

NORSK INSTITUTT FOR VANNFORSKNING

Blindern

O-76088

VANGSVATN

Strøm og spredningsstudier

Oslo, 18. juli 1980

Saksbehandler : Torulv Tjomsland

Medarbeidere : Einar I. Andersen

Bjørn Faafeng

Brynjar Hals

Instituttetsjef: Kjell Baalsrud

# NIVA – RAPPORT

Norsk institutt for vannforskning  NIVA

Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Forskningsråd

Postadresse: Brekke 23 52 80  
Postboks 333, Blindern Gaustadalleen 46 69 60  
Oslo 3 Kjeller 71 47 59

Rapportnummer: 0-76088
Undernummer: IV
Løpenummer: 1218
Begrenset distribusjon:

Rapportens tittel:  VANGSVATN Strøm- og spredningsstudier	Dato: 18. 07, 1980
	Prosjektnummer: 0-76088
Forfatter(e):  Torulv Tjomsland	Faggruppe:
	Geografisk område: Hordaland
	Antall sider (inkl. bilag): 53

Oppdragsgiver: Vassdragsrådet, Voss kommune	Oppdragsg. ref. (evt. NTNf-nr.):
--	----------------------------------

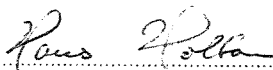
Ekstrakt:


Rapporten omhandler strøm og spredningsforhold i Vangsvatn. Registreringsdata av vind, strøm og temperatur blir presentert. Strømningsmønsteret for vindens to hovedretninger samt ved gjennomstrømning, er simulert ved en matematisk modell. Videre er spredningen av kloakk fra to ulike utslippssteder simulert.

4 emneord, norske:
1. Vangsvatn
2. Strøm og spredning
3. Feltregistreringer
4. Matematiske modeller
Voss

4 emneord, engelske:
1.
2.
3.
4.

  
Prosjektleders sign.:

  
Seksjonsleders sign.:

  
Instituttstjefs sign.:

ISBN 82-577-0291-9

I N N H O L D S F O R T E G N E L S E

	Side:
1. INNLEDNING	5
2. KONKLUSJONER OG SAMMENDRAG	6
3. FELTREGISTRERINGER	9
3.1.1 Vangsvatn	9
3.1.2 Instrumentering	9
3.2 Resultater	12
3.2.1 Vind	12
3.2.2 Strøm	14
3.2.3 Temperatur	14
3.3 Diskusjon	14
4. SIMULERING AV STRØM	21
4.1 Innledning	21
4.2 Simulert strøm	21
4.2.1 Simulert strøm - vind mot nordøst	21
4.2.2 Simulert strøm - vind mot sørvest	26
4.2.3 Simulert strøm - uten vind	31
4.3 Diskusjon	34
5. SIMULERT SPREDNING AV BAKTERIER	34
5.1 Innledning	34
5.2 Simulert spredning - dagens utslipp	35
5.2.1 Overflateutslipp - vind mot nordøst	35
5.2.2 Overflateutslipp - vind mot sørvest	37
5.2.3 Overflateutslipp - uten vind	37
5.2.4 Diskusjon	37
5.3 Simulert spredning - dyputslipp	40
5.3.1 Dyputslipp - vind mot nordøst	40
5.3.2 Dyputslipp - vind mot sørvest	40
5.3.3 Dypustlipp - uten vind	40
5.3.4 Diskusjon	44

	Side:
5.4 Sammenlikning	44
5.4.1 Sammenlikning mellom dyputslipp og dagens utslipp	44
5.4.2 Usikkerhet	44
5.4.3 Spredning av organisk stoff m.m.	45
6. REFERANSER	46

---

V E D L E G G

-o0o-

F I G U R F O R T E G N E L S E

Figur 3.1-1	Dybdekart og plassering av utstyr	10
" 3.1-2	Utløp Vangsvatn (VM 598 Bulken). Karakteristiske 7 døgn vannføring	11
" 3.1-3	Montering av strøm- og temperatur- målerne i sjøen	12
" 3.2-1	Vindregistreringer	13
" 3.2-2	Strømregistreringer i 5 m nivået	15
" 3.2-3	Strømregistreringer i 25 m nivået	16
" 3.2-4	Temperatur-registreringer i dypene: 1 m, 10 m, 20 m, 30 m og 50 m	17
" 3.3-1	Temperatur i Vangsvatn ved Vosso og vanntemperatur i Vosso	18
" 3.3-2	Teoretisk utskiftning av vannet i Vangsvatn	18
" 3.3-3	Indre bølger	20
" 4.2-1	Simulert horisontal strøm. Vind mot nordøst, 5 m/s	22
" 4.2-2	Simulert vertikal strøm. Vind mot nordøst, 5 m/s	23
" 4.2-3	Simulerte og registrerte strøm- og temperaturverdier	24
" 4.2-4	Simulerte og registrerte temperaturer	25
" 4.2-5	Simulert horisontal strøm. Vind mot sørvest - 5 m/s	27

		Side:
Figur 4.2-6	Simulert vertikal strøm. Vind mot sørvest - 5 m/s	28
" 4.2-7	Simulerte og registrerte strøm- og temperaturverdier	29
" 4.2-8	Simulerte og observerte temperaturer	30
" 4.2-9	Simulert horisontal strøm uten vind	32
" 4.2-10	Simulert vertikal strøm uten vind	33
" 5.2-1	Simulerte bakteriekonsentrasjoner. Overflateutslipp ved vind mot nordøst, 5 m/s	36
" 5.2-2	Simulerte bakteriekonsentrasjoner. Overflateutslipp ved vind mot sørvest	38
" 5.2-3	Simulerte bakteriekonsentrasjoner. Overflateutslipp uten vind	39
" 5.3-1	Simulerte bakteriekonsentrasjoner. Dyputslipp - vind mot nordvest, 5 m/s	41
" 5.3-2	Simulerte bakteriekonsentrasjoner. Dyputslipp - vind mot sørvest, 5 m/s	42
" 5.3-3	Simulerte bakterieverdier. Dyputslipp uten vind	43

## 1. INNLEDNING

Undersøkelsen er utført av Norsk institutt for vannforskning. Oppdragsgiver er Vassdragsrådet i Voss kommune.

Innen prosjektet er det tidligere foretatt en limnologisk undersøkelse av hele Vossevassdraget (NIVA 1979).

Hensikten med denne undersøkelsen var å få kjennskap til strømsystemene og spredningen av forurensninger i Vangsvatn.

Vannkvaliteten i de nord-østlige delene av innsjøen er i den senere tid blitt sterkt forringet på grunn av kloakkutslipp (NIVA 1979). Innholdet av koliforme bakterier har f.eks. vært for høyt til å tilfredsstille Norsk standards krav til badevann. I denne sammenheng var det interessant å vurdere virkningen av å samle kloakken og føre den ut på dybt vann.

Arbeidsmetoden har vært å kombinere feltregistreringer med bruk av matematiske modeller.

Den praktiske gjennomføringen av feltarbeidet ble ledet av Einar Andersen, NIVA. Voss Elektrisitetsverk bidro med hjelp til feltarbeidet.

Lesere som ønsker å få et kortfattet inntrykk av rapporten, kan konsentrere seg om konklusjon og sammendragkapitlet samt en studie av figurene. For lesere med særinteresse er de matematiske modellenes oppbygging og fysiske relevans beskrevet i vedleggene.

## 2. KONKLUSJONER OG SAMMENDRAG

### Konklusjoner

De mest hyppig forekommende strømmene i Vangsvatn skyldes gjennomstrømming fra Vosso. Høye hastigheter på grunn av vind opptrer såpass sjelden at gjennomstrømmingen er dominerende for den totalt vanntransport. Om våren og sommeren fører dette til en meget rask fortynning og utskiftning av vannmassene.

Bakterieanalyser av Vangsvatnet ved Vossevungen viser at vannet ikke tilfredsstiller helsemyndighetenes krav til badevann. Uten å sette inn tiltak, vil vannet neppe være egnet som badevann uansett strømforhold. De bakteriologiske forhold vil bli forbedret ved å samle avløpsvannet og føre det ut på dypt vann, f.eks. i nærheten av Bordalselva, men for å oppnå tilfredstillende hygienisk vannkvalitet, bør avløpsvannet samtidig gjennomgå kjemisk rensing.

### Sammendrag

Vangsvatn ligger i bunnen av en dal med bratte fjellsider. Flateinnholdet er ca. 8 km<sup>2</sup>. Største og midlere dybde er henholdsvis 60 og 32 m. Ca. 85 prosent av årlig vanntilførsel kommer fra Vosso i øst. Utløpet er i vest.

I perioden 10. mai til 5. juli 1979, ble det installert utstyr for registrering av vind samt temperatur og strøm i innsjøen.

Vinden blåste i størst grad mot nordøst og øst (dvs. i dalens lengderetning). Dernest var vind mot sør og sørvest mest vanlig. I 80 og 37 prosent av tiden var vindhastigheten mindre eller lik henholdsvis 5 m/s og 1 m/s.

I de sentrale delene av øvre Vangsvatn beveget vannet seg overveiende i vestlig retning både i 5 og 25 meter nivået. Dette tyder på at gjennomstrømmingen på grunn av vannet fra Vosso er viktigere enn vinden for den totale vanntransport i Vangsvatn.

Den store gjennomsstrømmingen medvirker til en effektiv fornyelse av vannmassene. Det relativt kalde vannet i Vosso under snøsmeltingen bidrar til å gjøre innsjøvannet kjølig. I observasjonsperioden var overflatetemperaturen under 11 °C. I løpet av juni ble det dannet et svakt sprangsjikt.

Strømforholdene ble simulert ved hjelp av en matematisk modell for vindens to hovedretninger samt ved gjennomstrømming.

Overflatevannet beveget seg stort sett i vindretningen. Oppadrettede Oppadrettede strømmer fant gjerne sted der overflatevannet strømmet fra land. Nedadrettet bevegelse inntraff i de motsatte delene av sjøen. I de dypereliggende sjiktene strømmet vannet i motsatt retning av vinden. Dette hovedmønsteret ble modifisert av innsjøens form. Hastighetens størrelse avtok fra 5-10 cm/s i overflaten til et par cm/s. nær bunnen. Vannets temperatur var knyttet til de vertikale bevegelsene, slik at overflatevannet ble avkjølt i oppstrømningsområdene og bunnvannet oppvarmet i nedstrømningsområdene.

Ved vindstille vær førte gjennomstrømmingen til at hastighetene overveiende var noen få mm/s. Strømmen var rettet vestover mot utløpet i alle dybdenivåene.

Sammenlikninger mellom simulerte og registrerte verdier viste god overensstemmelse.

Ved bruk av de simulerte strømhastighetene, ble spredningsforløpet av koliforme bakterier (tarmbakterier) simulert ved en matematisk spredningsmodell.

Først ble bakteriene tenkt tilført i østlig del av sjøen ved Vossevangen. Dette tilsvarer forholdene som har funnet sted i de senere år. Uansett strømforhold ble bakteriekonsentrasjonene nær Vossevangen for høye til at vannet kan godkjennes som badevann.



Dermed ble kloakkutslippet ledet ut på dypt vann i nærheten av Bordselva. Bakteriene ble da konsentrert til bunnsjiktet nær utslippsstedet. Bakteriernes dødshastighet samt fortynningseffekter tydet på at vannkvaliteten i Vangsvatnet ved Vossevangen da blir betydelig bedre.

Ved et samlet utslipp av urensset kloakkvann på dypt vann der utskiftningshastigheten er liten, vil imidlertid forurensningsstoffer samles på et lite område. Dette kan få uønskede konsekvenser.

### 3. FELTREGISTRERINGER

#### 3.1.1 Vangsvatn

Vangsvatn har et flateinnhold på ca. 8 km<sup>2</sup> (fig. 3.1-1). Største lengde og bredde er henholdsvis ca. 8,5 km og 1,7 km. Største og midlere dybde er henholdsvis 60 m og 32 m.

Innsjøen er delt i to bassenger (øvre og nedre Vangsvatn) adskilt av en terskel med dybde på under 15 m.

Vangsvatn ligger i bunnen av en dal med bratte dalsider. Formen vitner om erosjon av istidenes breer.

Ca. 85% av årlig vanntilførsel til Vangsvatn kommer via Vosso. Det nest største tilløpet (ca. 10%) kommer via Bordalselva. Begge tilløpene renner ut i østlige deler av innsjøen. Utløpet er i vest.

Snøsmelteflommen og tilhørende stor gjennomstrømmning finner overveiende sted i perioden mai-juni (fig. 3.1-2). Høye vannføringer er også vanlig i tilknytning til nedbør i september og oktober. Lavvannføringer finner gjerne sted på sensommeren og om vinteren.

#### 3.1.2 Instrumentering

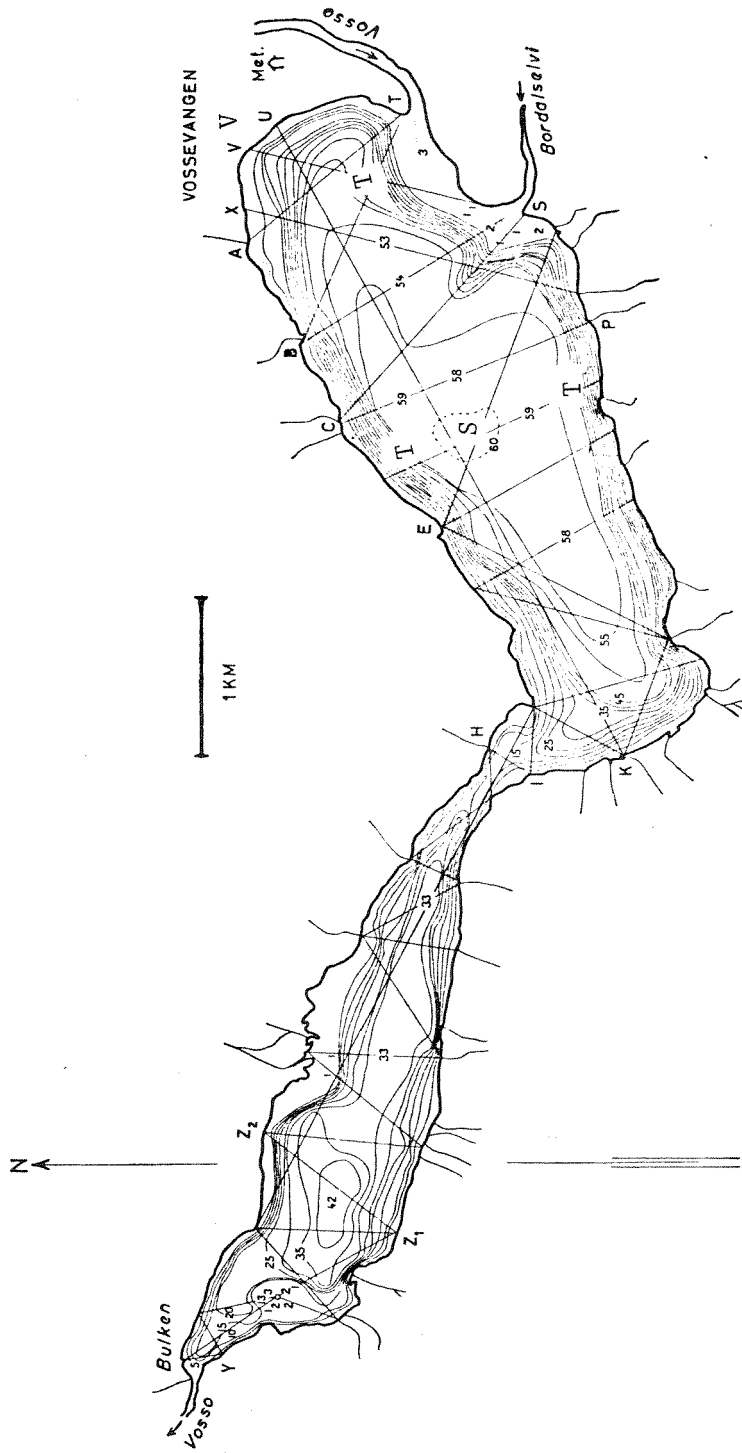
I perioden 10. mai til 5. juli 1979 var det plassert utstyr for registrering av vind samt strøm og temperatur i innsjøen (fig. 3.1-1).

