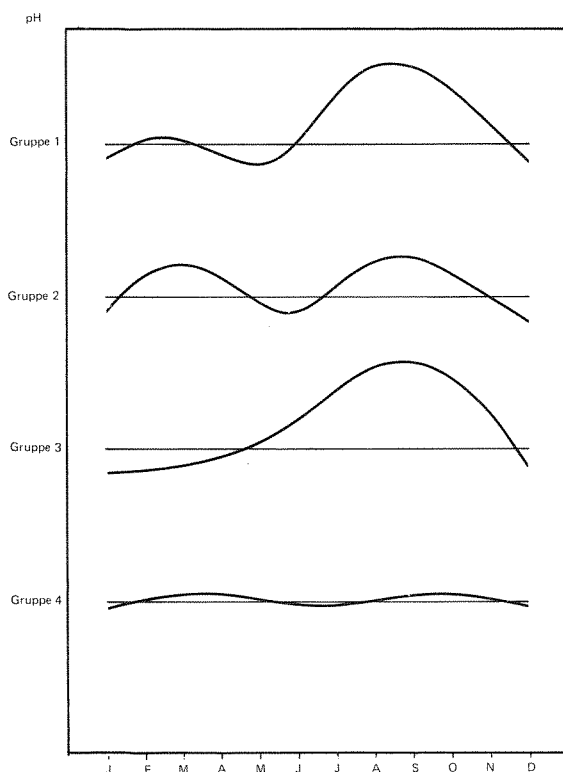


Fig. 8. Inndeling av månedsmiddelmønstre for pH i 4 grupper (se tekst for forklaring).

Gruppe 1 omfatter elver med et lavt maksimum om vinteren og et høyt om sommeren. I gruppe 2 vil en finne elver med to maksima av samme størrelsesorden. Gruppe 3 omfatter elver med ett markert maksimum om sommeren og ikke noe om vinteren. I gruppe 4 er plassert de elver som viser meget små endringer i månedsmiddelverdier. Denne oppdeling er i samsvar med den harmoniske svingningsmodell omtalt i Appendiks.

Figur 9 viser resultatet av denne oppdelingen og kan oppfattes som de enkelte elvers pH- "fingeravtrykk". Standardavvikets størrelse gir uttrykk for hvor store månedsvariasjonene er fra år til år. F.eks. viser Søgneelva (9.1) store variasjoner i månedsverdier fra år til år, mens de tilsvarende variasjoner i Suldalslågen (30.1) er meget små. Noen elver viser små variasjoner under vårmeltingen og høye under andre perioder (f.eks. Høyeåna 11.3, Frafjordelva 24.1).

Noen fellestrekk for elver som faller i samme gruppe, fremgår av tabell 10.

Tabell 10. Gruppeinndelingen i figur 9 fordelt etter elvenes pH-nivå. Antall elver i hvert pH-område.

Årsmiddel-pH	Gruppe			
	1	2	3	4
<5,0			1	7
5,0 - 5,5	4	4	3	
5,5 - 6,0	4	3	2	
>6,0		6	5	1
	8	13	11	8

I gruppe 1 finner vi bare elver med årsmiddel-pH mellom 5,0 og 6,0, dvs. typiske overgangselver. I gruppe 4 finner vi de sureste elvene, samt Ims ved Sandnes (22.1). Den sistnevnte elv har som tidligere omtalt fremdeles et godt utviklet buffersys-

Gruppe 1

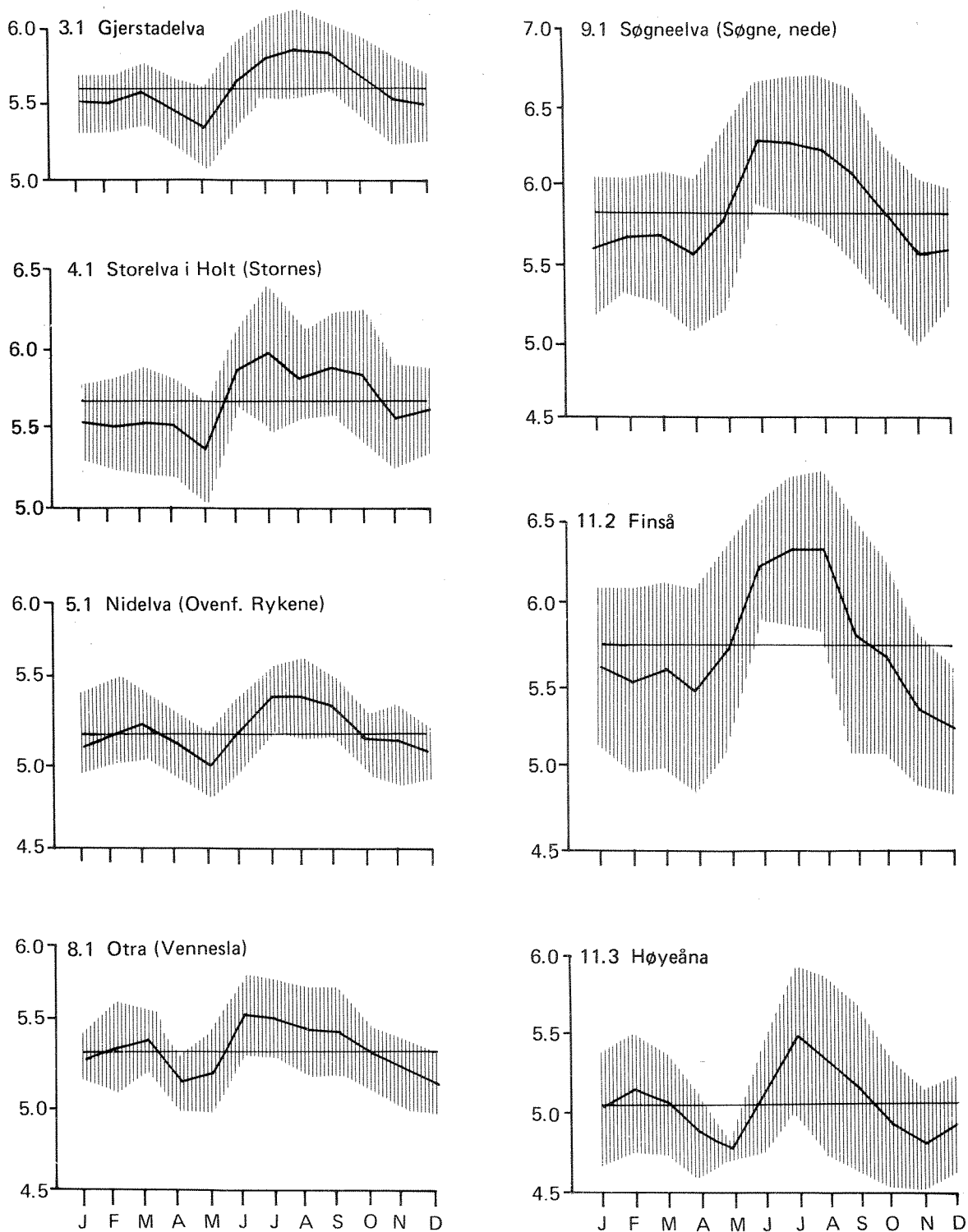
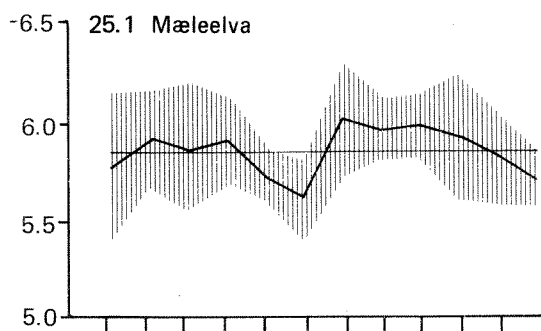
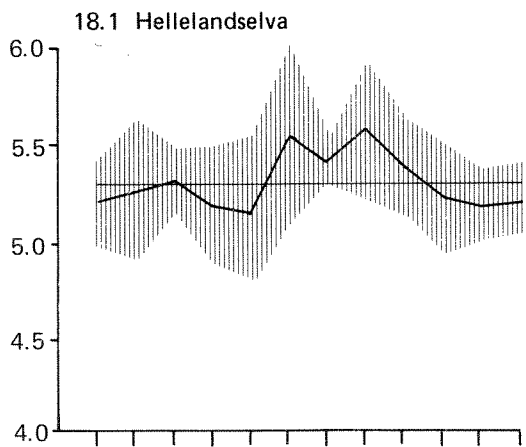
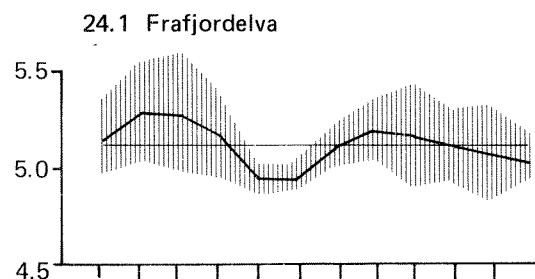
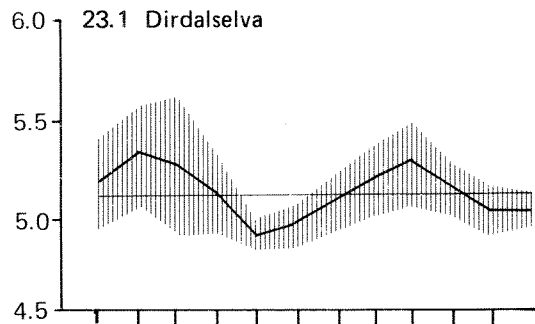
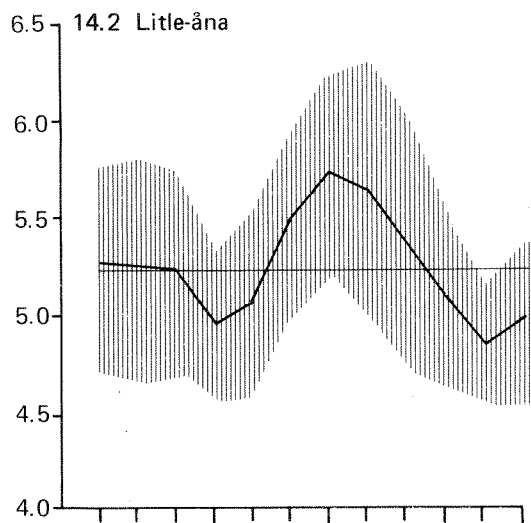
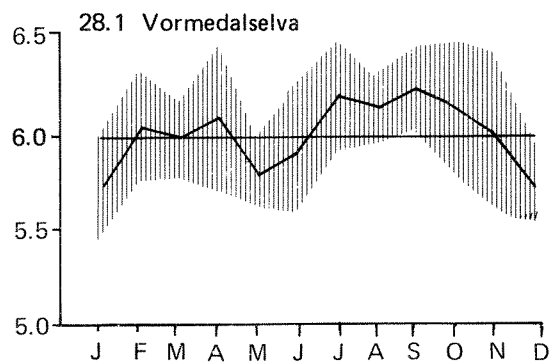
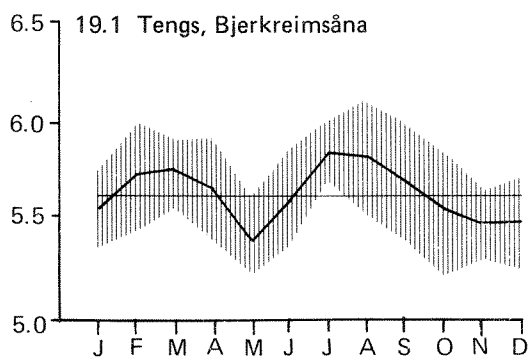
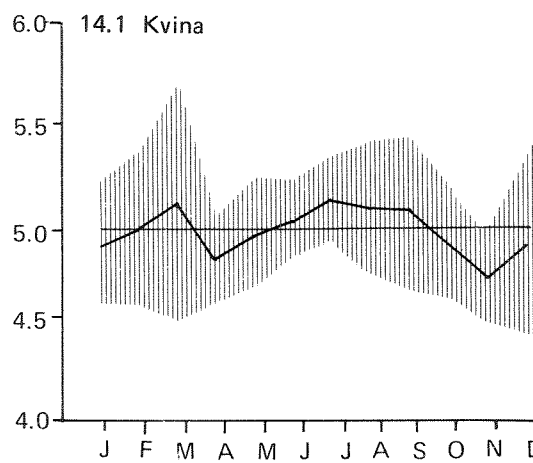
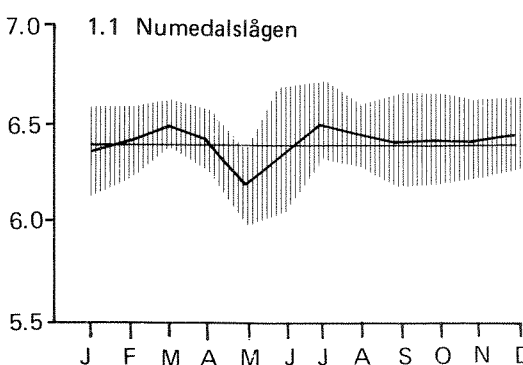
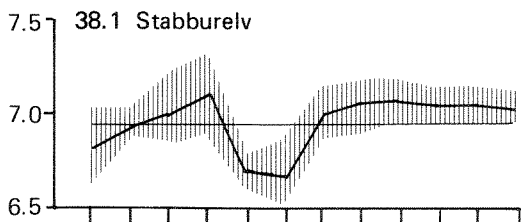
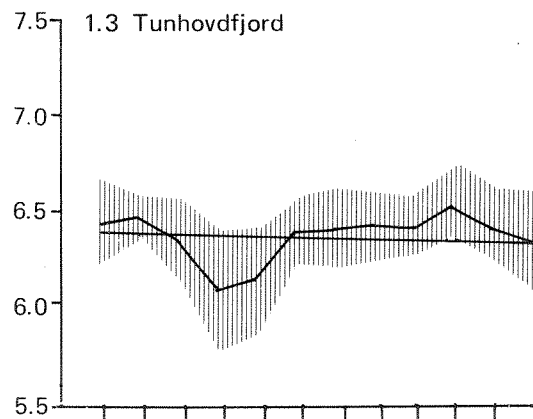
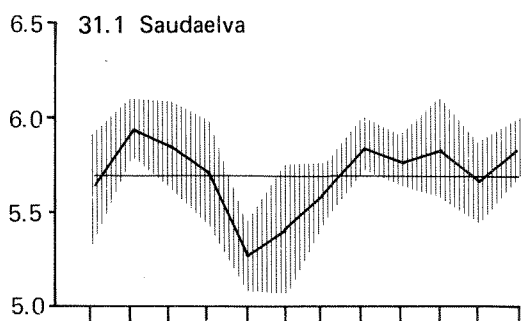
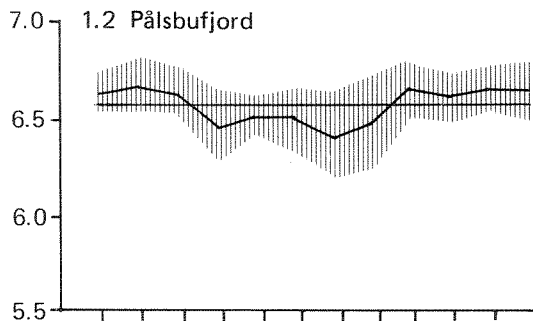
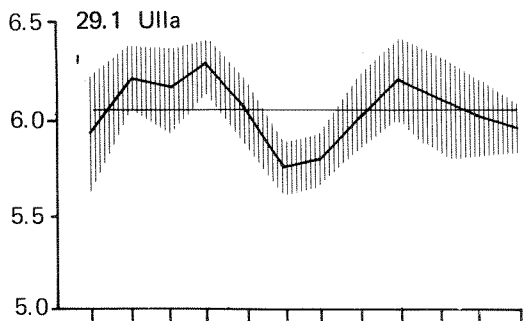


Fig. 9. Variasjoner i månedsmiddelerverdier for pH med standardavvik for elver i DVF's elveserie.