Feltregistreringene ble konsentrert til øvre Vangsvatn.

Strømmens fart og retning samt vanntemperatur ble registrert i sentrum av øvre Vangsvatn på 5 og 25 m's dyp. Registreringsintervallet var 20 min.

I nord, sør og østlig del av øvre Vangsvatn ble det plassert termistorstenger. Disse registrerte temperaturen for hver femte meter fra overflaten til 50 m's dyp. Registreringsintervallet var 20 min.

Utstyret for registrering og lagring av data var av typen "Aanderaa Instruments". Fig. 3.1-3 viser hvordan utstyret ble montert i sjøen.

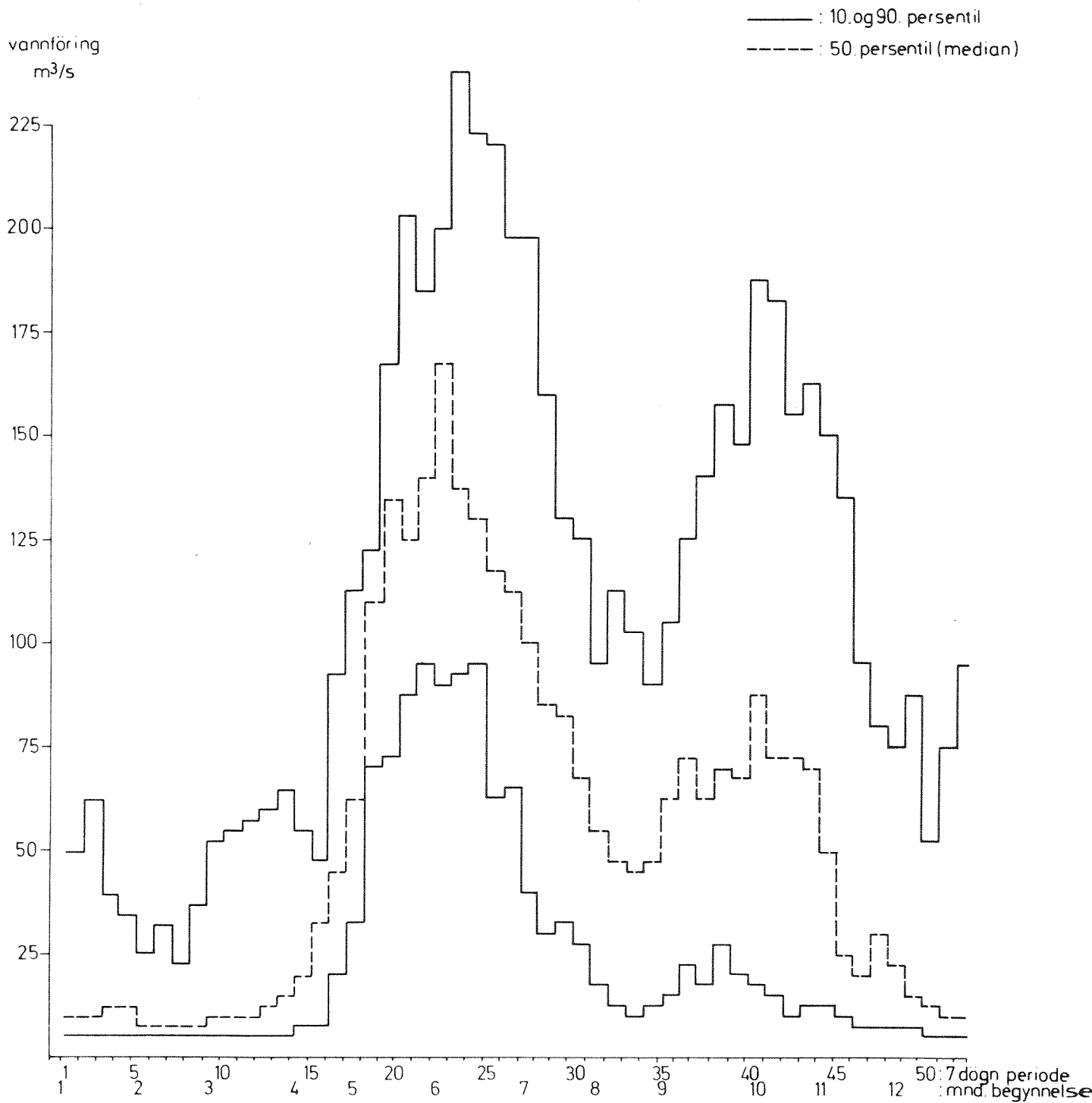


Figur 3.1-1 Dybdekart og plassering av utstyr.

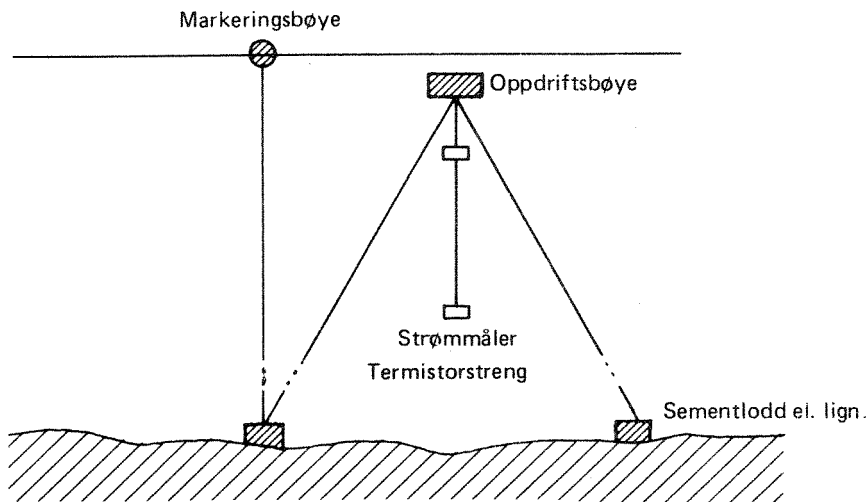
S: Strømmåler i 5 m og 25 m nivået

T: Temperaturstreng

V: Vindmåler



Figur 3.1-2 Utløp Vangsvatn (VM 598 Bulken).  
Karakteristiske 7 døgn vannføringer.



Figur 3.1-3 Montering av strøm- og temperaturmålerne i sjøen.

Vindens fart og retning ble registrert kontinuerlig på Vossevangen. Måleren var plassert på toppen av en bygning (Sosialbygget) ca. 30 m over vannoverflaten.

## 3.2 Resultater

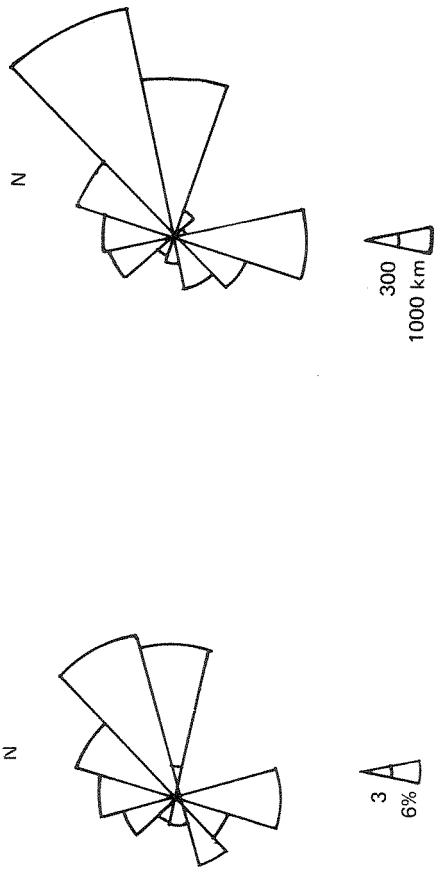
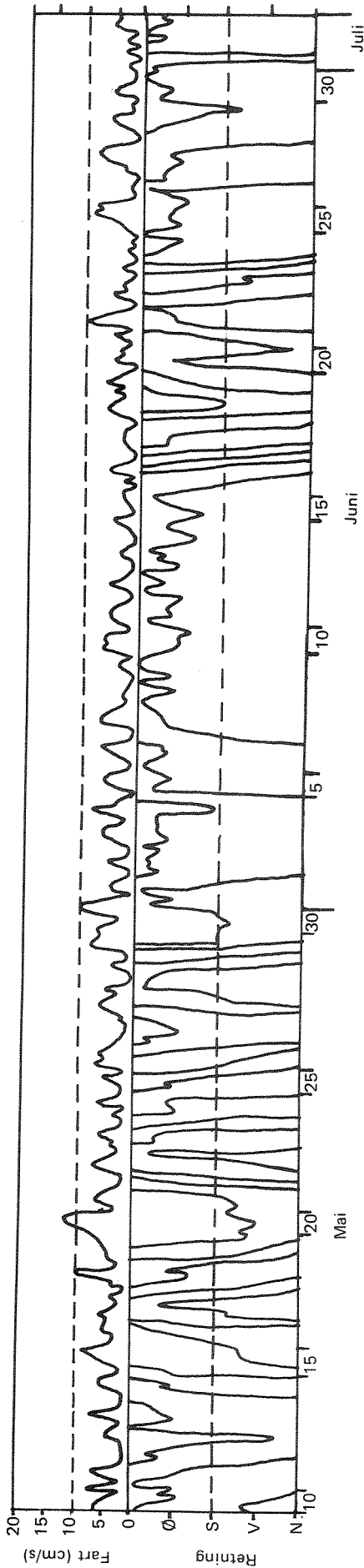
### 3.2.1 Vind

Fig. 3.2-1a gir et inntrykk av vindens styrke og retning i måleperioden. Både fart og retning varierte vanligvis mye i løpet av et døgn.

Største registrerte vindhastighet med varighet på en time var 15 m/s (fig. 3.2-1). 37% og 80% av tiden var vindhastigheten mindre eller lik henholdsvis 1 m/s og 5 m/s. Vindhastigheten avtar med avtagende høyde over vannoverflaten.

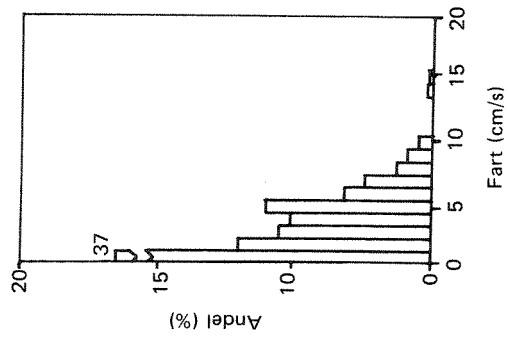
Vinden blåste i størst grad mot nordøst og øst (fig. 3.2-1 b,c). Dvs. i dalens lengderetning. Derrest var vind mot sør og sørvest mest vanlig.

a Fart og retning



b Retningsvindregistreringene

c Vindvei



d Histogram

Figur 3.2-1 Vindregistreringer.

Vindmåleren vil trolig gi et representativt bilde av vindforholdene over øvre Vangsvatn. For nedre Vangsvatn vil vinden formodentlig ha tendens til å bli ledet i hoveddalens retning.

### 3.2.2 Strøm

Strømmens fart og retning endret seg vanligvis fra time til time. Bare unntaksvis var forholdene noenlunde stabile i løpet av et døgn (fig. 3.2-2, 3). Bevegelsen i 25 m's nivå varierte mindre enn i 5 m's nivå. På begge registreringsdypene beveget vannet seg overveiende i vestlig retning.

I 5 m og 25 m nivået var henholdsvis 70% og 80% av registreringsverdiene mindre eller lik 1 cm/s. Hastigheter over 5 cm/s fant sted i 10% og 2% av tiden i henholdsvis 5 m og 25 m nivået.

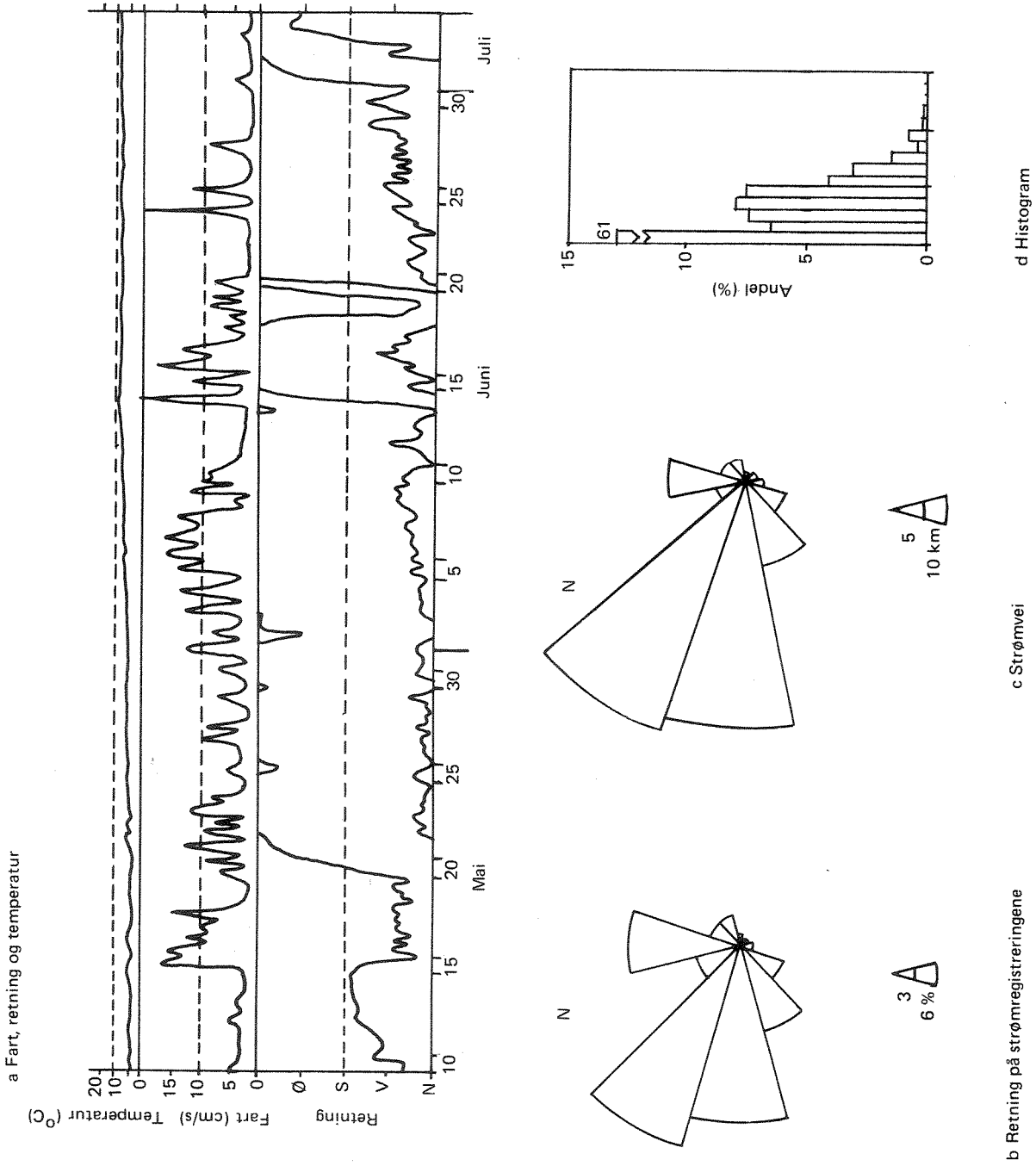
### 3.2.3 Temperatur

Fig. 3.2-4 viser temperaturprofiler i perioden 10. mai til 5. juli 1979. I overflaten økte temperaturen fra ca. 4°C til ca. 11°C. Nær bunnen (50 m) var de tilsvarende verdiene ca. 3,5°C og ca. 5°C. Temperaturene viser at Vangsvatn er kaldere enn de fleste innsjøer som ligger i tilsvarende klimasone.