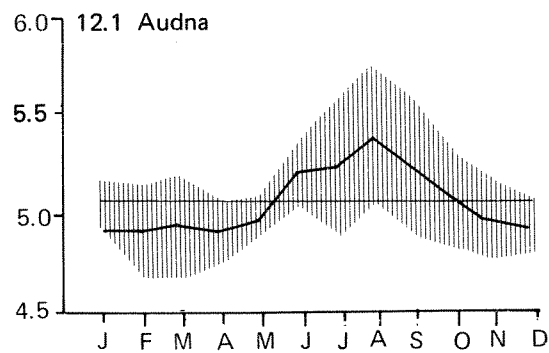
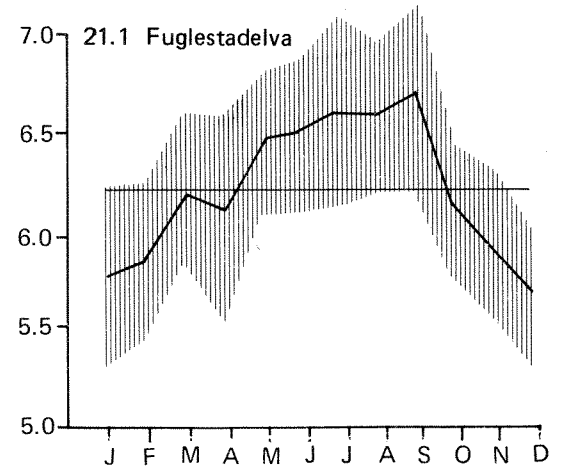
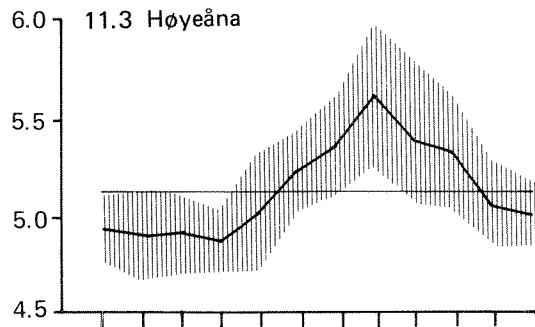
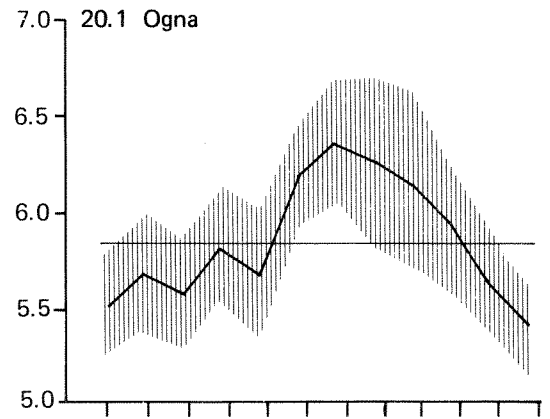
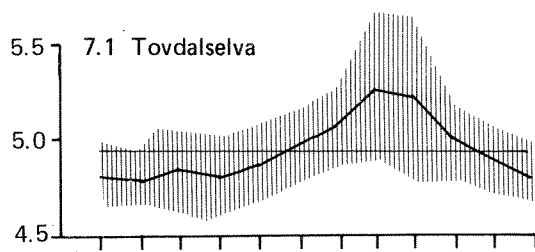
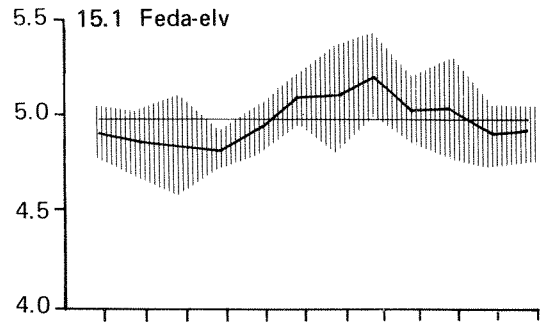
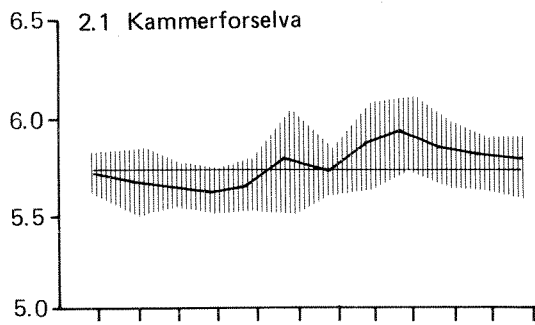


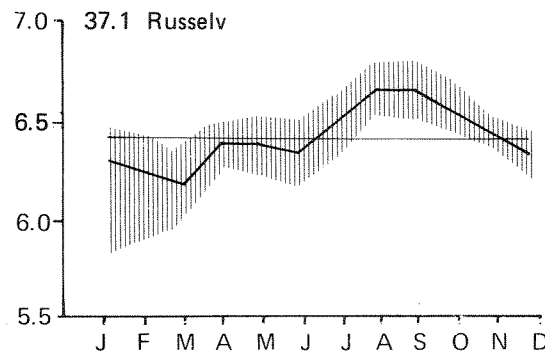
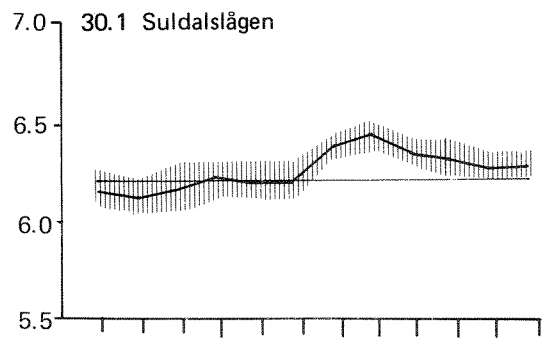
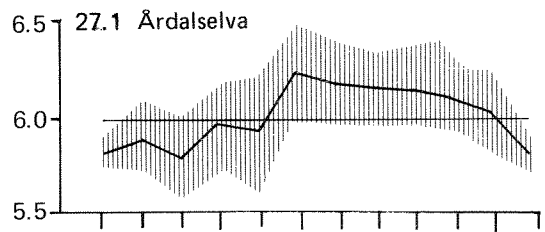
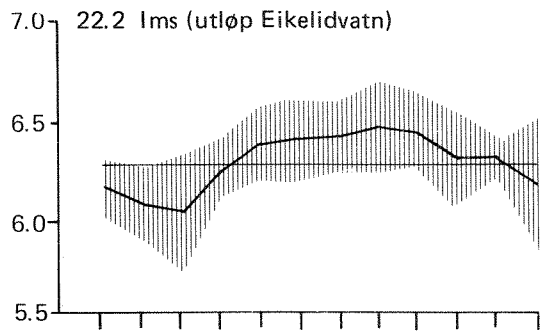
Gruppe 2



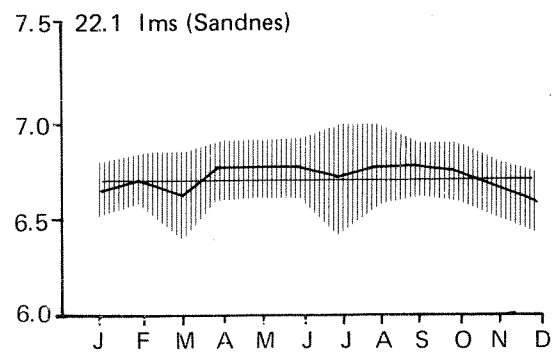
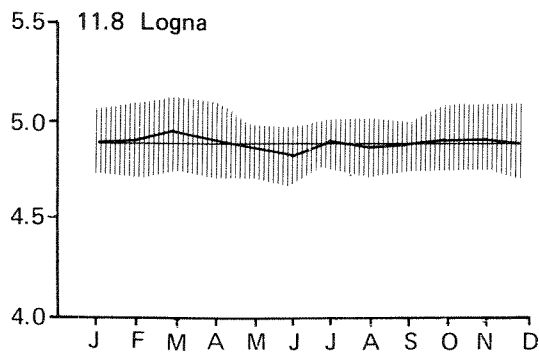
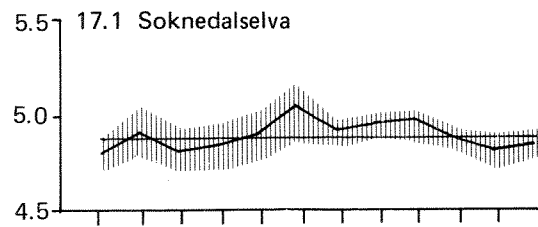
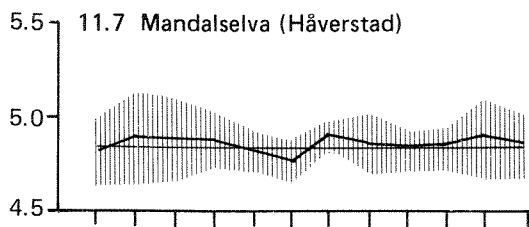
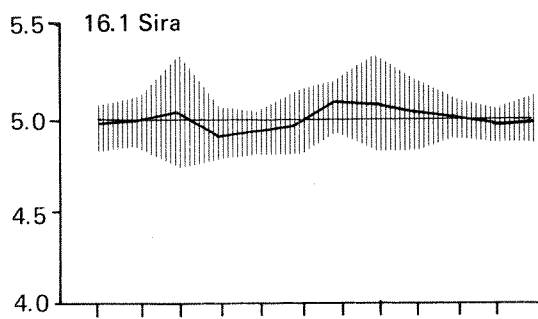
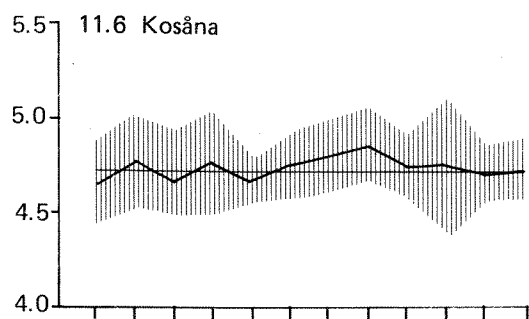
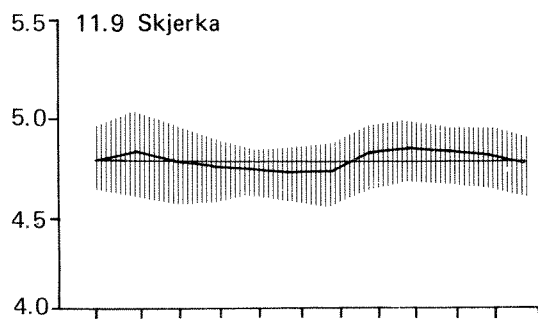
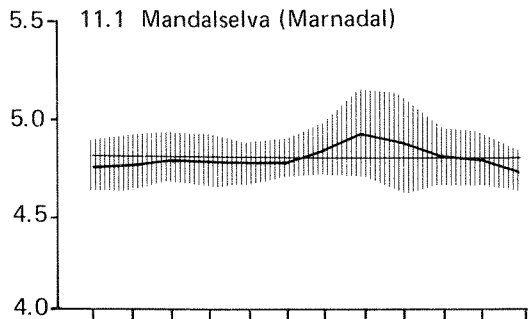


Gruppe 3





Gruppe 4



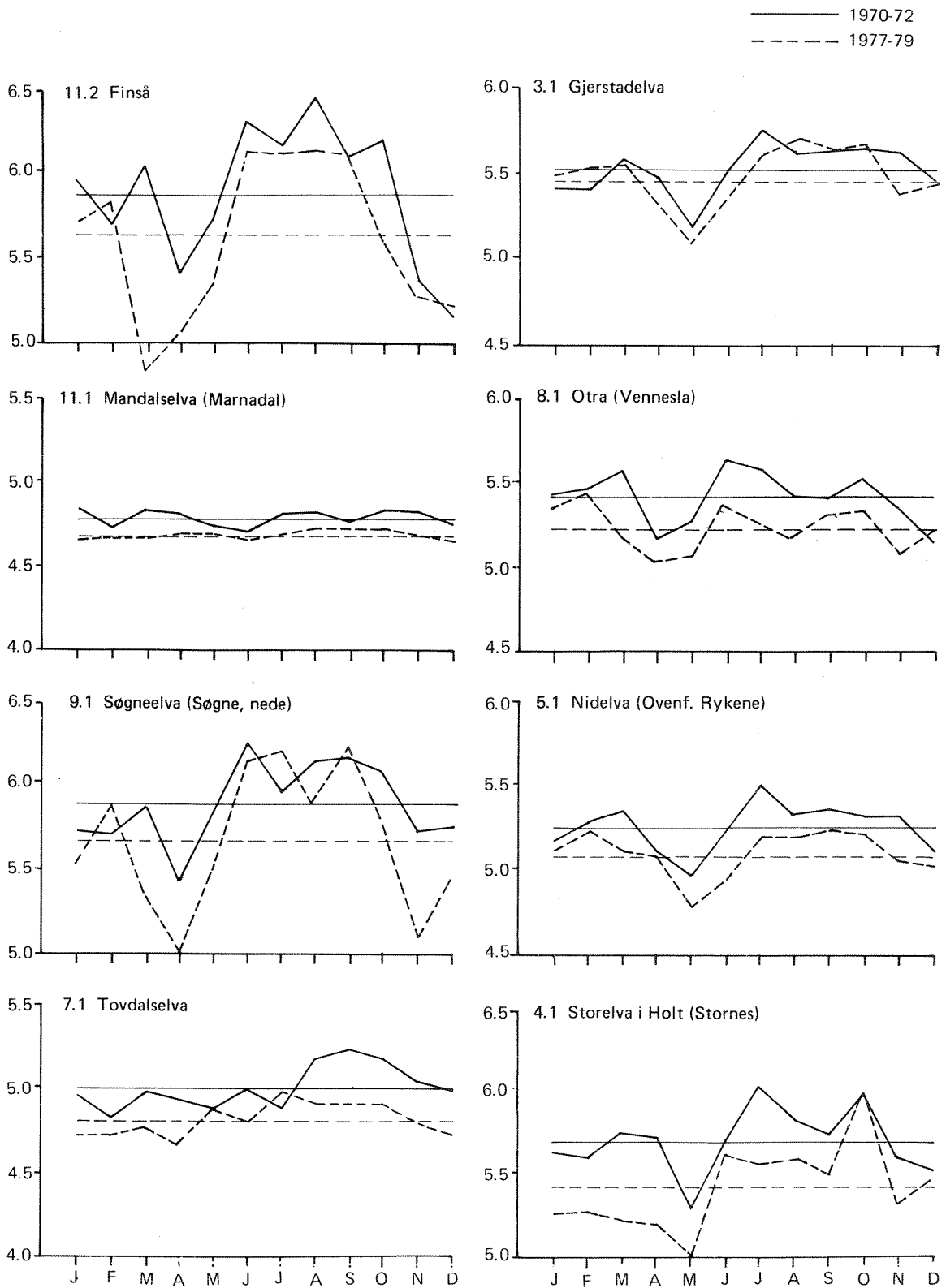


Fig. 10. Endring i månedsmiddelerverdier av pH for noen elver fra 1970-72 til 1977-79.

tem. Det er interessant å se at de sureste elvene kommer i gruppe sammen med Ims. Dette tyder på at også disse elvene har et godt utviklet buffersystem som er blitt etablert under forsuringprosessen. Det er antatt at i sterkt forsurede vannmasser er buffersystemet dominert av aluminium.

Elvenes pH- "fingeravtrykk" kan også ha endret seg over tid (figur 10). Selve formen er stort sett den samme for begge perioder, men månedsmiddelverdiene har forskjøvet seg til et lavere pH-nivå.

6. SAMMENDRAG OG KONKLUSJON

Direktoratet for vilt og ferskvannsfisk ved Fiskeforskningen startet i 1965 sin såkalte "elveserie" med prøvetaking i 11 elver. Serien er etter hvert blitt utvidet til å omfatte 38 elver fra Numedalslågen i Buskerud til Lakseelv i Finnmark. Prøvefrekvensen er fra ukentlige til månedlige prøver. Analyseprogrammet har hovedsakelig omfattet pH, konduktivitet og hardhet. I de senere år er også andre parametre blitt tatt med. Denne rapport behandler bare pH og hardhetsdataene.

I 1971 ble dataene fra perioden 1965-70 underkastet en regresjonsanalyse som antydte at i mange av elvene hadde pH gått ned i løpet av perioden. Det ble laget en multippel regresjonsmodell som tok hensyn til årstidsvariasjonene ved å betrakte pH og hardhet som både en lineær funksjon av tiden og en harmonisk svingning av tiden. En sammenlikning av resultatene fra den enkle modell og den multiple modell viste at den multiple modellen i de fleste tilfeller ga en vesentlig bedre forklaring på variasjonene i pH og hardhet enn den enkle modellen.

En tilsvarende analyse av alle data til og med 1979 er utført for et utvalg av elvene, og resultatene er sammenliknet med en enkel regresjon av årsmiddelverdiene. Begge disse former for regresjonsanalyse gir samme tendens, nemlig nedgang i pH i tidsrommet 1965 - 1979 og av samme størrelsesorden (middelendring i pH pr. år henholdsvis $0,018 \pm 0,009$ og $0,020 \pm 0,009$).

Det er også brukt kumulative hyppighetskurver for å illustrere endringer over tid. Alle fire presentasjonsformer, multippel regresjon, enkel regresjon på enkeltdata, enkel regresjon på årsmidler og kumulativ hyppighet av pH-observasjoner gir alle samme tendens til nedgang i pH med tiden for de samme elver. Både som presentasjonsform og som vurderingsgrunnlag i overvåkingssammenheng synes en enkel regresjon på årsmidler å være den mest brukervennlige.

For de aller fleste elvene i DVF's elveserie er det en klar tendens til nedgang i pH i tidsrommet 1966-79. Dette gjelder i alle fylker der DVF har observasjoner, unntatt Nord-Trøndelag og Nordland fylker, som ikke er regelmessig utsatt for sur nedbør. Det er interessant å se at også de to undersøkte elvene i Finnmark, Russelva og Stabburselva, viser en klar nedgang i pH. På grunn av deres gode bufferevne er det imidlertid ikke sannsynlig at det på lengre sikt vil bli problemer for fisken i disse elvene.

Også elvene på Vestlandet viser en klar tendens til nedgang i pH i perioden, men pH-nivåene der er fortsatt akseptable for fisk. De fleste av disse er i dag gode lakseelver. Vi vet ikke hvorvidt elvene der er i likevekt med de tilførsler de er utsatt for, eller om tendensen til nedgang i pH vil fortsette. De aller fleste elvene på Vestlandet er imidlertid så svakt bufret fra naturens side at selv ved små økninger i tilførsler av sure komponenter fra nedbøren vil mange av elvene få surhetsproblemer. Dette vil igjen gi store virkninger på laksebestandene i disse elvene. En overvåking av elvene på Vestlandet vil derfor være av stor betydning, spesielt om det i fremtiden planlegges industriaktiviteter som kan gi luftutslipp av sure komponenter som svovel- og nitrogenoksyder.