I mai varierte temperaturen meget lite fra overflaten til bunnen. Dette vitner om labil sjiktning og vertikal sirkulasjon i vannmassen. I juni ble overflatevannet varmet opp til over 4°C. Dermed ble det øverste sjiktet lettere enn bunnvannet, og det var mer stabile forhold med utvikling av sprangsjikt. Dette motvirket en effektiv blanding av overflate-laget (epilimnion) og dyplaget (hypolimnion). Sprangsjiktet, som imidlertid var meget svakt utviklet, sank til omtrent 20 m i løpet av registreringsperioden.

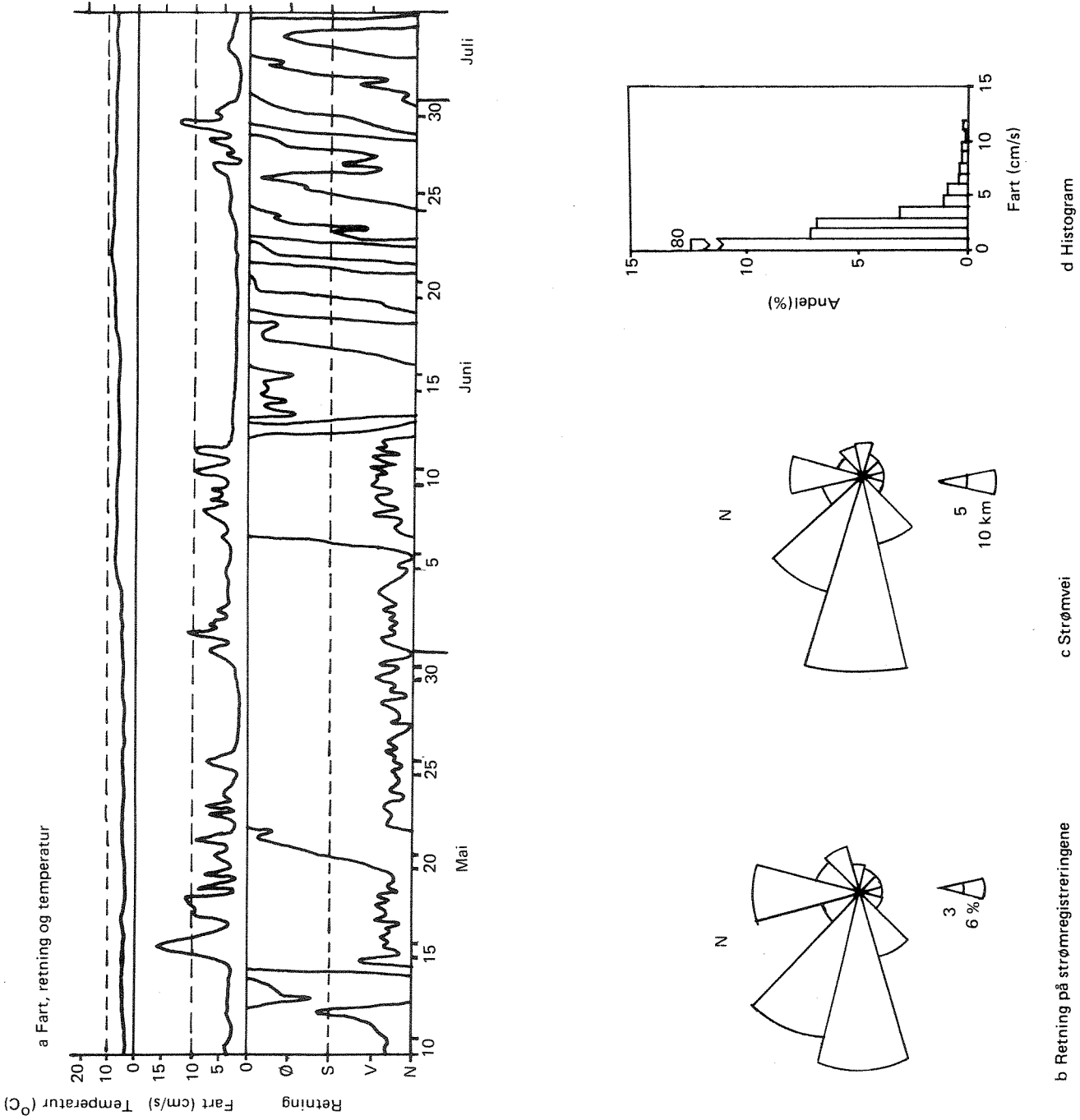
## 3.3 Diskusjon

I de sentrale deler av øvre Vangsvatn vil vannet nær overflaten hovedsakelig strømme i vindens retning. Av fig. 3.2-1 og 3.2-2 går det fram at vanntransporten i 5 m nivået var størst mot vest og nordvest, dvs. i



Figur 3.2-2 Strømregistreringer i 5 m nivået.

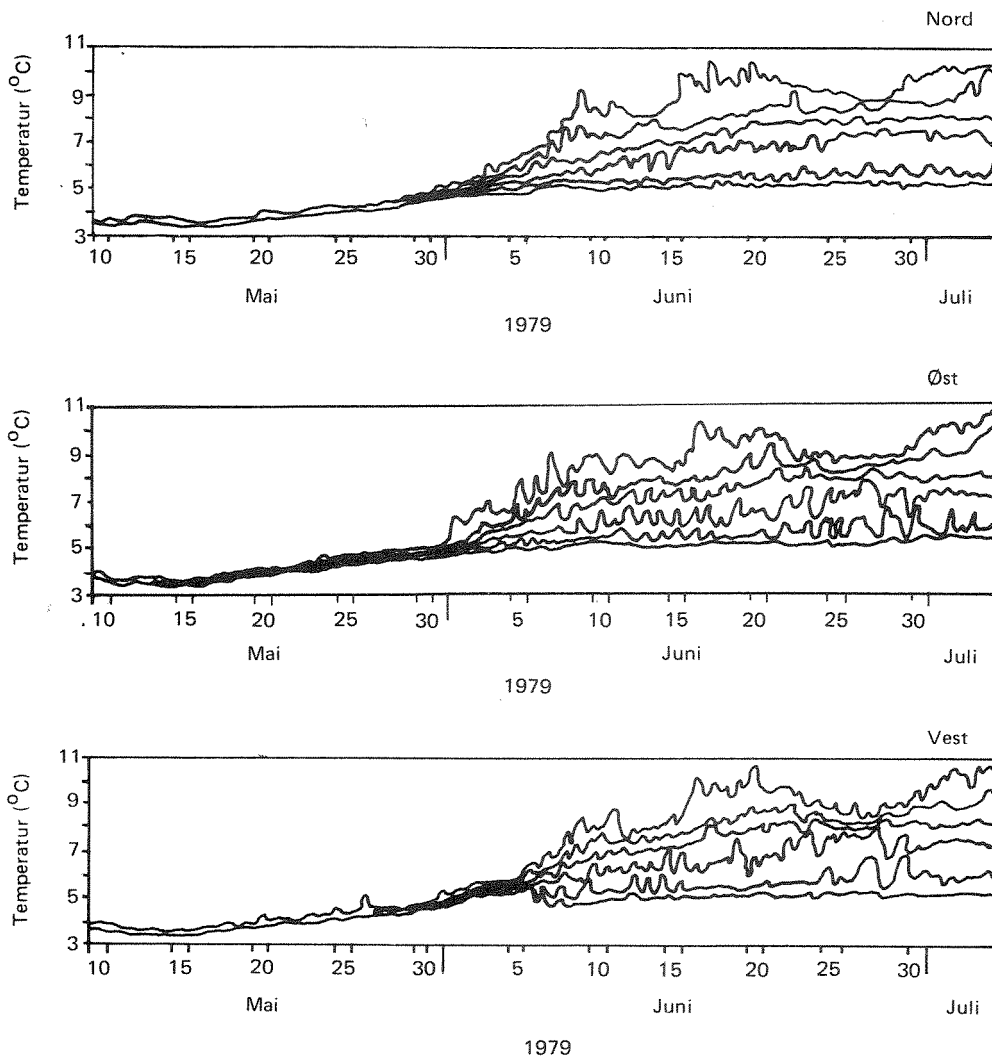




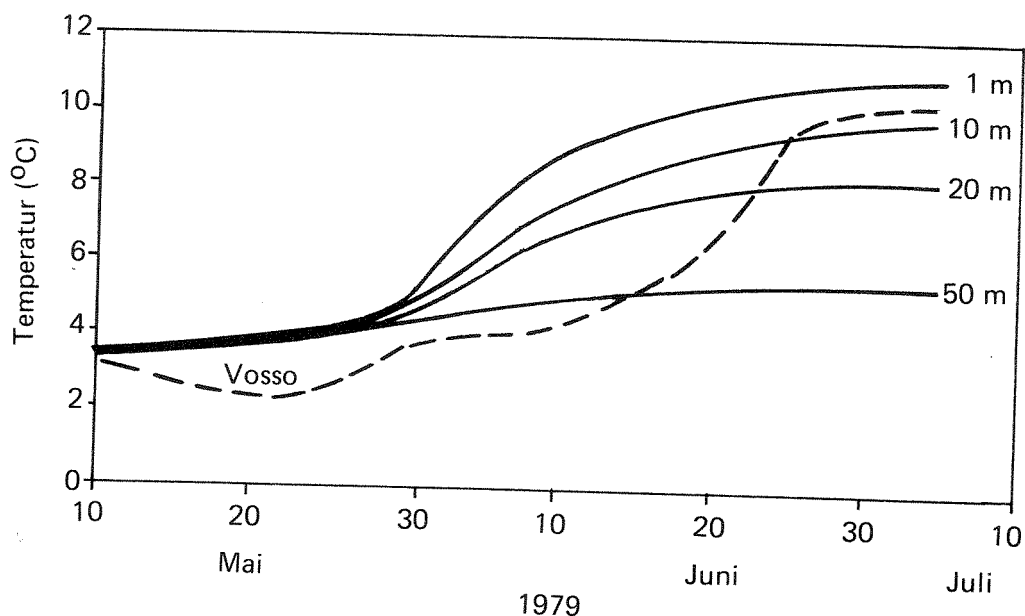
Figur 3.2-3 Strømregistreringer i 25 m nivået.

motsatt retning av vinden. Videre hadde den dominerende strømretningen i 25 m nivået omtrent samme retning som nær overflaten. I perioder med liten vind vil gjennomstrømning på grunn av tilløp og utløp via elvene være dominerende. Denne gjennomstrømningen, som ventelig vil føre til vestlig strømretning på registreringsstedet, synes å være viktigst for den totale vanntransport i Vangsvatnet. Vannføringene i observasjonsperioden er spesielt høye på grunn av snøsmelting (jfr. fig. 3.1-2).

Vannet fra Vosso vil lagre seg inn i Vangsvatn i det nivået hvor temperaturen (tettheten) i elv og innsjø er samsvarende. Homogene temperaturforhold i mai viser at vannet sirkulerer vertikalt i Vangsvatn. Det relativt kalde vannet fra Vosso ble da fordelt jevnt over hele innsjøens dybdeprofil (fig. 3.3-1). I første halvdel av juni førte solstrålingen til sjikning og mer stabile forhold. Temperaturforholdene tilsa da at ellevannet dukket ned mot bunnen av Vangsvatn. Utover sommeren steg innlagringsnivået til nær overflaten. Om vinteren er gjerne temperaturen både i elver og nær overflaten meget nær 0°C. Dvs. at ellevannet da strømmer ut i overflaten av Vangsvatn.



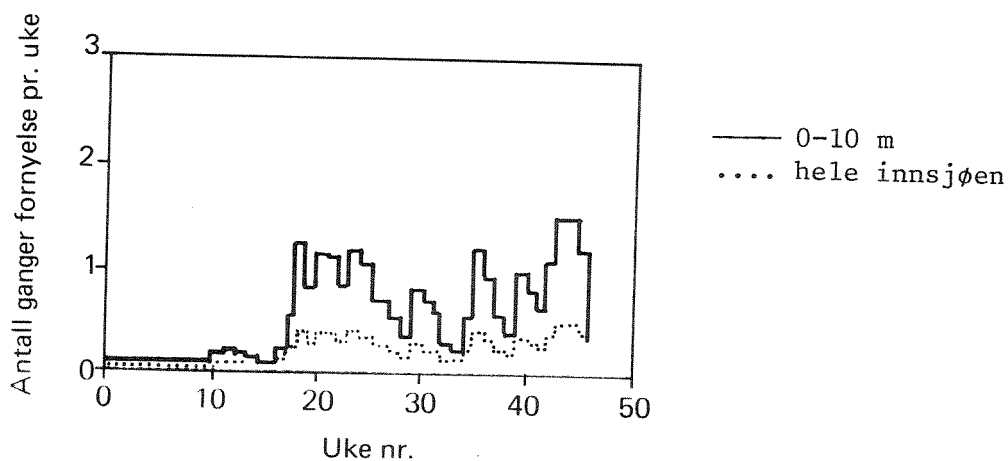
Figur 3.2-4 Temperatur-registreringer i dypene:  
1 m, 10 m, 20 m, 30 m og 50 m.



Figur 3.3-1 Temperatur i Vangsvatn ved Vosso (—) og vanntemperatur i Vosso (---).