A p p e n d i k s

7. ANALYSE AV pH-DATA VED ULIKE REGRESJONSMODELLER

av

Rolf Volden

Norsk Regnesentral

Regresjonsmodeller

I de utførte regresjonsanalyser har vi benyttet to forskjellige lineære regresjonsmodeller. Disse modellene er nærmere beskrevet nedenfor.

Modell 1 (enkel regresjon)

Vi antar at den kjemiske variable (parameter) som vi betrakter, kan uttrykkes ved den enkle lineære regresjonsligning:

$$(1) \quad Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 t_i + U_i \quad i = 1, \dots, n .$$

Her er Y_i verdien av den kjemiske variable ved i -te observasjon, t_i er tiden fra et gitt starttidspunkt til i -te observasjon, mens U_i representerer tilfeldig avvik fra den forventede verdi for i -te observasjon.

Størrelsene α_0 og α_1 kalles parametrene i modellen. De er begge ukjente og må derfor estimeres. Da modellen bare har én forklaringsvariabel, nemlig tiden, vil vi her kalle denne modell for en enkel regresjonsmodell.

De vanlige forutsetninger som gjøres i en regresjonsmodell er:

- i) U_i -ene er stokastisk uavhengige
 - ii) U_i -ene er normalfordelte
 - iii) $EU_i = 0$
 - iv) $\text{var}U_i = \sigma^2$
- } $i = 1, \dots, n .$

Parameteren σ^2 er også ukjent og må estimeres. Vi har følgelig i alt 3 ukjente parametre, og de kan alle estimeres når observasjonsantallet $n \geq 3$.

I modell (1) kan α_0 tolkes som det forventede nivå på en vilkårlig Y -verdi, mens α_1 er stigningskoeffisienten for det lineære tidsleddet.

Siden vi på grunnlag av de utførte analysene ønsker å avgjøre hvorvidt det er tidsutvikling i Y-ene eller ikke, kan vi formulere et hypotesetesting problem. Vi ønsker å teste nullhypotesen $H_0 : \alpha_1 = 0$ mot den alternative hypotesen $H_1 : \alpha_1 \neq 0$. Hvis vi på grunnlag av dataene får forkastet nullhypotesen H_0 , kan vi påstå at Y-ene vokser eller avtar med tiden.

Denne konklusjonen gjelder imidlertid under de ovenfor nevnte forutsetninger i modellen. Hvis en eller flere av forutsetningene ikke er oppfylte, kan fremdeles konklusjonen være riktig, men vi må da benytte en annen metode basert på en mer realistisk modell for å påvise dette.

Modell 2 (multippel regresjon)

Vi beskriver den kjemiske variable ved følgende lineære regresjonsligning:

$$(2) \quad Y_i = \beta_0 + \beta_1 t_i + \beta_2 \cos(2\pi t_i/T) + \beta_3 \sin(2\pi t_i/T) \\ + \beta_4 \cos(4\pi t_i/T) + \beta_5 \sin(4\pi t_i/T) + U_i \\ i = 1, \dots, n.$$

Her betegner Y_i verdien av den kjemiske variable ved i-te observasjon, t_i tiden fra et gitt starttidspunkt til i-te observasjon, mens størrelsen U_i representerer tilfeldig avvik fra den forventede verdi for i-te observasjon. Størrelsene Y og U er stokastiske variable, mens t er en sikker variabel i modellen. Av disse variable er U ikke observerbar.

Størrelsen T representerer perioden til den svingning som har lavest frekvens. Perioden T er her et år. Hvis t_i -ene er angitt i måneder i de regresjoner som er utført, så er T 12 måneder. Hvis t_i -ene er angitt i uker eller dager, er T satt lik henholdsvis 52 uker eller 365 dager.

Størrelsene $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_5$ som kalles parameterne i modellen, er alle ukjente og må derfor estimeres. Da alle disse inngår

lineært i modellen, og siden vi har flere forklarings-variable, sier vi at modellen er en lineær multippel regresjonsmodell.

For lettere å kunne diskutere egenskaper ved modell (2) vil vi skrive modellen på følgende ekvivalente form:

$$(3) \quad Y_i = \beta_0 + \beta_1 t_i + \rho_1 \sin(\phi_1 + 2\pi f t_i) + \rho_2 \sin(\phi_2 + 4\pi f t_i) + U_i \quad i = 1, \dots, n.$$

hvor $f = \frac{1}{T}$ er den frekvens som svarer til perioden T , dvs antall svingninger for hver periode. Parameterne $\beta_2, \beta_3, \beta_4$ og β_5 i modell (2) kan nå uttrykkes ved parameterne i modell (3) ved relasjonene:

$$\beta_2 = \rho_1 \cos \phi_1, \quad \beta_3 = \rho_1 \sin \phi_1, \quad \beta_4 = \rho_2 \cos \phi_2 \quad \text{og} \quad \beta_5 = \rho_2 \sin \phi_2$$

der $\rho_1 \geq 0, \rho_2 \geq 0, 0 \leq \phi_1 < 2\pi, 0 \leq \phi_2 < 2\pi$.

Grunnen til at vi har benyttet modell (2) i stedet for modell (3) i de utførte regresjonsanalyser, er at i (2) inngår samtlige β -parametre lineært i modellen, mens dette ikke er tilfelle for parameterne ϕ_1 og ϕ_2 i (3).

Hvis vi ser bort fra det stokastiske leddet U_i i (3), kan den deterministiske delen av denne ligning betraktes som ligningen for et harmonisk svingende system sammensatt av to forskjellige delsvingninger. At systemet er harmonisk betyr at et visst mønster gjentar seg etter en fast tidsperiode som her er T . Svingningen ved den laveste frekvens f kaller vi grunnsvingningen eller 1.harmoniske, mens svingningen ved frekvensen $2f$ kalles 2.harmoniske. Den svarer her til en halvårssvingning.

I (3) kan β_0 tolkes som det forventede nivå på svingesystemet, β_1 stigningskoeffisienten til det lineære tidsleddet, ρ_1 og ρ_2 er amplitudene til de to delsvingningene ved frekvenser henholdsvis lik f og $2f$, mens ϕ_1 og ϕ_2 er fasekonstantene til de to svingningene. Fasekonstantene angir hvor meget hver sinus-svingning er forskjøvet relativt til startpunktet.

Hvis vi har en observasjonsserie hvor et visst svingningsmønster gjentar seg fra år til år, skulle denne regelmessigheten bli representert ved parameterne ρ_1 og ϕ_1 i (3). Dette gjelder med mindre svingningene er regelmessige også på halvårsnivå. I så fall kan den regelmessige tendens i stedet bli representert ved parameterne ρ_2 og ϕ_2 . Typiske vår og høstregn perioder med mellomliggende utjevningsperioder vil kunne gi relativt høy amplitude til en 2.harmonisk svingning hvis disse regnværsfenomen er noenlunde regelmessige fra år til år, og hvis tiden mellom vårregn og høstregn og mellom høstregn og vårregn er nær den samme.

Modellen gitt ovenfor vil også kunne representere observasjonsserier med et mer komplisert svingningsmønster enn et rent halv- eller helårlig mønster. Ved f eks å sette sammen en 1.harmonisk og en 2.harmonisk komponent vil en kunne representere tilfeller der:

- a) det ikke er like lang tid mellom vårregn og høstregn og mellom høstregn og vårregn
- b) det ikke faller like mye regn om våren som om høsten.

Ved å ta med et lineært tidsledd i modellen i tillegg til de harmoniske ledd, oppnår vi at nivået på svingefenomener kan avta (vokse) med tiden.

Til tross for modellens fleksibilitet med hensyn til å representere ulike typer svingemønster som gjentar seg fra år til år, vil modellen opplagt være for restriktiv med hensyn til å kunne representere variasjoner mellom forskjellige år. Egenskaper som vil bli nokså slett representert i en så enkel modell som denne, er f eks

- a) forskjellige regnværsperioder fra år til år
- b) forskjellige kvanta regn fra år til år
- c) avvikende regnværsperioder som ikke faller naturlig sammen

med de typiske vår og høstregns-periodene.

Også denne lineære multiple regresjonsmodellen er basert på de samme forutsetninger for U_i -ene som den enkle regresjonsmodellen. I den multiple modellen har vi imidlertid 7 ukjente parametre, som alle kan estimeres når observasjonsantallet $n \geq 7$.

I den multiple modellen kan vi ønske å teste den sammensatte hypotesen $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_5 = 0$ mot $H_1 : \text{minst en } \beta_i \neq 0$ $i = 1, \dots, 5$. Vi kan også være interessert i å teste hypoteser som f eks

$$H_0' : \beta_1 = 0 \quad \text{mot} \quad H_1' : \beta_1 \neq 0$$

$$H_0'' : \beta_2 = \dots = \beta_5 = 0 \quad \text{mot} \quad H_1'' : \text{minst en } \beta_i \neq 0 \quad \text{for } i = 2, \dots, 5 .$$

Forkastning av H_0 betyr at det er påvist en eller annen form for tidsutvikling i dataene. Forkastning av H_0' betyr at vi har en lineær tidsutvikling, mens forkastning av H_0'' betyr at vi har harmoniske svingninger med tiden.