Dersom tilløpsvannet fordeles jevnt i hele Vangsvatn vil vannet teoretisk fornyes i løpet av ca. 1 måned (fig. 3.3-2). I sirkulasjonsperiodene vår og høst kan dette i en viss grad være tilfelle. Strømmer vannet kun i de øverste 10 metrene blir fornyelsestiden der bli i størrelsesorden 1 uke. Utover sommeren vil utviklingen gå mot slike forhold.

Den store gjennomstrømningen med kaldt vann forklarer de dominerende retningene på strømregistreringene, de relativt lave temperaturer og svakt utviklede sprangsjikt i Vangsvatn.



Figur 3.3-2 Teoretisk utskiftning av vannet i Vangsvatn

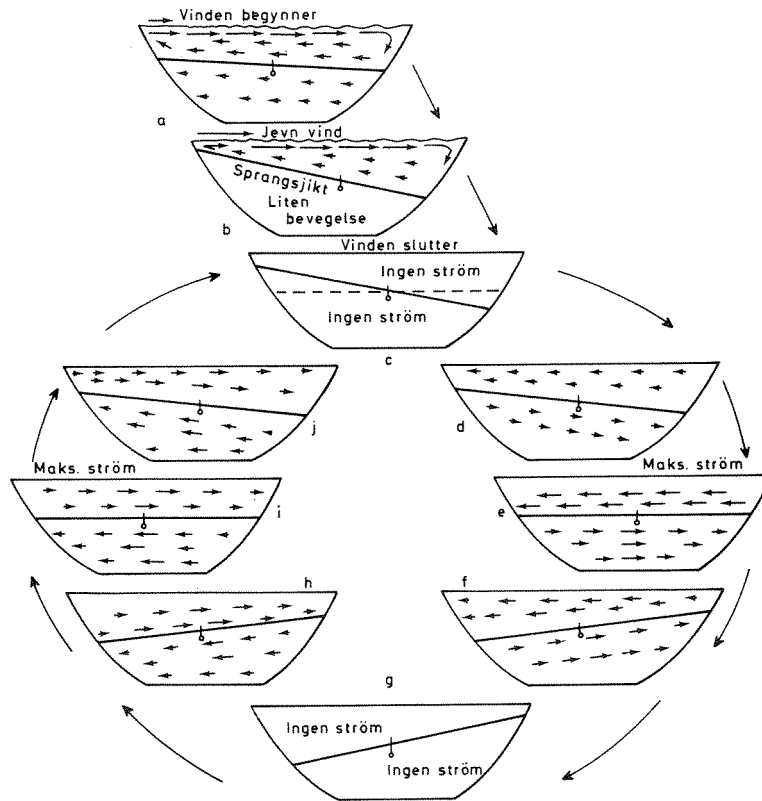
Detaljstudier av figur 3.2-4 viser at profilene i sør og øst ofte hadde sammenfallende tendens i temperatursvingningene, mens temperaturene til profilet i nord viser den motsatte tendens. Dette har trolig sammenheng med vinddrevne strømmer. Dersom overflatevannet strømmer fra land, vil dypereliggende og kaldere vann bevege seg mot overflaten (upwelling). I motsatt ende av sjøen blir strømmene nedadrettet. Vedvarende vind mot vest/nordvest vil føre til upwelling og kaldt overflatevann ved temperaturstasjonene i øst og sør og varmt vann i nord. Ved motsatt rettet vind vil det samme resonementet gi varmt overflatevann i sør og øst og kaldt i nord.

Endringer i de registrerte hastighetene og i temperaturene hadde ofte ikke noen umiddelbar tilknytning til vindobservasjonene. En årsak til dette er trolig indre bølger. Dersom en jevn vind blåser over en lagdelt sjø (fig. 3.3-3), blir vannet i det øvre laget ført i vindens retning. Overflaten blir skråstilt med stigning i vindens retning. Dette forårsaker en returstrøm i de dypere lag, slik at sprangsjiktet får en stigning i motsatt retning av overflaten. Når vinden opphører, blir det satt opp strømmer for å oppnå likevekt med horisontal vannoverflate og sprangsjiktnivå. De største hastighetene finner sted nær sprangsjiktet (indre bølger). Hastighetene vil være størst i perioder med et velutviklet sprangsjikt. I Vangsvatn hvor sprangsjiktet er svakt utviklet, vil indre bølger opptre i langt mindre grad enn f.eks. Mjøsa (VHL 1978). Imidlertid synes fenomenet også å finne sted i Vangsvatn og har således periodevis betydning for vannets utskiftning og spredning av stoff.

Bevegelser forårsaket av vindpåvirkning og en påfølgende indre seiche i en hypotetisk to-lagret innsjø hvor friksjonen er neglisjert

Etter C.H. Mortimer

↓ betegner knutelinjen



Figur 3.3-3 Indre bølger .

#### 4. SIMULERING AV STRØM

##### 4.1 Innledning

Registreringsverdiene gir opplysning om strømhastigheter i enkelte punkter. For å få et inntrykk av hvordan strømforholdene var i hele innsjøen ble det benyttet en matematisk strømningsmodell.

Strømmene blir drevet av vinden samt trykkforskjeller på grunn av vannføringene i elvene. Når bevegelsen først er kommet igang, blir den påvirket av jordrotasjonen, friksjon mot bunnen og de eksisterende trykkkrefter. For en mer utførlig beskrivelse av modellens oppbygning og fysiske relevans henvises til vedlegg A.

Strømmene ble simulert for vindens to hovedretninger samt under vindstille forhold.

##### 4.2.1 Simulert strøm - vind mot nordøst

Inngangsdata:

Vind : 5 m/s mot nordøst 10 m over vannoverflaten.

Tilløpsvannføring via Vosso :  $100 \text{ m}^3/\text{s}$ , vanntemperatur :  $6,5^\circ\text{C}$ .

Tilløpsvannføring via Bordalselva :  $20 \text{ m}^3/\text{s}$ , vanntemperatur :  $6,5^\circ\text{C}$ .

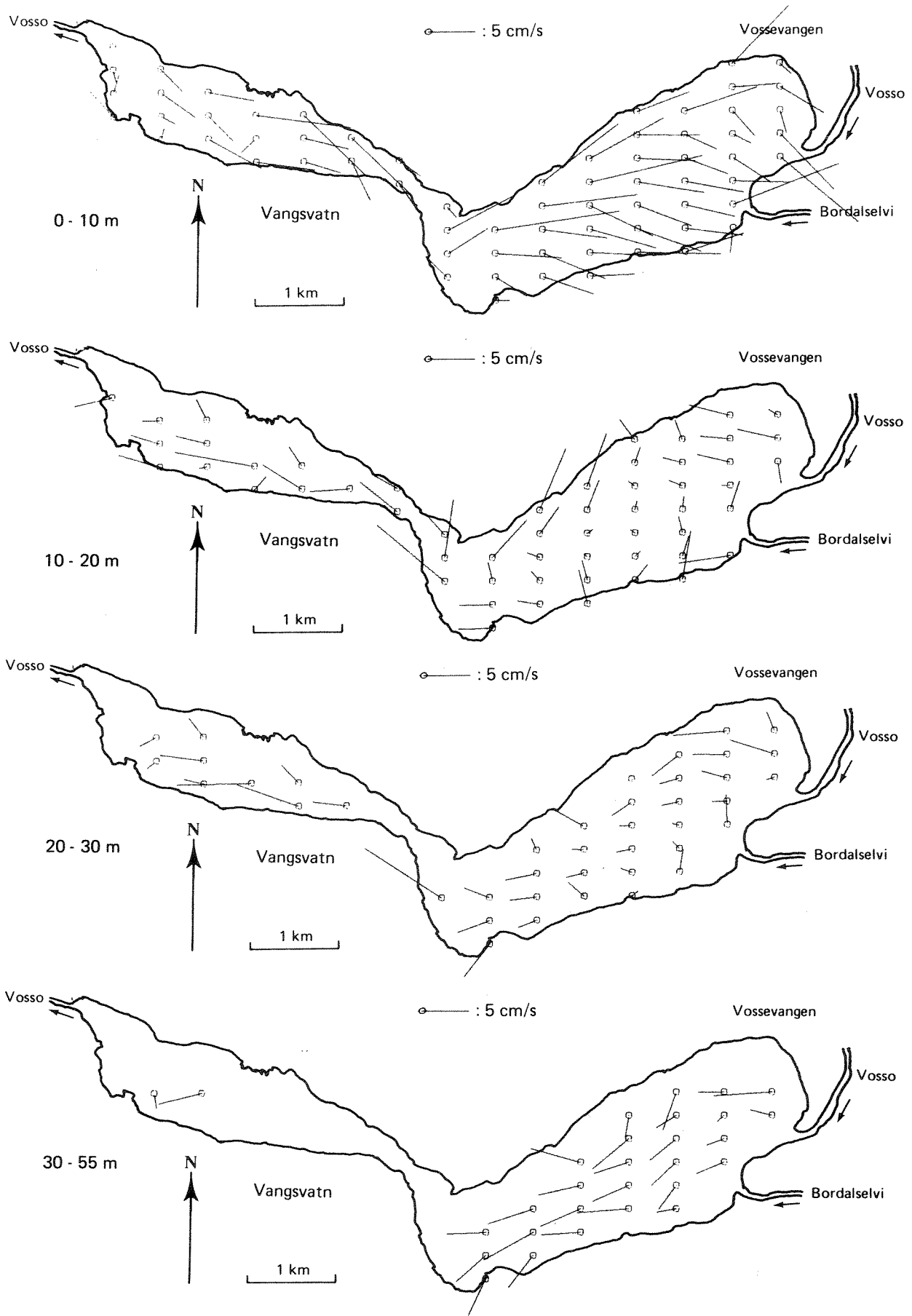
Utløpsvannføring via Vosso :  $120 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Innsjøens temperatursjiktning : 0-10 m :  $7,5^\circ\text{C}$ , 10-20 m :  $7,0^\circ\text{C}$   
20-30 m :  $6,0^\circ\text{C}$ , 30-bunn :  $5,0^\circ\text{C}$ .

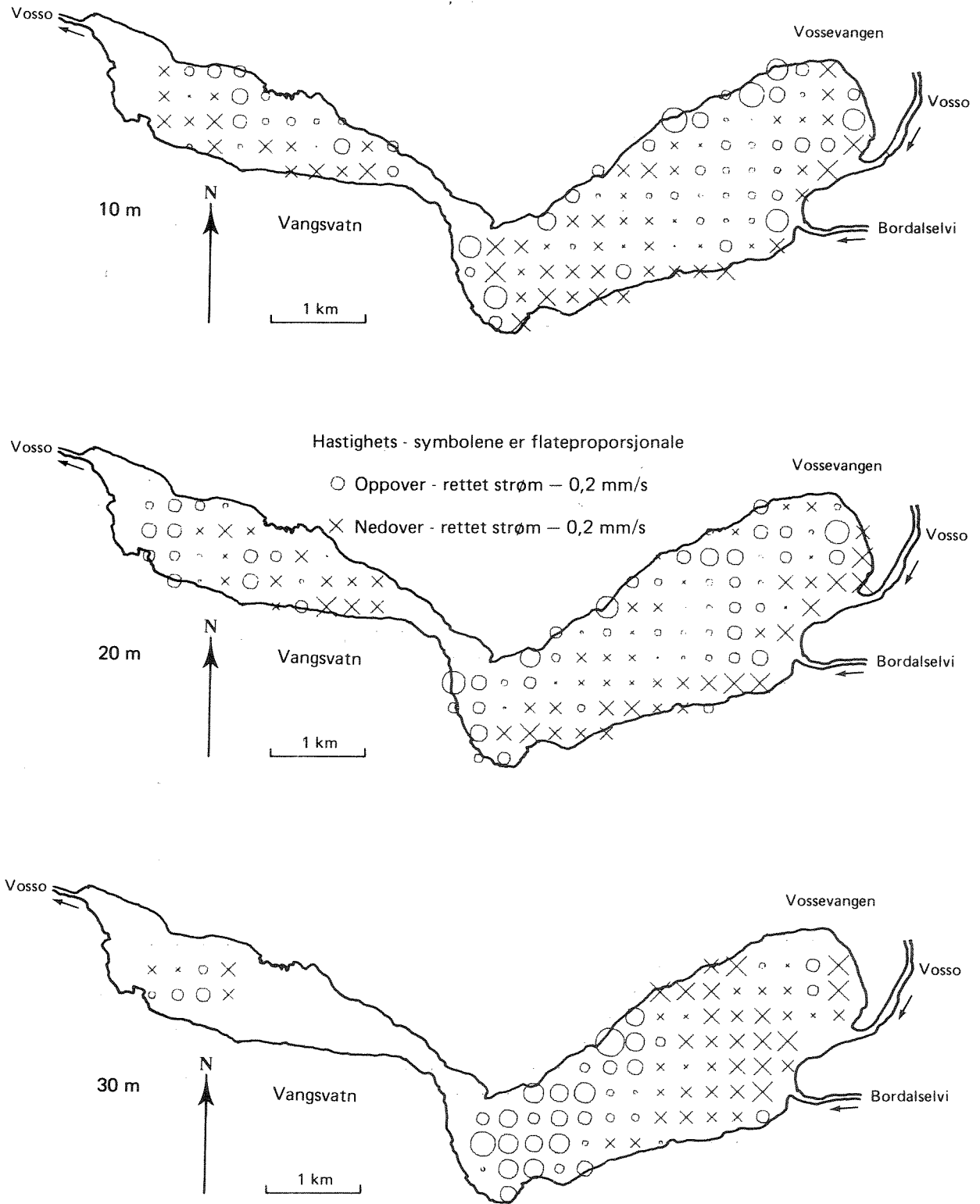
Fig. 4.2-1,2 viser det simulerte strømningsmønsteret etter 24 timer med konstant vindpåvirkning (vannet strømmer fra sirkelen).

Vannet i overflaten beveget seg i østlig retning. Karakteristiske hastigheter var 5-10 cm/s. I de dypere liggende sjiktene strømmet vannet overveiende i motsatt retning av overflatesjiktene. Hastighetene var der oftest under 5 cm/s.

Transport av vannmassene i overflaten mot øst gjorde at vannflaten hullet fra vest og nord mot øst og sør. Nivået i vest var ca. 1 cm lavere enn i øst.

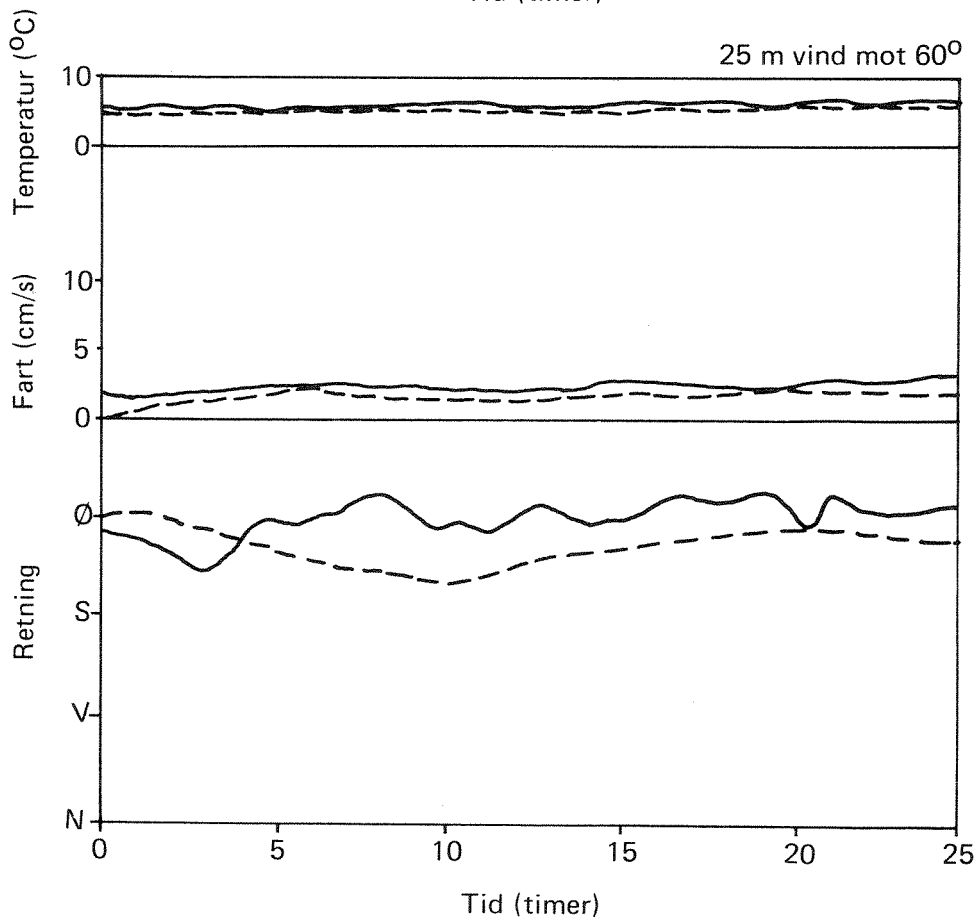
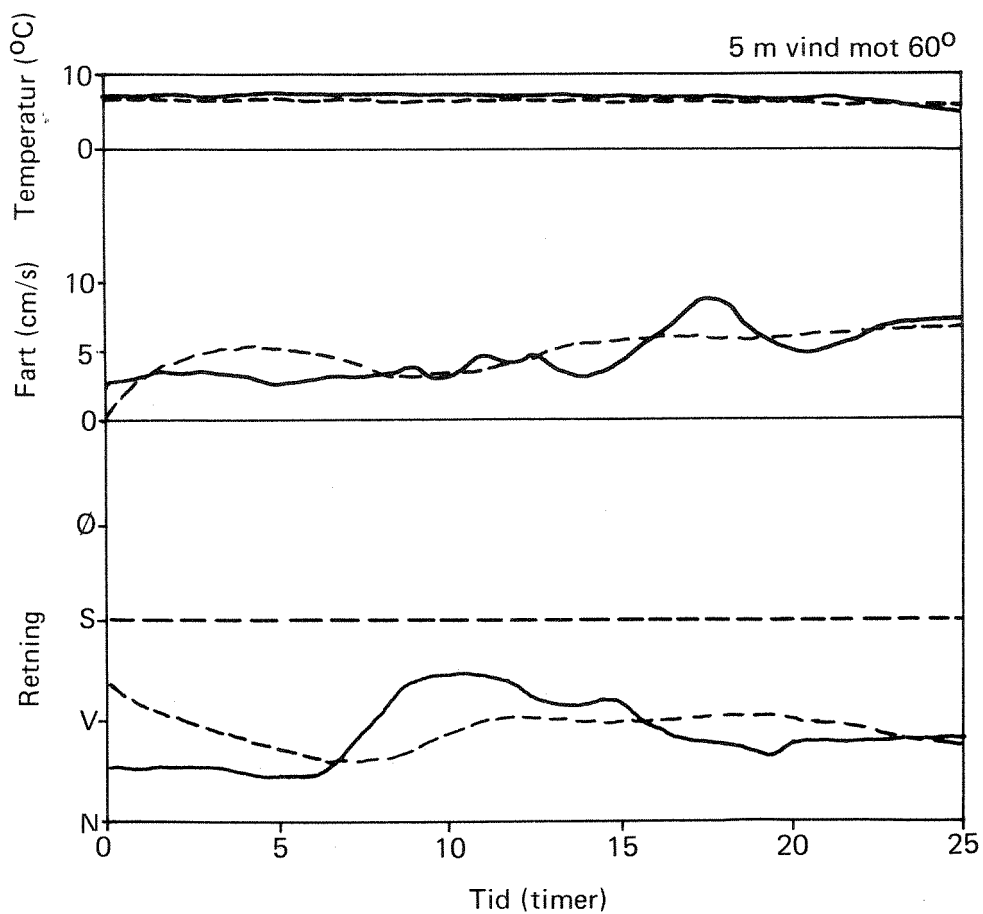


Figur 4.2-1 Simulert horisontal strøm. Vind mot nordøst, 5 m/s.

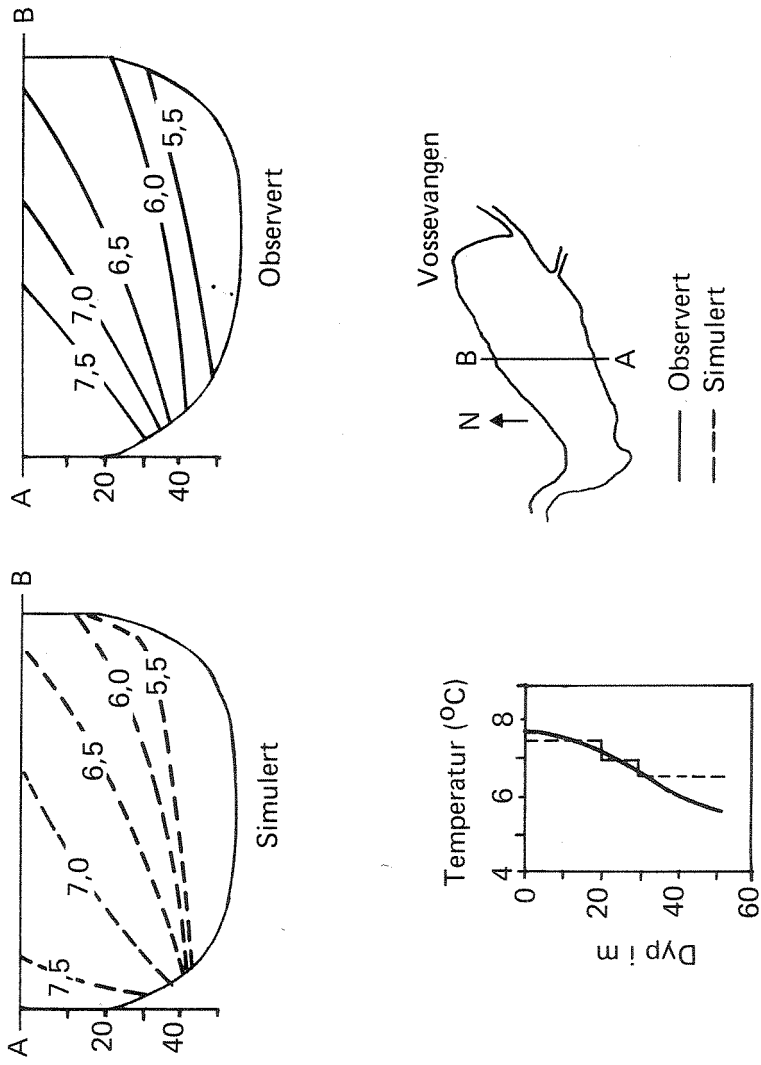


Figur 4.2-2 Simulert vertikal strøm. Vind mot nordøst, 5 m/s.





Figur 4.2-3 Simulerte (--) og registrerte (—) strøm- og temperaturverdier.



Figur 4.2-4 Simulerte og registrerte temperaturer.

Nedadrettede strømmer (downwelling) fant overveiende sted i innsjøens sør- og østlige deler (fig. 4.2-2). Oppadrettede strømmer (upwelling) var vanlig i vest og nord. De største hastighetene fant sted langs strendene. Karakteristiske verdier var under 0,5 mm/s.

Vannets temperatur var knyttet til de vertikale strømmene. Oppadrettede strømmer førte til at kaldt vann fra bunnsjiktet ble blandet med overflatevannet. Det motsatte forholdet gjorde seg gjeldende der bevegelsen var nedadrettet. I upwellingsområdene i vest var temperaturen i overflaten ca. 2°C lavere enn i øst.

Inngangsdataene var i rimelig grad i overensstemmelse med feltregistreringene den 24. juni 1979. Beregningene ble derfor sammenliknet med måledata for denne perioden.

De simulerte verdiene oppnådde noenlunde stabilitet etter 24 timer (fig. 4.2-3,4). De presenterte resultatene synes derfor å gi et representativt bilde av strømmingssystemet ved stabil vind mot nordøst. Simuleringsresultatene synes å gi et realistisk bilde av virkeligheten.

#### 4.2.2 Simulert strøm - vind mot sørvest.

Inngangsdata:

Vind : 5 m/s mot SV 10 m over vannoverflaten.

Tilløpsvannføring via Vosso : 100 m<sup>3</sup>/s, vanntemperatur : 6,5°C

Tilløpsvannføring via Bordalselva : 20 m<sup>3</sup>/s, vanntemperatur : 6,5°C.

Utløpsvannføring via Vosso : 120 m<sup>3</sup>/s.

Innsjøens temperatursjiktning : 0-10 m : 7,5°C, 10-20 m : 7,0°C

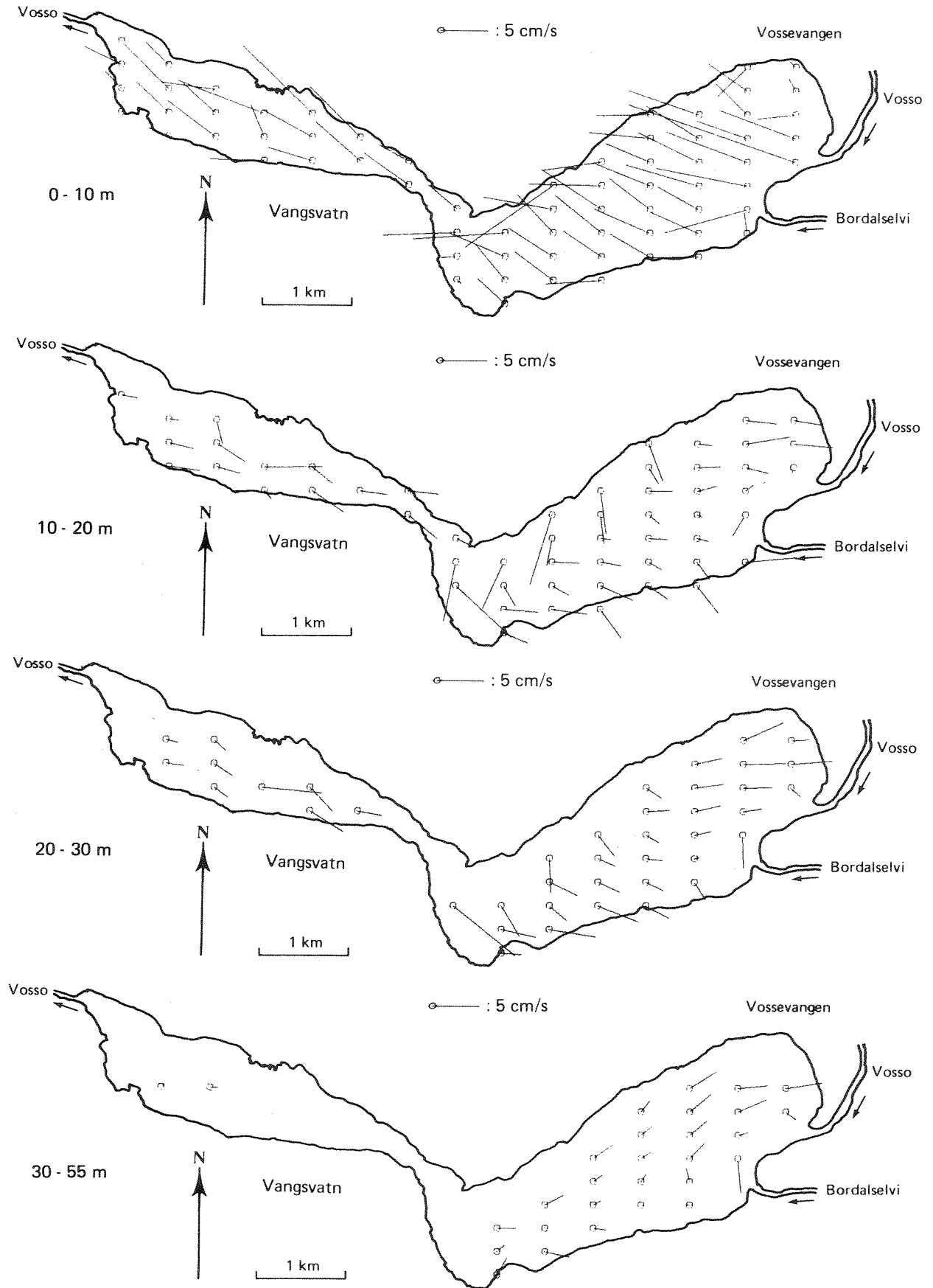
20-30 m : 6,0°C, 30 m-bunn : 8,0°C.

Fig. 4.2-5,6 viser strømmingsmønsteret etter 24 timer med konstant vindpåvirkning.