For å kunne teste noen av de ovenfor nevnte hypoteser må vi estimere en eller flere av β_i -ene $i = 1, \dots, 5$ og σ^2 .

Estimering

Modell 1:

Parametrene α_0 og α_1 i (1) estimeres ved minste kvadraters metode, og vi betegner estimatorene ved $\hat{\alpha}_0$ og $\hat{\alpha}_1$. Det kan da vises at estimatorene er gitt ved

$$\hat{\alpha}_1 = \frac{\sum_i Y_i (t_i - \bar{t})}{\sum_i (t_i - \bar{t})^2}$$

$$\hat{\alpha}_0 = \frac{1}{n} \sum_i Y_i - \hat{\alpha}_1 \bar{t}$$

der $\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_i t_i$

Parameteren σ^2 kan deretter estimeres ved

$$s_1^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\alpha}_0 - \hat{\alpha}_1 t_i)^2 .$$

Under de tidligere nevnte modellforutsetninger kan det vises at en t-test er en optimal testmetode for en hypotese i α_1 .

Modell 2:

Parametrene β_0, \dots, β_5 i modell (2) estimeres ved minste kvadraters metode. Vi betegner i fortsettelsen minste kvadraters estimatorer ved β_0, \dots, β_5 . Disse estimatorene kan uttrykkes eksplisitt ved hjelp av t_i -ene og kjente funksjoner av disse. Den generelle løsning til dette estimeringsproblem er gitt blant annet i Draper & Smith, kapittel 2, der løsningen er gitt ved et matrise-algebraisk uttrykk som vi ikke vil gi her.

Parameteren σ^2 kan deretter estimeres ved

$$(4) \quad s_2^2 = \frac{1}{n-6} \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 t_i - \dots - \beta_5 \sin(4\pi t_i/T))^2$$

De statistiske egenskapene til estimatorene β_0, \dots, β_5 avhenger som ovenfor nevnt av t_i -ene. Hvis observasjonene er tatt på

ekvidistante tidspunkter, og hvis t_n/T er et helt tall, kan det vises at vi for alle $j \neq \ell$ har:

$$(5) \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi k_j t_i/T) = \sum_{i=1}^n \sin(2\pi k_j t_i/T) = 0 \\ \sum_{i=1}^n \sin(2\pi k_j/T) \sin(2\pi k_\ell t_i/T) = 0 \\ \sum_{i=1}^n \cos(2\pi k_j/T) \cos(2\pi k_\ell t_i/T) = 0 \\ \sum_{i=1}^n \sin(2\pi k_j t_i/T) \cos(2\pi k_\ell t_i/T) = 0 \end{cases}$$

der $j = 1, 2$; $\ell = 1, 2$ og $k_1 = 1$, $k_2 = 2$.

At observasjonene er tatt på ekvidistante tidspunkter betyr at det er like lange tidsintervaller mellom tidspunktene for påfølgende observasjoner. At t_n/T er et helt tall betyr at vi betrakter observasjonene over et helt antall tidsperioder, dvs år. Ved ekvidistante data over et helt antall år følger det av (5) ovenfor at $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_2$, $\hat{\beta}_3$, $\hat{\beta}_4$ og $\hat{\beta}_5$ er stokastisk uavhengige. Det følger herav at helårs og halvårs komponentene kan estimeres uavhengig av hverandre.

Estimatoren $\hat{\beta}_1$ som estimerer den lineære trenden over tiden vil imidlertid avhenge noe av estimatorene $\hat{\beta}_2$, $\hat{\beta}_3$, $\hat{\beta}_4$ og $\hat{\beta}_5$. Vi omskriver de to første ledd i høyre side av (2) ved

$$\beta_0 + \beta_1 t_i = \gamma_0 + \beta_1 (t_i - \bar{t})$$

der $\gamma_0 = \beta_0 + \beta_1 \bar{t}$. Ved ekvidistante data tatt over mange år vil følgende approksimasjoner gjelde:

$$(6) \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t}) \cos(2\pi k_j t_i/T) \approx 0 \\ \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t}) \sin(2\pi k_j t_i/T) \approx 0 \end{cases}$$

hvor $j = 1, 2$ og $k_1 = 1$, $k_2 = 2$.

Dette resultat innebærer at det vil være en svak avhengighet mellom estimatoren for den lineære trenden og estimatorene for helårs og halvårskomponentene.

Hvis vi ikke har ekvidistante data, vil tolkningen av estimatene for β_i -ene, $i = 1, \dots, 5$ bli mer komplisert. Siden vi da ikke uten videre kan ta utgangspunkt i (5) og (6), vil det være vanskeligere å vite hva som er lineær trend og hva som er helårs og halvårs svingninger i modellen.

Hvis vi imidlertid har mange observasjoner tatt over mange nok år, og observasjonene er tatt på noenlunde tilfeldige tidspunkter, vil likevel (5) og (6) kunne gjelde som grove approksimasjoner.

Modellvurdering

Når vi skal vurdere hvor godt en modell beskriver et sett av data, er det vanligvis to forhold ved modellen vi tar utgangspunkt i.

Det ene forholdet har å gjøre med modellens evne til å forklare variasjonen i dataene. Dette forholdet kalles modellens forklaringsgrad eller ofte bare modellens tilpasning. Tilpasningen av en multippel eller enkel regresjonsmodell kan beregnes ut fra den multiple korrelasjonskoeffisienten. Det mål som vanligvis benyttes for tilpasningen av en slik modell, er den kvadrerte multiple korrelasjonskoeffisienten angitt i prosent.

Det andre forholdet ved en modell som vi må vurdere, gjelder de forutsetningene modellen er basert på. For en regresjonsmodell må vi da vurdere om noen av forutsetningene i)-iv) nevnt side 1 kan være brutt, og eventuelt hvor alvorlige avvikene er for de dataene vi betrakter. En måte å vurdere forutsetningene på er å studere residualene, dvs de estimerte U_i -ene i modellen.

Siden U_i -ene ($i = 1, \dots, n$) ikke er observerbare, må de estimeres. For modell (1) og (2) kan det gjøres ved henholdsvis

$$\hat{U}_i = Y_i - \hat{\alpha}_0 - \hat{\alpha}_1 t_i$$

$$\hat{U}_i = Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 t_i - \dots - \hat{\beta}_5 \sin(4\pi t_i/T)$$

for $i = 1, \dots, n$.

Dessverre er residualene for hver modell innbyrdes avhengige siden de er uttrykt ved de samme Y-er. De er heller ikke identisk fordelt, da de har forskjellige varianser. Disse forholdene kompliserer både en vurdering av forutsetningene i en regresjonsmodell samt tolkningene av resultatene fra en slik analyse.

Ulike metoder for å studere forutsetningene i en regresjonsmodell er beskrevet av Tveter (1973) i to rapporter, av Mohn (1974) og av Daniel og Wood (1971).

Vi har foreløpig ikke foretatt noen fullverdig vurdering av de benyttede modeller for alle elver, men bare for noen få utvalgte. Den metoden vi har benyttet har gått ut på å plotte residualene mot tiden for en gitt modell. Alternativt har vi også plottet Y_i -ene mot tiden.

Modell 1

En rekke plott av Y_i -ene mot tiden ble foretatt med hensyn til de enkelte observasjoner i årene 1971-72. (Se Henriksen (1972)). Resultatene tydet i de fleste tilfellene på at den enkle regresjonsmodellen var nokså urealistisk til å beskrive variasjonen i dataene. Vi fant blant annet sterke svingninger i Y_i -ene med tiden for de fleste elvene. Av den grunn har vi ikke benyttet den enkle regresjonsmodellen på enkeltobservasjoner.

Denne modellen er i stedet brukt til å beskrive en utvikling i årsmidlene for ulike kjemiske variable. Siden årsmidlene er beregnet over de enkelte observasjoner innen et år, vil vi stort sett få fjernet eventuelle svingningseffekter i enkeltobservasjonene over et år. Derfor skulle den enkle regresjonsmodellen være langt mer realistisk til å beskrive årsmidlene enn til å beskrive enkeltobservasjonene.

Vi har foreløpig ikke studert residualene i den enkle regresjonsmodellen på årsmidlene. Dette skyldes i hovedsak at vi fremdeles har vel få årsmidler til å kunne få noe ut av en slik analyse.

Modell 2

I løpet av 1974 og 1975 ble det foretatt en rekke residualanalyser for den multiple regresjonsmodellen for flere av elvene. Siden regresjonsanalysene delvis ble foretatt på månedsdata, delvis på ukesdata og delvis på data gitt i dager, var grunnlaget for de ulike analysene noe forskjellig.

For residualanalysene der vi bare hadde data fra noen få år, så ikke residualplottene ut til å tyde på vesentlige brudd på regresjonsmodellens forutsetninger. For de elver der vi hadde

observasjoner for flest år, passet modellen ikke alltid like bra. Det var alt da mye som tydet på at modellen var for "stiv" (for få parametere) til å kunne beskrive enkelte atypiske år. Dette tydet igjen på at enkelte forutsetninger var heller tvilsomme.