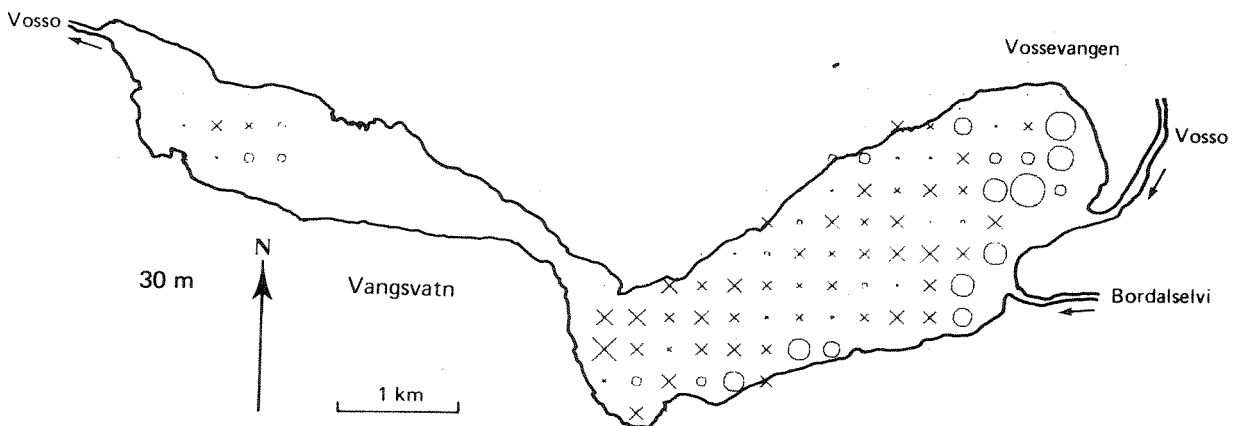
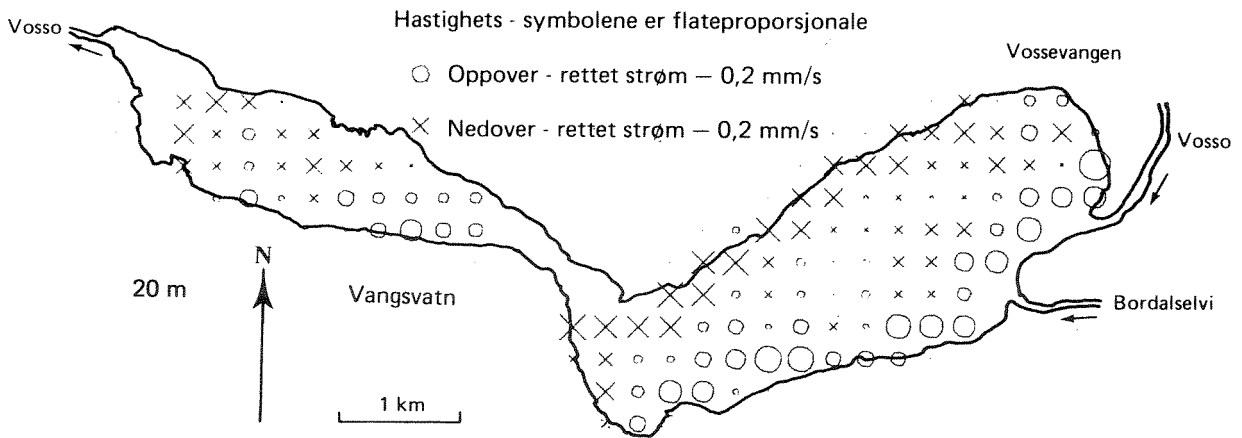
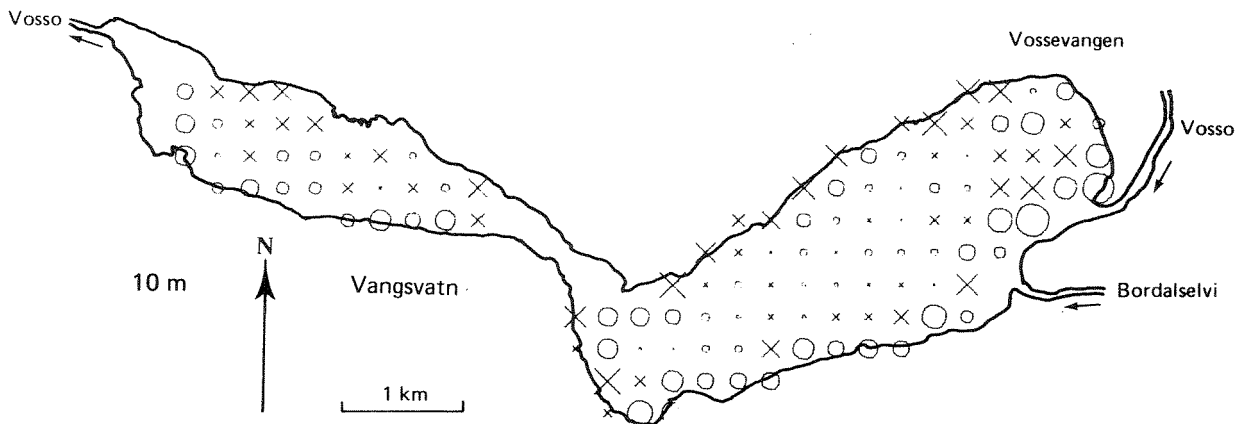
Vannet i overflaten beveget seg hovedsakelig mot nordvest, dvs. til høyre for vindretningen. Forholdet har sammenheng med jordrotasjonens avbøyende kraft. Karakteristiske hastigheter var mellom 5 og 10 cm/s.

I de dypere sjiktene var bevegelsen overveiende rettet østover.

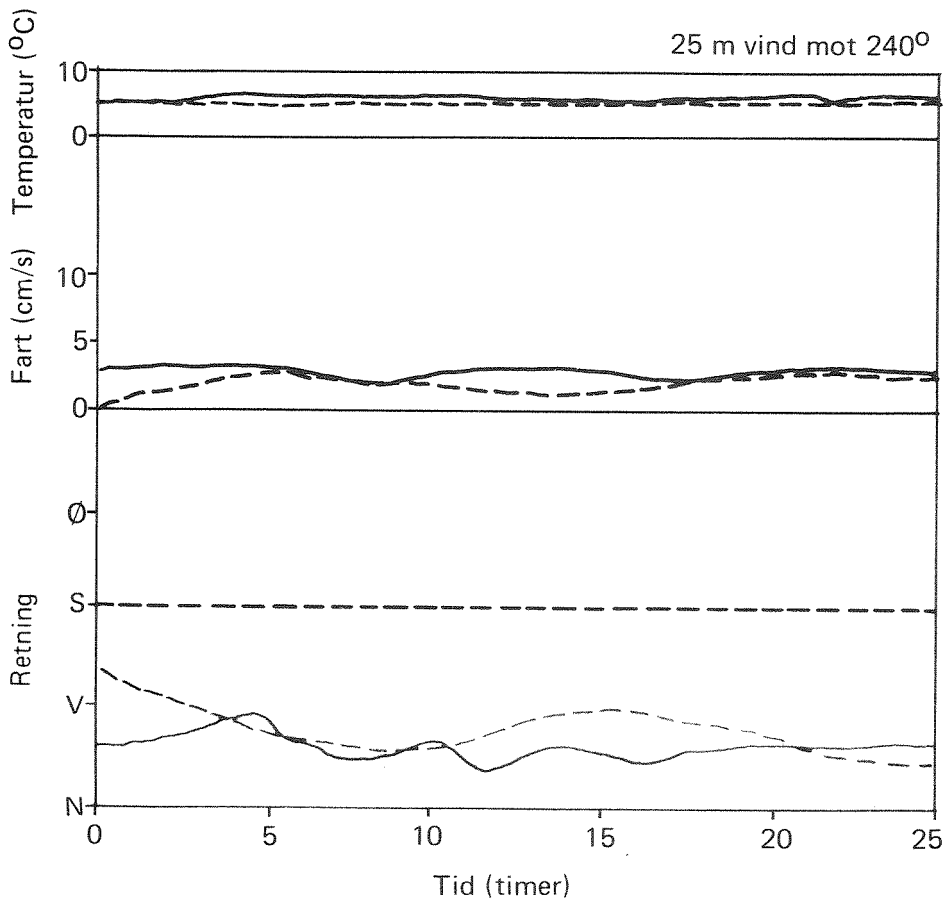
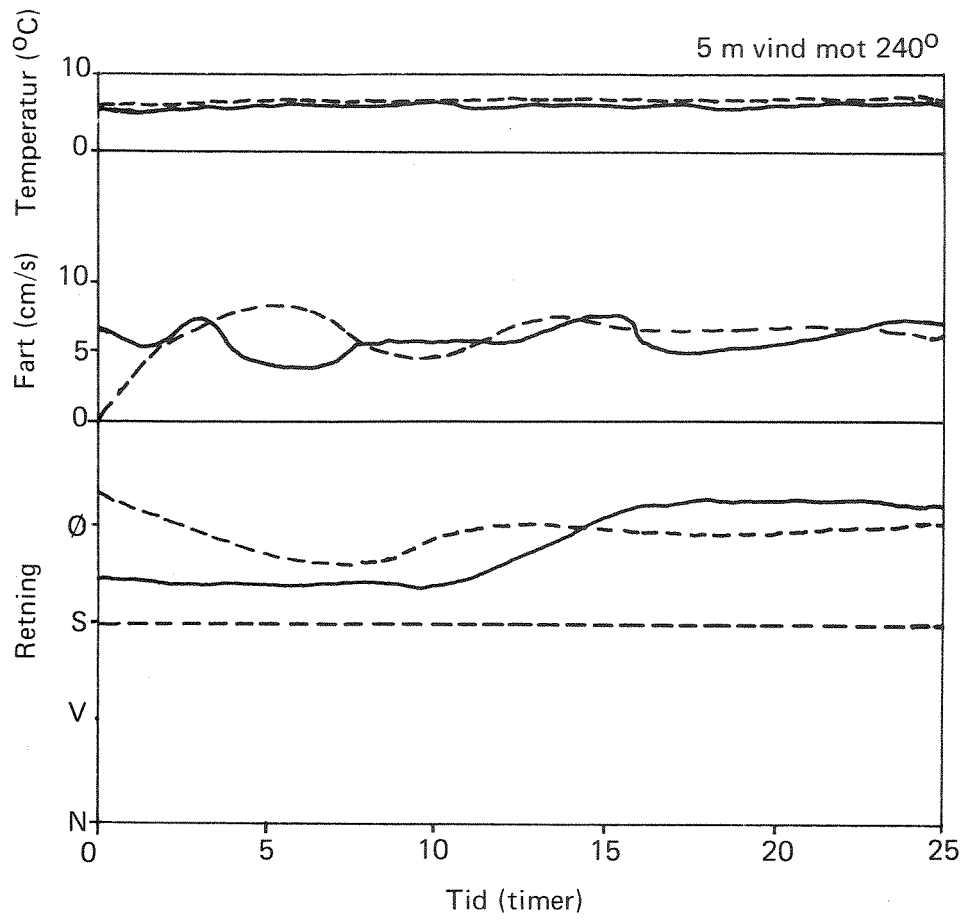
Hastighetene var som oftest lavere enn 5 cm/s (fig. 4.2-5).



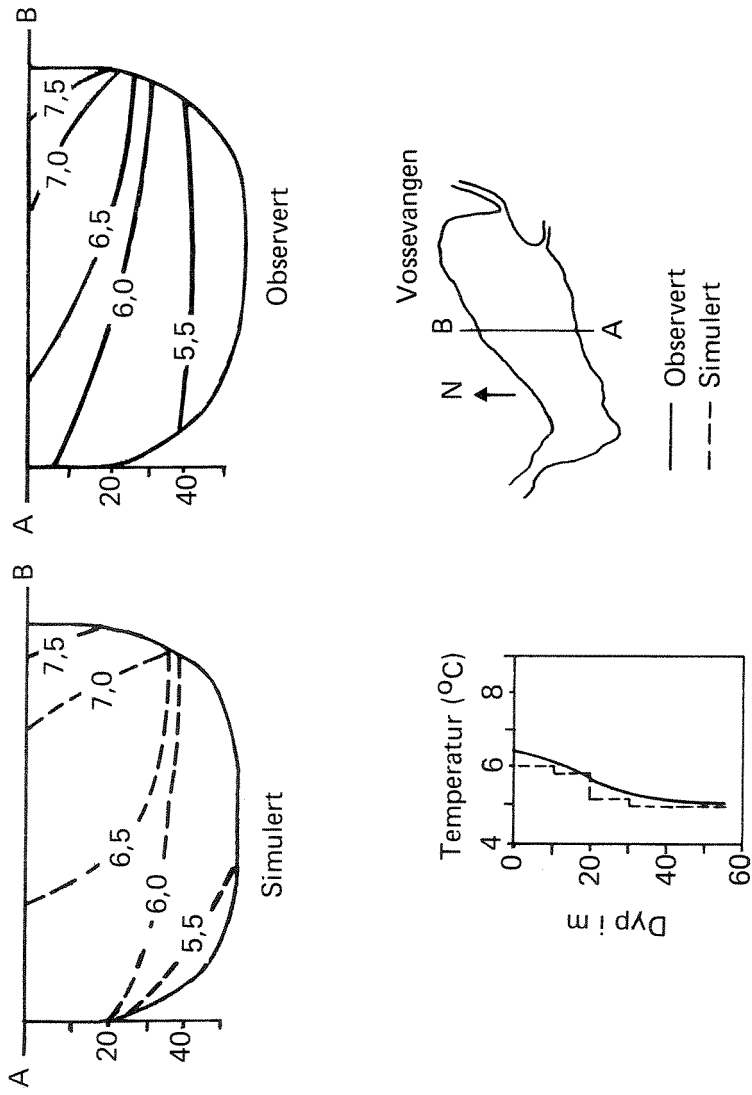
Figur 4.2-5 Simulert horisontal strøm. Vind mot sørvest - 5 m/s.



Figur 4.2-6 Simulert vertikal strøm. Vind mot sørvest - 5 m/s.



Figur 4.2-7 Simulerte (---) og registrerte (—) strøm- og temperaturverdier.



Figur 4.2-8 Simulerte og observerte temperaturer.

Vannoverflaten hellet fra vest og sør mot øst og nord. Nivåforskjellen var ca. 1 cm.

Downwelling fant hovedsakelig sted i vest og nordlige deler av sjøen (fig. 4.2-6). I motsatte delene av sjøen var upwelling og tilhørende kald overflatetemperatur vanlig. Hastighetene var størst langs strendene.

Inngangsdataene var i rimelig grad i overensstemmelse med feltregistreringene den 15. juni 1979.

De simulerte verdiene ga et realistisk bilde av virkeligheten (fig. 4.2-7,8).

#### 4.2.3 Simulert strøm - uten vind

Inngangsdata:

Ikke vind.

Tilløpsvannføring via Vosso :  $70 \text{ m}^3/\text{s}$ , vanntemperatur :  $6,5^\circ\text{C}$ .

Tilløpsvannføring via Bordalselva:  $5 \text{ m}^3/\text{s}$ , vanntemperatur :  $6,5^\circ\text{C}$ .

Utløpsvannføring via Vosso :  $75 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Innsjøens temperatursjiktning : 0-10 m :  $7,5^\circ\text{C}$ , 10-20 :  $7,0^\circ\text{C}$ .

20-30 m :  $6,0^\circ\text{C}$ , 30-bunn :  $5,0^\circ\text{C}$ .