På dette tidspunktet var det vanskelig å trekke rimelig sikre konklusjoner om en tidsutvikling i de kjemiske parametre. Dette skyldtes flere forhold. For det første var det mange uregelmessigheter i samlingen over tid. Enkelte steder hadde man ukesdata over en periode, 2 ukers data over en annen periode og kanskje månedsdata over en tredje periode. Dessuten var manglende observasjoner i visse perioder et nokså hyppig forekommende fenomen.

For det annet forekom det en rekke ekstreme verdier i dataene som man var noe skeptisk til. For det tredje så ikke ligningene gitt ved (5) og (6) ovenfor alltid ut til å være oppfylt. Alt dette ved siden av en litt dårlig modelltilpasning og enkelte tvilsomme modellforutsetninger, gjorde oss noe skeptiske til resultatene ved de analysene som ble foretatt i løpet av 1974 og 1975, selv om mange av disse analysene hadde svært mange like tendenser.

I løpet av høsten 1980 og våren 1981 er det foretatt nye analyser ved den samme multiple regresjonsmodellen. De nye analysene er utført på oppdaterte serier for de elvene og lokalitetene som er gitt i tabell 3 i kapittel 3.

Det er grunn til å understreke at den datainnsamling som har funnet sted i perioden etter 1974 er langt mer regelmessig og fullstendig enn den som foreligger inntil 1974. Dette gjør at de observasjonsserier som nå foreligger, gir et langt bedre grunnlag for å trekke rimelig sikre konklusjoner enn de tidligere kortere og uregelmessige serier. En konsekvens av dette er at ligningene gitt ved (5) og (6) ovenfor nå ser ut til å være tilfredsstillt.

Tilpasningen av den multiple regresjonsmodellen til de data-serier som foreligger er et interessant emne. For de nye oppdaterte serier følger det av tabell 3 at modellen forklarer fra 5 % av variasjonen i dataene for elv nr 35 til snaut 66 % av variasjonen for elv nr 11 og lokalitet 9. Det er altså meget stor forskjell mellom tilpasningen fra elv til elv.

Det er også verdt å nevne at modelltilpasningen jevnt over ser ut til å ha blitt dårligere, men ofte mer signifikant over de lange oppdaterte serier enn over de tidligere kortere serier. Dette forholdet kan synes litt rart, men er slett ikke urimelig da lange observasjonsserier ofte inneholder flere atypiske år der det regnet betydelig mer eller mindre enn i normale år. Til tross for den økende inhomogeniteten i dataene kommer likevel enkelte former for tidsutvikling klarere frem da observasjonsantallet er betydelig større for de oppdaterte serier.

Det er grunn til å understreke det faktum at dårlig modelltilpasning ikke uten videre innebærer at det er noe galt med forutsetningene i en modell. Men dårlig modelltilpasning vil ofte være en indikasjon på at det kan være noe galt med en eller flere av forutsetningene.

De fleste regresjonsanalyser tyder på at vi har en signifikant lineær tidsutvikling samt en signifikant hel eller halvårs-svingning i den kjemiske variable pH. Da signifikanssannsynlighetene er beregnet under de forutsetninger som er satt til modellen, kan vi ikke uten videre stole på signifikanssannsynlighetene før vi er rimelig sikre på at forutsetningene holder. Et nærmere studium av forutsetningene er derfor nødvendig ut fra residualanalyser.

Residualanalyser fra elv nr 7 lokalitet 1 (fig. 11) og elv nr 12, lokalitet 1 viser tilsvarende resultater. Konklusjonen fra residualanalysene kan kort oppsummeres slik. Svært mange observasjoner ser ut til å avvike fra modellen på en nokså tilfeldig måte, noe som er ønskelig. Mange observasjoner ser imidlertid ut til å avvike systematisk fra modellen og dette er mer alvorlig.

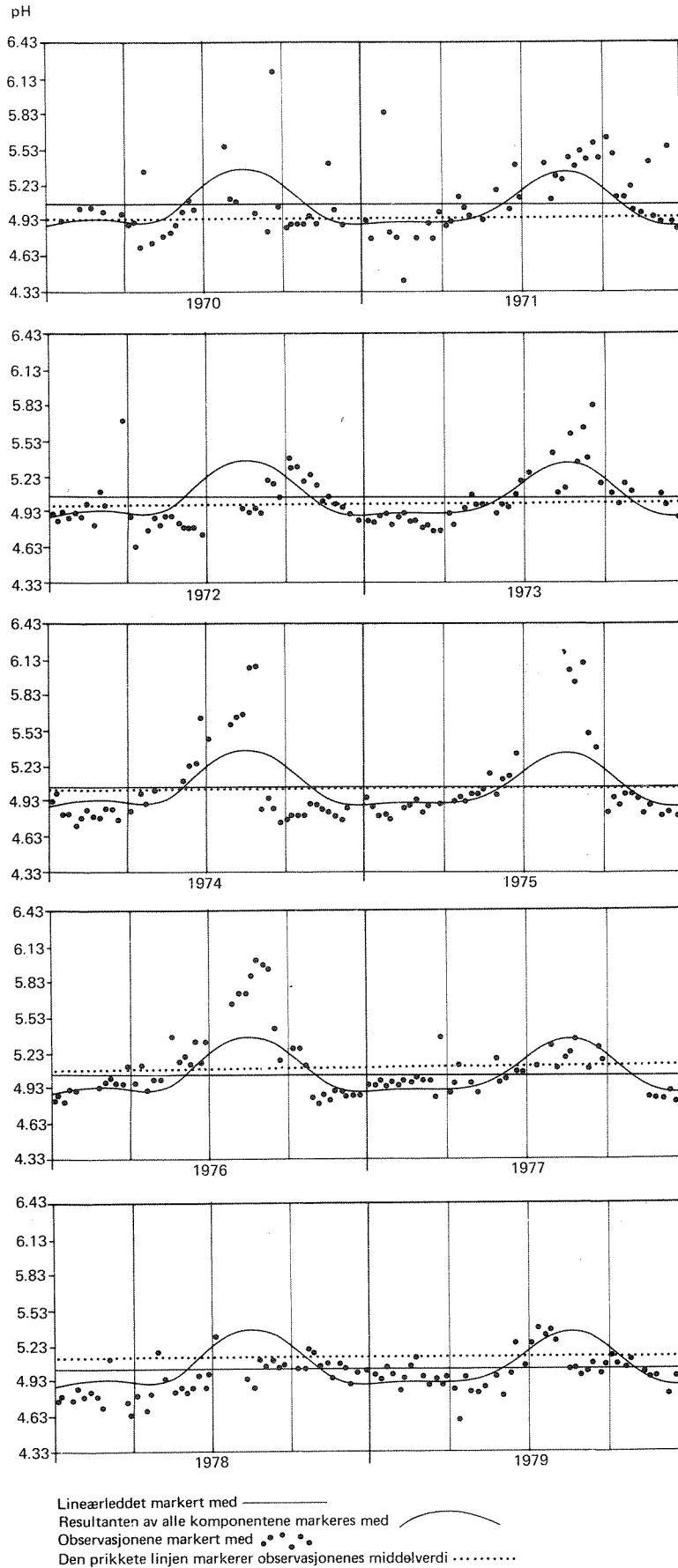


Fig. 11. Residualanalyse av data fra Tovdalselva (7.1).

De systematiske avvik ser delvis ut til å skyldes korte regnværsperioder eller tørkeperioder som er unormale i forhold til gjennomsnittsåret. De ser også ut til å skyldes enkelte atypiske år der alle observasjoner ofte ligger langt over (under) de estimerte verdier. Det er spesielt den siste typen systematiske avvik fra modellen som gir grunnlag for å tvile på enkelte forutsetninger i modellen.

De systematiske modellavvikene påvirker signifikanssannsynlighetene på to forskjellige måter. På den ene siden fører avvikene til at variansen til Y -ene blir overestimert. Dette medfører igjen at signifikanssannsynlighetene blir for store, noe som igjen innebærer at vi kan stole enda mer på resultatene enn om forutsetningene var oppfylte. På den annen side vil avhengigheten føre til at U_i -ene blir avhengige, noe som vil virke i motsatt retning.

Hvilke av disse to motstridende effekter som er sterkest og som innvirker mest på signifikanssannsynlighetene, er et vanskelig metodisk spørsmål som vi ikke vil gå nærmere inn på her. Dette problem kan kanskje best vurderes ut fra analyser på syntetiske data som er konstruert ut fra modeller med kjent avhengighet mellom observasjonene.

Siden minst to av forutsetningene i den multiple regresjonsmodellen ser ut til å være brutt uten at vi kan vurdere konsekvensene av dette, må vi være meget forsiktige med å tolke signifikanssannsynligheter fra analysene. Disse må derfor foreløpig tolkes som indikasjoner på tendenser enn som endelige bevis på en tidsutvikling.

Det er likevel oppmuntrende at regresjonsanalyser basert på enkeltobservasjoner og analyser basert på årsmidler viser en rekke felles tendenser. Disse tendensene går dessuten igjen i svært mange av elvene.

Forbedring av modell 2

Regresjonsmodellen gitt ved (3) kan opplagt forbedres ved å introdusere flere parametre og forklaringsvariable. Dette kan gjøres f eks ved å inkludere

- i) egne faseparametre for hvert år
- ii) egne amplitudeparametre for hvert år
- iii) både egne amplitude- og faseparametre hvert år
- iv) høyere harmoniske ledd
- v) nye forklaringsvariable som f eks nedbør eller vannføring.

Ved i) oppnår vi å kunne korrigere for at vår og høstregn ikke kommer samtidig hvert år. Vi får da ikke med at det kan være ulike kvanta regn de ulike år. Resultatene fra residualanalysene tyder på at det er lite å vinne her.

Ved ii) kan vi korrigere for ulike kvanta regn hvert år, men ikke for ulike regnværstyper de ulike år. Residualanalysene tyder på at det er mer å vinne med forbedringer her enn ved i), men en slik forbedring er neppe noen enkel sak.

Ved iii) får vi korrigert for begge deler, men her har vi til gjengjeld fått svært mange parametre. En slik modell vil sannsynligvis gi relativt god tilpasning uten at vi likevel blir noe særlig klokere på det fenomen vi studerer. Vi kan her risikere å "glatte" bort de fleste uoverensstemmelser mellom data og teori da vi får liten redundans i en slik modell. Likevel er denne mulighet interessant og verdt å studere nærmere.

Ved iv) vil vi neppe få noen vesentlige forbedringer, idet korte regnværstyper utenom vår og høstregn ikke er særlig regelmessige fra år til år. Slike modeller har delvis vært prøvd ved periodogramanalyser uten noe positivt resultat.

Det er grunn til å tro at en forbedring av modellen ved v) sannsynligvis vil gi de mest gunstige resultater. Hva en oppnår ved å prøve en eller flere av disse modellforbedringer er derfor et åpent spørsmål som det gjenstår å utforske. Vil det gi ny innsikt eller vil det bare komplisere en resultatpresentasjon?

Å tolke resultatene fra en generell multippel regresjonsmodell er ingen enkel affære selv når forutsetningene i modellen holder. Det er derfor mange grunner til å spørre om hvorfor vi har forsøkt å presentere resultatene fra de mange elvene ved hjelp av den multiple regresjonsmodellen da flere av modellforutsetningene ser ut til å være gale i alle fall for noen elver.

Svaret er at vi ved en slik modell har klart å presentere de mange observasjonsserier på en relativt enkel og oversiktlig måte. Ved en del av de analyser og plotts som er utført har vi klart å illustrere hvor komplekse dataene egentlig er. Vi har dessuten fått fram en del indikasjoner som viser i hvilken retning det kan være gunstig å forbedre modellen.

Analyse ved tidsrekkemodeller

Siden de dataene som er behandlet ved regresjonsanalyser egentlig er tidsrekker, melder det seg et naturlig spørsmål. Hvorfor har vi ikke brukt tidsrekkeanalyser, men regresjonsanalyser ved denne presentasjonen av de mange elveseriene?

Det er tre hovedgrunner for vårt valg. For det første er det langt lettere å begripe hva en regresjonsmodell betyr hvis de ulike ledd i modellen har en enkel fysisk tolkning som i vårt tilfelle. Tidsrekkeanalyse derimot er langt vanskeligere å forstå da en i modellene bruker begreper som er nokså tekniske og abstrakte. Dette har igjen konsekvenser for tolkningen av resultater fra de ulike typer analyser.

For det andre har vi ikke hatt noe prosjekt med en målsetning hvor et slikt arbeid naturlig hørte inn. Vi har derfor av økonomiske grunner ikke maktet å følge opp arbeidet ved bruk av tidsrekkemodeller på de nye mer regelmessige dataserier.

For det tredje, og det er kanskje den viktigste grunnen, krever de tilgjengelige tidsrekkemetoder at vi har ekvidistante samlede data, noe som ikke var tilfelle for de serier vi hadde inntil 1975. For å kunne analysere dataene ved metoder for tidsrekker var vi derfor først nødt til å foreta en såkalt "datatrimming" for å få ekvidistante serier som kunne benyttes ved de tilgjengelige tidsrekkemetodene. Da en slik datatrimming er

en meget komplisert sak som kan ha konsekvenser for de endelige resultater, har vi bare i meget spesielle tilfeller forsøkt med en slik fremgangsmåte.

I 1975 fant vi bare to serier som var rimelig regelmessig samplet til at vi våget å foreta noen mindre justeringer av observasjonsverdiene og tidspunktene for å få ekvidistante serier. Den ene serien var fra Bjelland bro hvor vi hadde uke-data over en 2-års periode. Den andre serien var fra Marnadal hvor vi hadde månedsdata over ca 6 år. På disse tidsseriene ble det foretatt to ulike former for tidsrekkeanalyser, nemlig periodogramanalyser og analyser ved Box-Jenkins ARIMA-modeller.

Periodogramanalyse går ut på å finne perioder for ulike svingninger i data. Ved de analyser som ble foretatt ble det benyttet et program BMD04R for periodisk og harmonisk analyse.

Resultatene fra disse analysene viste en signifikant første og andre harmonisk svingning ved en gitt grunnperiode på 1 år. De øvrige harmoniske svingninger så ikke ut til å være signifikante. Programmet hadde den svakhet at grunnperioden måtte oppgis. Herav ble frekvensene for de øvrige harmoniske komponenter beregnet. Bare disse frekvenser ble forsøkt.

Også en rekke analyser ved hjelp av Box-Jenkins ARIMA-modeller ble utført. Analysene førte ikke fram til noen bestemte modeller, da seriene tydeligvis var for korte til det. Vi fikk imidlertid fram to alternative modeller for hver serie, som passet rimelig bra til dataene.

Dessverre er ikke arbeidet med tidsrekkeanalyser fulgt opp etter 1975, og dette til tross for at seriene er langt mer regelmessig samplet etter 1975 enn før. Den mer regelmessige samplingen har nå gitt åpninger for bruk av tidsrekkeanalyser i langt større grad enn tidligere.

I dag ligger det derfor interessante data og problemer og venter på å bli analysert av personer med tilstrekkelig innsikt i og interesse for tidsrekkeanalyse. Det vil også være mulig å benytte nedbør data eller vannføringsdata som hjelpe-tidsrekke for å forklare utviklingen i en tidsrekke for en kjemisk variabel.

8. HENVISNINGER

- Atkins, W.R., 1922 Measurement of acidity and alkalinity in natural waters in their biological relationship. Salmon and Trout Mag. 30, 184-98.
- Box, G.E.P. and Jenkins, G.M., 1970 Time Series Analysis, Forecasting and Control Holden Day.
- Dahl, K., 1927 The effects of acid water on trout by. Salmon and Front Mag. 46, 35-43.
- Daniel, C. and Wood, F.S., 1971 Fitting Equations to Data, Wiley.
- Dannevig, G., 1959 Nedbørens innflytelse på vassdragenes surhet og på fiskebestanden. Jeger og Fisker 3, 116-118.
- Dovland, H., Joranger, E. og Semb, A., 1976 Deposition of air pollutants in Norway. Pp 14-35 i: Brække, F.H. (ed.): Impact of acid precipitation on forest and freshwater ecosystems in Norway. SNSF-project FR6/76.
- Draper, N.R. and Smith, H., 1966 Applied Regression Analysis, Wiley.
- Henriksen, A., Snekvik, E., 1979 Kjemisk analyse av elveprøver fra Sørlandet til Øst-Finnmark, 1976-77. SNSF-prosjektet, TN 51/79.
- Henriksen, A., 1972 Regresjonsanalyse av pH og hårdhetsobservasjoner i Sørlandselver. Vann 1, 65-73.
- Henriksen, A., 1979 A simple approach for identifying and measuring acidification of freshwater. Nature 278, 542-45.
- Henriksen, A., 1980 Acidification of freshwaters - A large scale titration. Proc. Int. conf. ecol. impact acidprecip. Norway 1980, SNSF-project 68-74.

Mohn, E., 1974 "Noen metoder for å vurdere forutsetningene i den multiple regresjonsmodell". NR-rapport nr. 490.

Sunde, S.E., 1926 Surt vand dreper laks og ørretyngel. N.J. & F.F.'s tidskrift, hefte 2.

Tveter, J.O., 1973 "Implementasjon av 3 metoder for test av uavhengighet av restleddene i en regresjonsmodell", NR-rapport nr. 429.

Tveter, J.O., 1973 "Implementasjon av metoder for testing av normalitetsforutsetningen i lineære regresjonsmodeller", NR-rapport nr. 432.