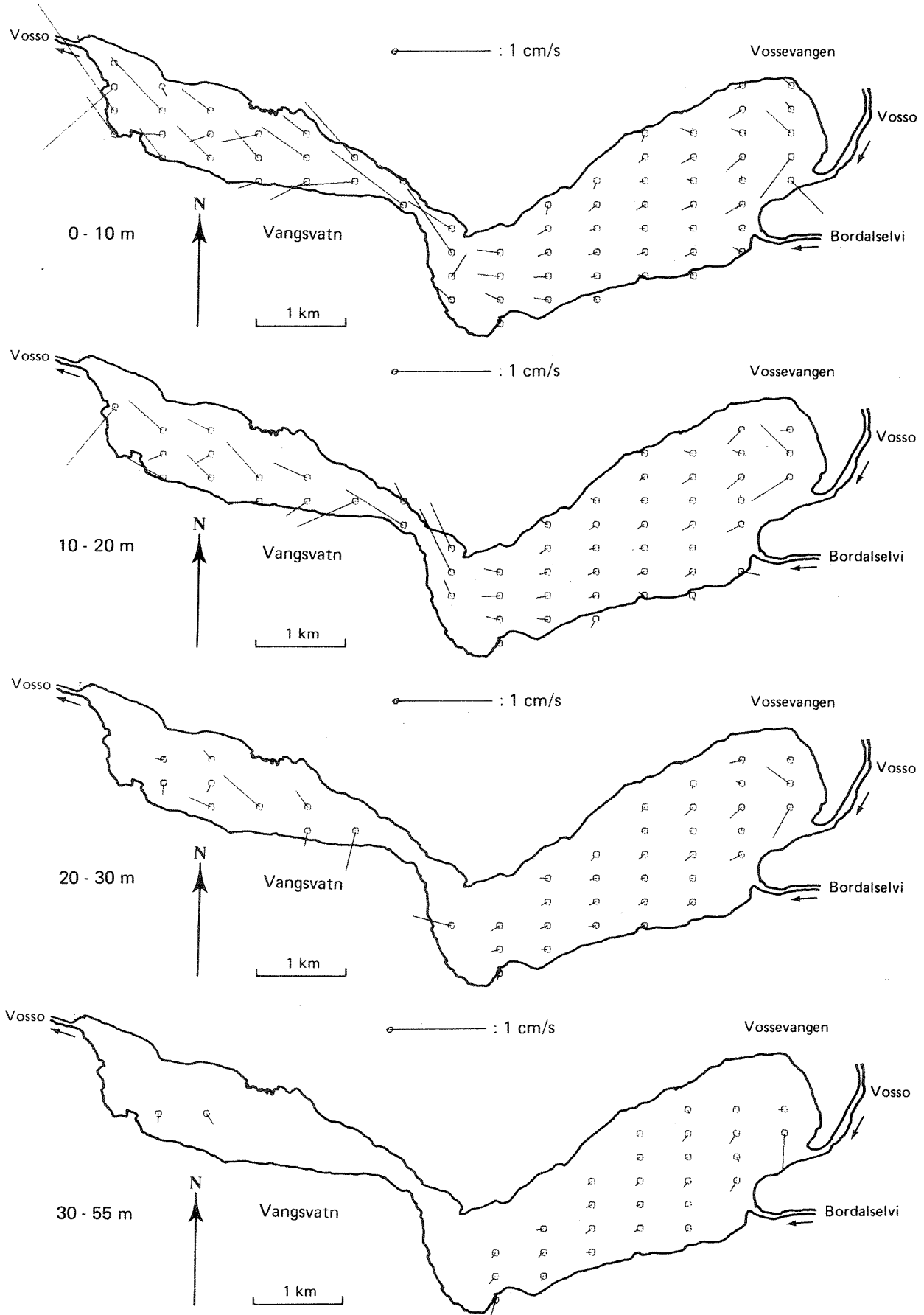
Fig. 4.2-9,11 viser strømningsmønsteret etter 24 timer. Merk at hastighetsvektorene er 10 ganger forstørret i forhold til de forrige figurene.

Vannet strømmet i alle sjikt mot utløpet. De største hastighetene på ca. 1 cm/s fant sted i overflatesjiktet nær tilløp og utløp. Forøvrig var hastigheter på noen få mm/s vanlig. Verdiene avtok med økende dyp.

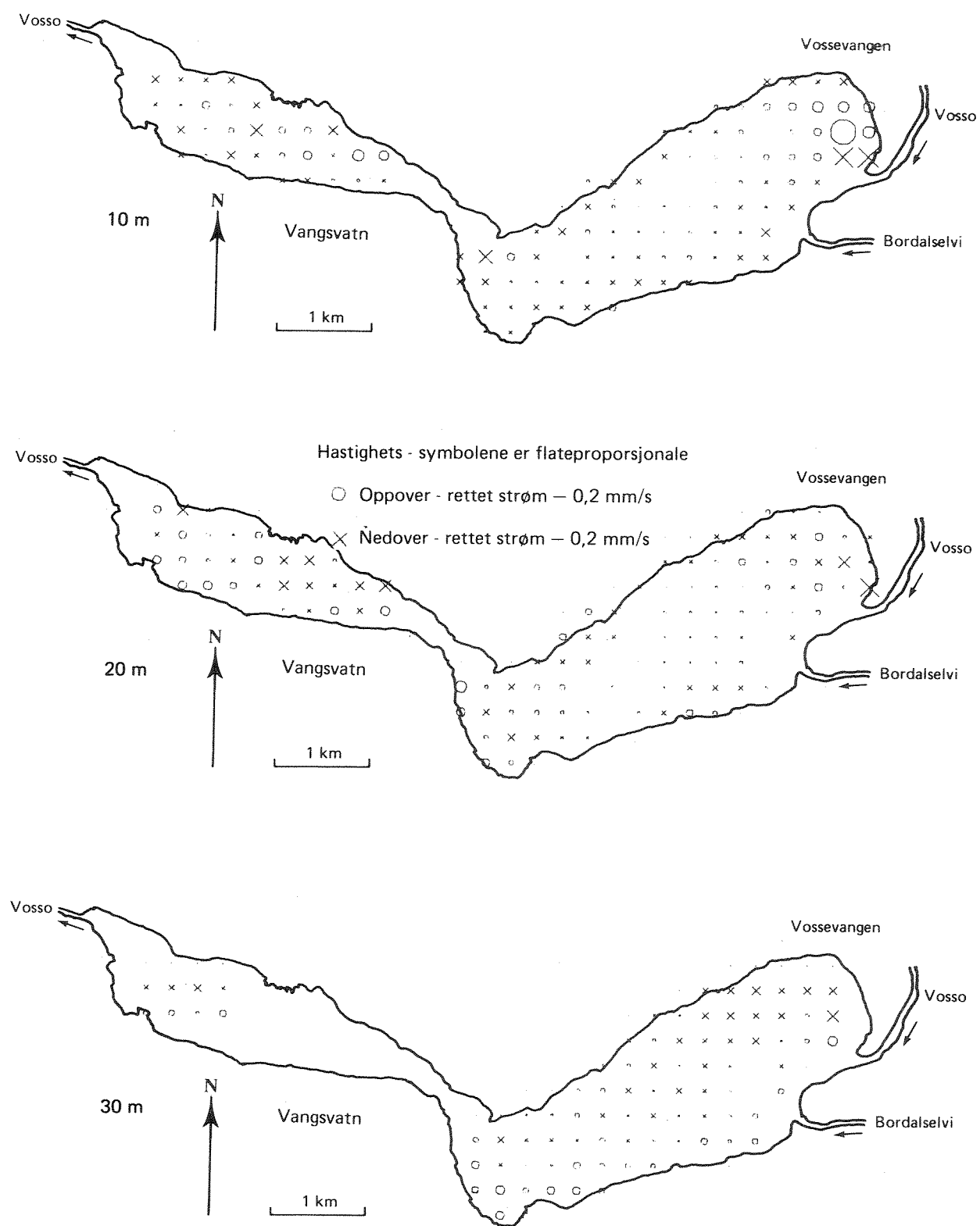
De vertikale hastighetene i størrelsesorden 1/10 av verdiene til de tilsvarende forannevnte simuleringene (fig. 4.2-10).

Gjennomstrømningshastighetene var lavere enn instrumentenes nedre registreringsgrense på ca. 1,5 cm/s. Dermed var det ikke mulig å verifisere hastighetenes størrelse. De simulerte strømretningene mot vest i kontrollsnittet var imidlertid i overensstemmelse med den dominerende strømretningen i registreringsperioden (jfr. fig. 3.2-2,3).





Figur 4.2-9 Simulert horisontal strøm uten vind.



Figur 4.2-10 Simulert vertikal strøm uten vind.

### 4.3 Diskusjon

Det matematiske likningssystem som beskriver strømmene (vedlegg A), er for komplisert til å kunne løses eksakt. Ved hjelp av elektronisk data-behandling kan man imidlertid bestemme tilnærmede løsninger. Disse kan være akseptable for praktisk bruk.

Sammenlikningene mellom simulerte og registrerte verdier ga god overensstemmelse i Vangsvatn. Både fart og retning til de simulerte horisontale strømmene syntes å være realistiske. Videre var det bra samsvar mellom de simulerte og registrerte temperaturene. Dette viser at de vertikale strømmene hadde riktig retning og en realistisk størrelsesorden.

Avvik mellom simulerte og registrerte verdier kan skyldes begrensninger i modellen. Imidlertid kan manglende kjennskap til vindens fordeling over sjøen være avgjørende. Dette utgjør trolig den største usikkerheten ved verifiseringen.

De tre simuleringene representerer karakteristiske strømsituasjoner. Situasjonen som tilsvarer gjennomstrømning vil forekomme størstedelen av tiden. De øvrige simuleringsresultatene representerer mer kortvarige situasjoner med de mest hyppig forekommende vindretningene.

## 5. SIMULERT SPREDNING AV BAKTERIER

### 5.1 Innledning

Den hygieniske vannkvaliteten i Vangsvatn er i de senere år blitt sterkt forringet (NIVA 1979) på grunn av kloakkutslipp i østlige deler av innsjøen. Innholdet av koliforme bakterier (tarmbakterier) er f.eks. for høyt til at deler av innsjøen egner seg til badevann.

Det var derfor ønskelig å studere hvilke konsentrasjoner som kan ventes å opptre ved ulike strømforhold. Videre var hensikten å vurdere effekten av å flytte kloakkutløpet lenger utover i sjøen.

For å vurdere dette ble det benyttet en matematisk spredningsmodell. Resultatene fra strømsimuleringene ble brukt som input i modellen.

Ved kjennskap til bakterienes tilførsler og dødsrate samt strømningsmønsteret ble konsentrasjonene i de ulike deler av sjøen beregnet.

For en nærmere beskrivelse av spredningsmodellen henvises til vedlegg B.

## 5.2 Simulert spredning - dagens utslipp

De største kloakktilførslene til Vangsvatn kommer via Vosso og utslipp nær overflaten langs stranden ved Vossevangen. Ved simuleringene ble det antatt at tilførslene via Vosso var på 7,5 milliard koliforme bakterier pr. s. Dette tilsvarer f.eks. en konsentrasjon på 10.000 koliforme bakterier/100 ml. og en vannføring på  $75 \text{ m}^3/\text{s}$ . Øvrige tilførsler ble antatt å være på 1 milliard koliforme bakterier pr. s. Tilførselstallene var i overensstemmelse med feltregistreringer (NIVA 1979).

I følge Norsk standard er vann med over 50 termotabile koliforme bakterier pr. 100 ml ikke egnet til bading. Drikkevann skal ikke inneholde slike bakterier.

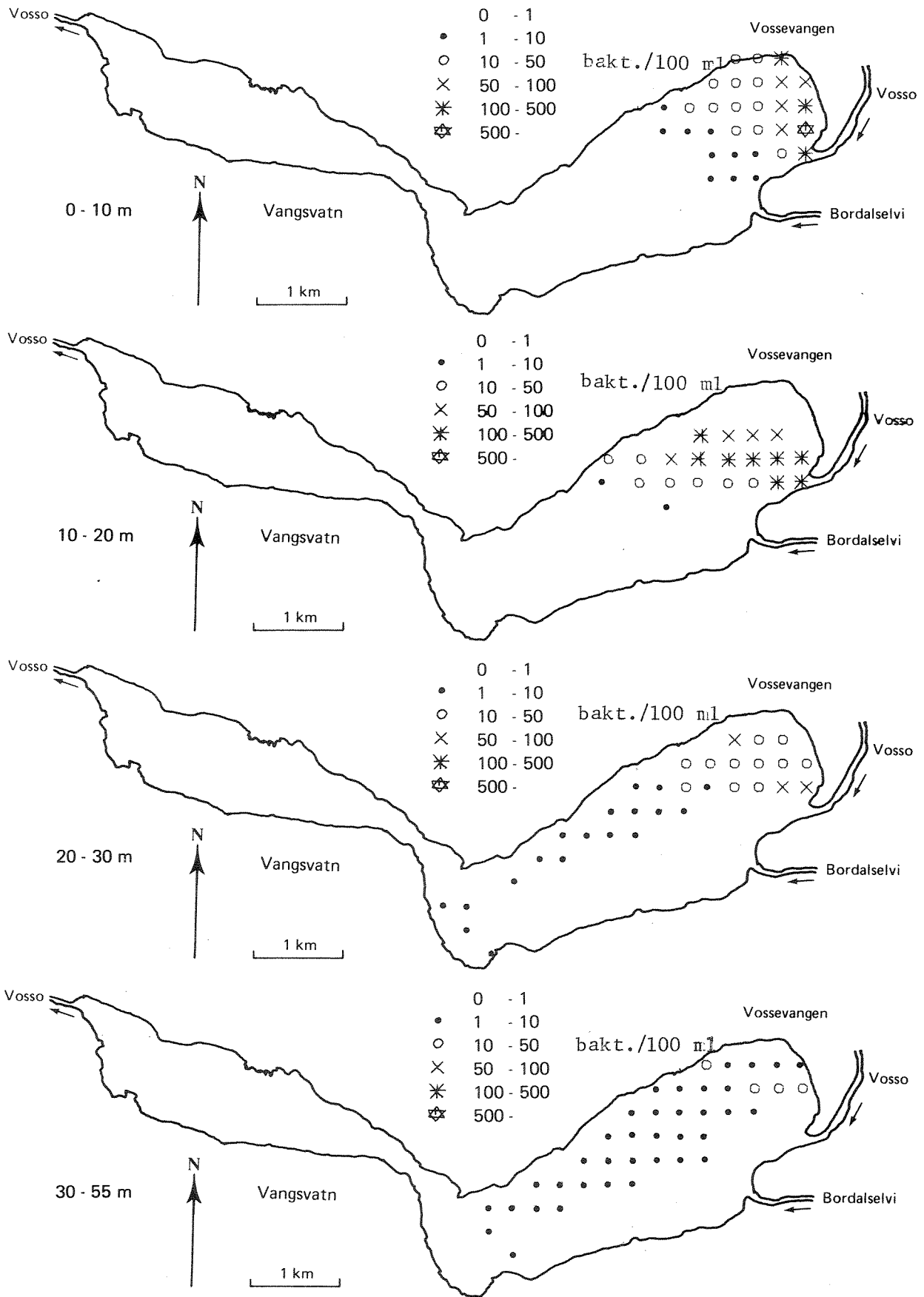
### 5.2.1 Overflateutslipp - vind mot nordøst

Strømforholdene var som vist på fig. 4.2-1,2.

Overflatevannet ble presset mot strendene i sjøens østre deler. Vannet strømmet utover (vestover) under overflaten. Det ble antatt at bakterie-tilførslene var konstante. Fig. 5.2-1 viser resultatene etter simulert spredning i 2 døgn med konstante strømforhold.

Bakteriene spredte seg i liten grad nær overflaten. Verdier over 50 bakterier/100 ml fantes kun noen få hundre meter fra stranden. Imidlertid var konsentrasjonene nær utslippstedene meget høye (over 1000).

Mellom 10 og 20 m dyp kunne verdier over 50 bakt./100 ml spores ca. 1,5 km fra utslippet. I de dypereliggende sjiktene spredte stoffet seg lengre utover i sjøen, men konsentrasjonene ble lavere.



Figur 5.2-1. Simulerte bakteriekonsentrasjoner. Overflateutslipp ved vind mot nordøst, 5 m/s.

### 5.2.2 Overflateutslipp - vind mot sørvest

Strømforholdene var som vist på fig. 4.2-5,6. Ved Vossevangen var strømmene i overflaten rettet fra land. Dette førte i hovedtrekk til upwelling i utslippsområdene.

Fig. 5.2-2 viser konsentrasjonsfordelingen etter 2 døgn med konstante strømforhold.

Bakteriene spredte seg hovedsakelig i overflatesjiktet. Konsentrasjoner over 50 bakt./100 ml kunne spores 3-4 km fra utslippstedene. Nær Vosso var verdiene ca. 200 bakt./100 ml. Konsentrasjonene avtok raskt med økende dyp.

### 5.2.3 Overflateutslipp - uten vind

Strømforholdene var som vist på fig. 4.2-9, 10. Strømmene var i alle sjiktene rettet utover (vestover) i de østlige deler av Vangsvatn. Hastighetene var meget små.

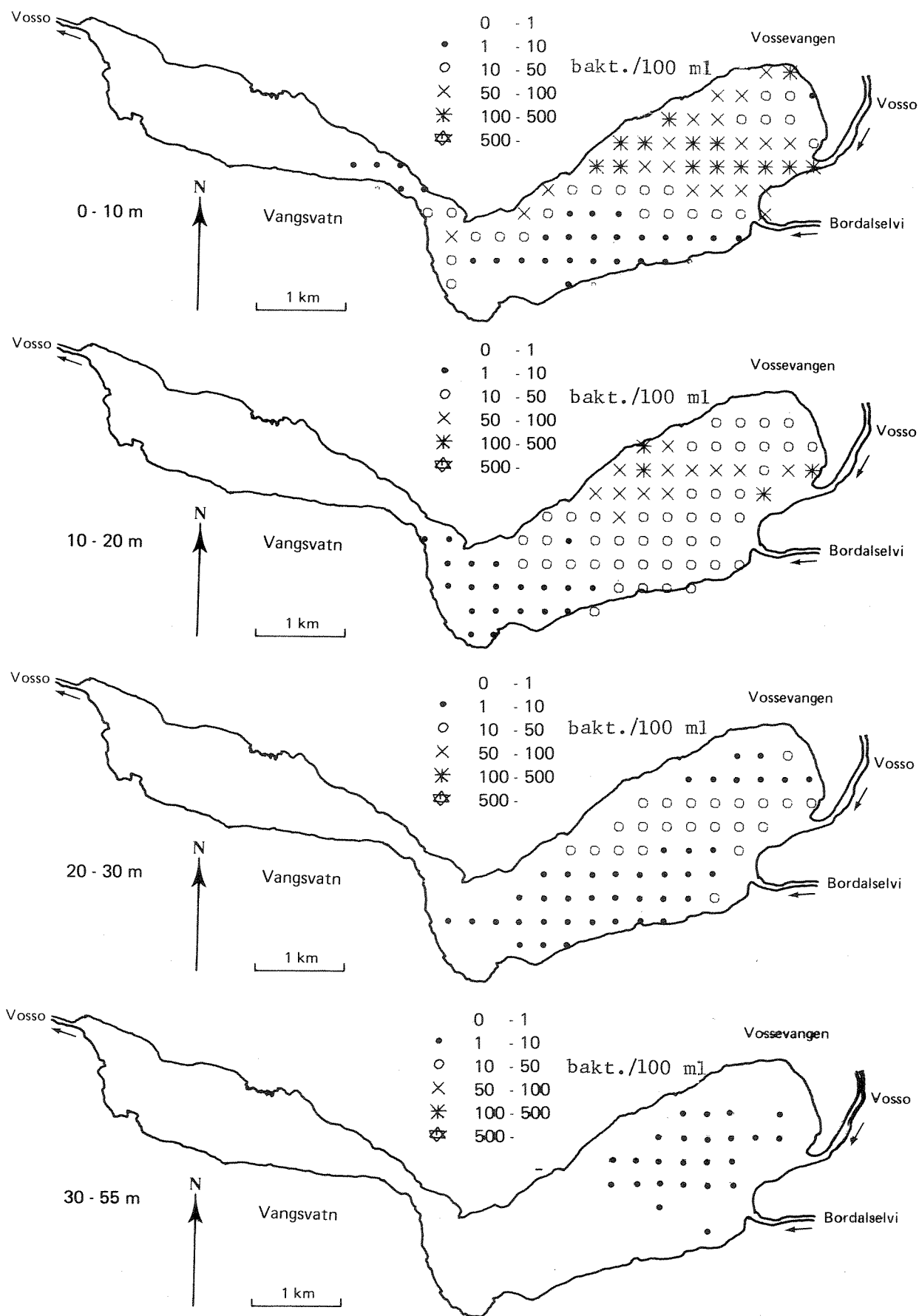
Konsentrasjonene i sjøen vil ifølge simuleringene innstille seg som vist på fig. 5.2-3 ved de nevnte konstante strømforholdene.

Konsentrasjonene avtok raskt med økende avstand fra utslippstedene. I overflatesjiktet kunne konsentrasjoner over 50 bakt./100 ml spores til ca. 1 km fra Vossevangen. Nær utslippstedene var imidlertid verdiene meget høye (over 1000). Verdiene avtok raskt med økende dybde.

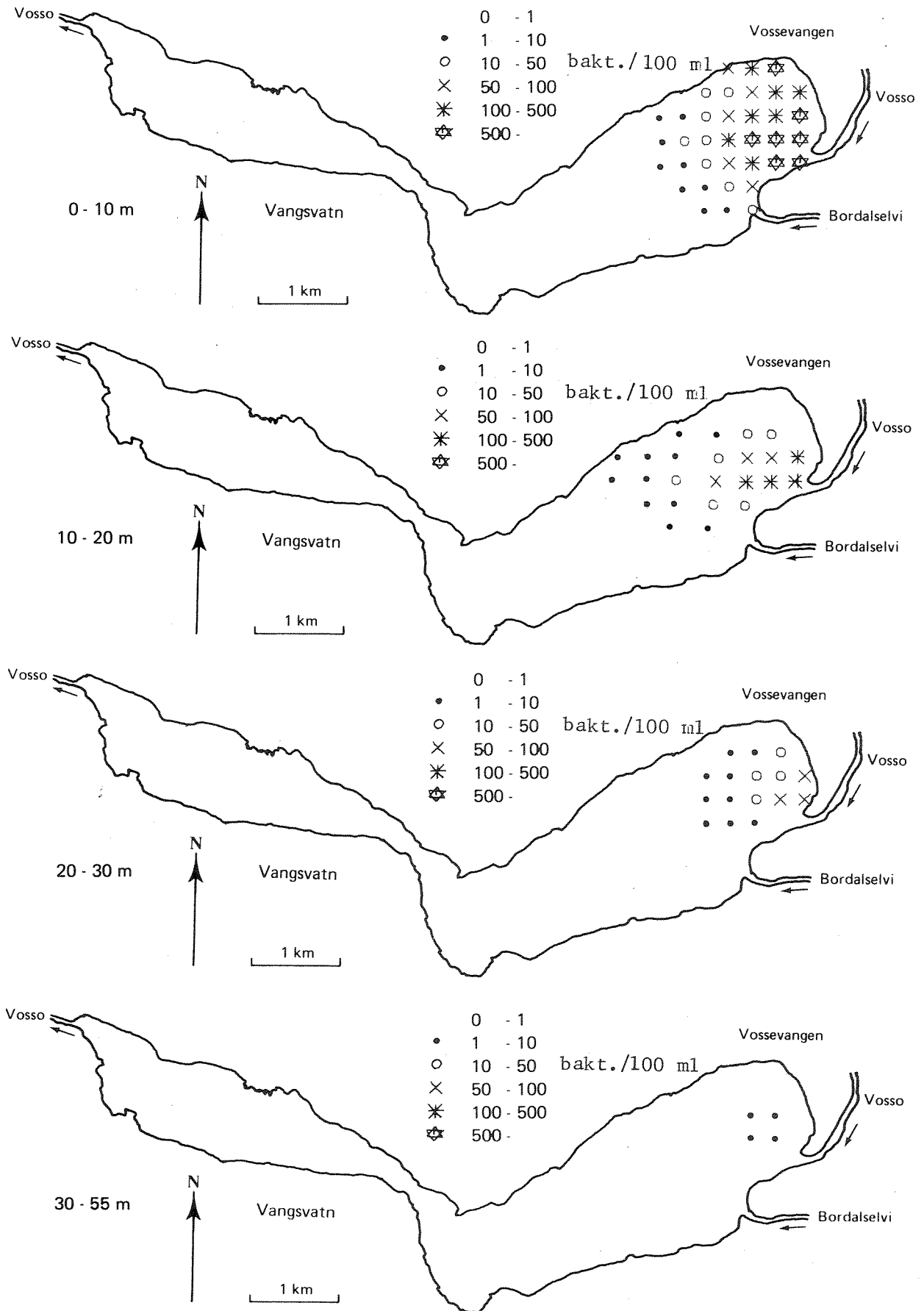
### 5.2.4 Diskusjon

Ved gjennomstrømming som representerer den mest vanlig forekommende situasjonen, ble stoffet i liten grad spredd. Konsentrasjonene ble derfor meget høye nær utslippstedene. Også ved vind mot nordøst var fortynningen liten med tilhørende høye konsentrasjoner nær overflaten. Imidlertid ble stoffet ført utover i de dypere liggende vannlag. Vind mot vest førte til den beste fortynning og de laveste konsentrasjonene i overflaten ved Vossevangen.

Simuleringene tyder imidlertid på at vannet nær Vossevangen ikke egner seg som badevann uansett strømforhold med nåværende utslipp av kloakkslam.



Figur 5.2-2 Simulerte bakteriekonsentrasjoner. Overflateutslipp ved vind mot sørvest.



Figur 5.2-3 Simulerte bakteriekonsentrasjoner. Overflateutslipp uten vind.



### 5.3 Simulert spredning - dyputslipp

Det er planer om å samle kloakkutslippene og føre denne ledningen ut på dypere vann. Effekten av dette tiltaket ble forsøkt vurdert ved å nytte spredningsmodellen. Utslipet ble tenkt plassert på ca. 40 m/s dyp nær Bordalselvas utløp.

#### 5.3.1 Dyputslipp - vind mot nordøst

Strømforholdene var som vist på fig. 4.2-1,2.

De høyeste konsentrasjonene, over 500 bakt./100 ml fant sted i bunnsjiktet nær utslippstedet (fig. 5.3-1). Stoffet ble der spredd i vestlig retning. Verdier over 50 bakt./100 ml fant sted ca. 3 km fra utslippstedet. I overflatesjiktene ble stoffet spredd både i østlig og vestlig retning. Konsentrasjonene nær overflaten var under 10 bakt./100 ml.

#### 5.3.2 Dyputslipp - vind mot sørvest

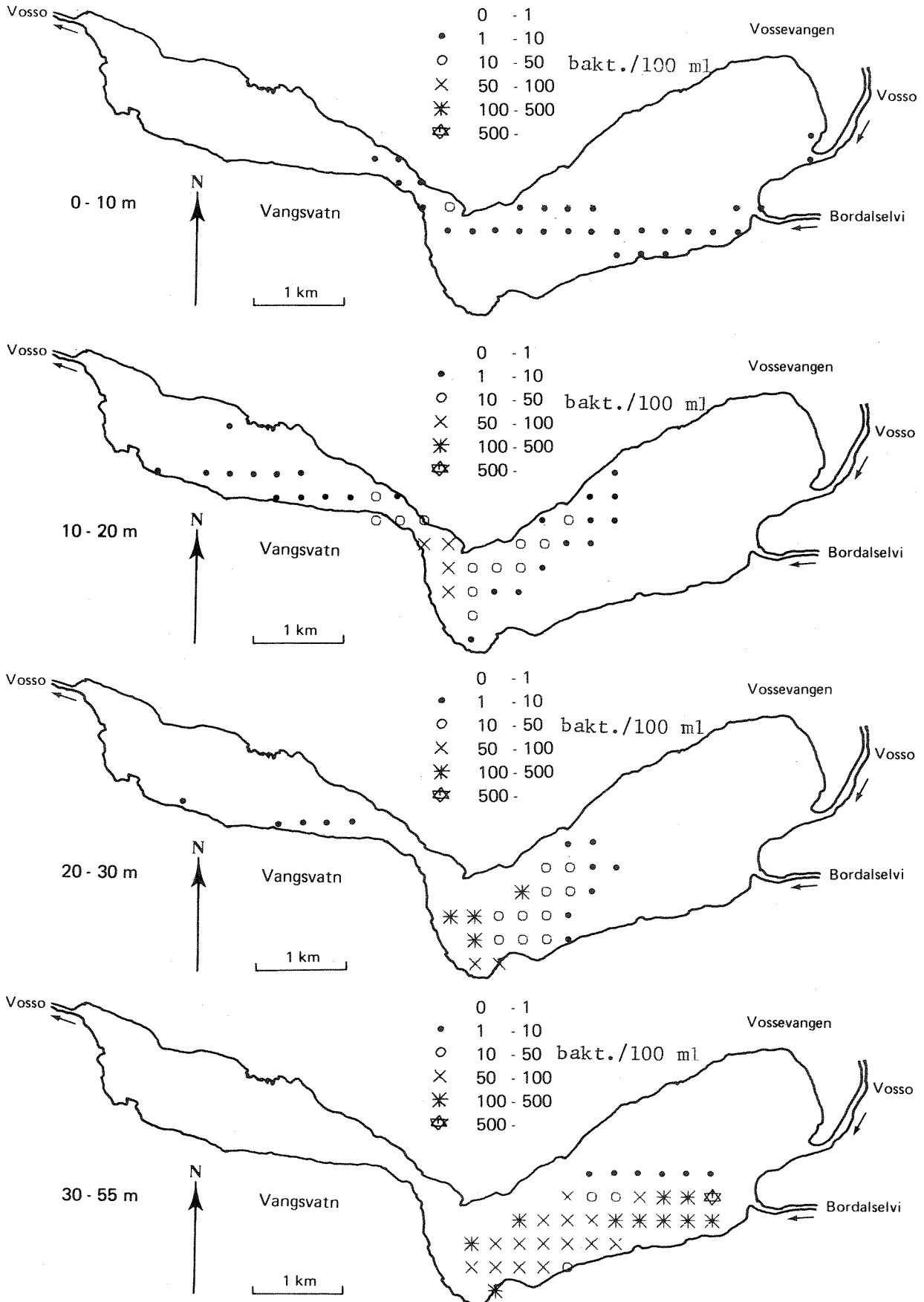
Strømforholdene var som vist på fig. 4.2-5, 6.

Konsentrasjoner over 500 bakt./100 ml fant sted nær bunnen ved utslippstedet (fig. 5.3-2). Stoffet ble i de tre dypestliggende sjiktene ført mot nordøst. Verdier nær 50 bakt./100 ml fant sted langs strendene fra utslippstedet til Vossevangen. I overflatesjiktet ble stoffet spredd over et område på noen km<sup>2</sup>. Verdiene var der under 10 bakt./100 ml.

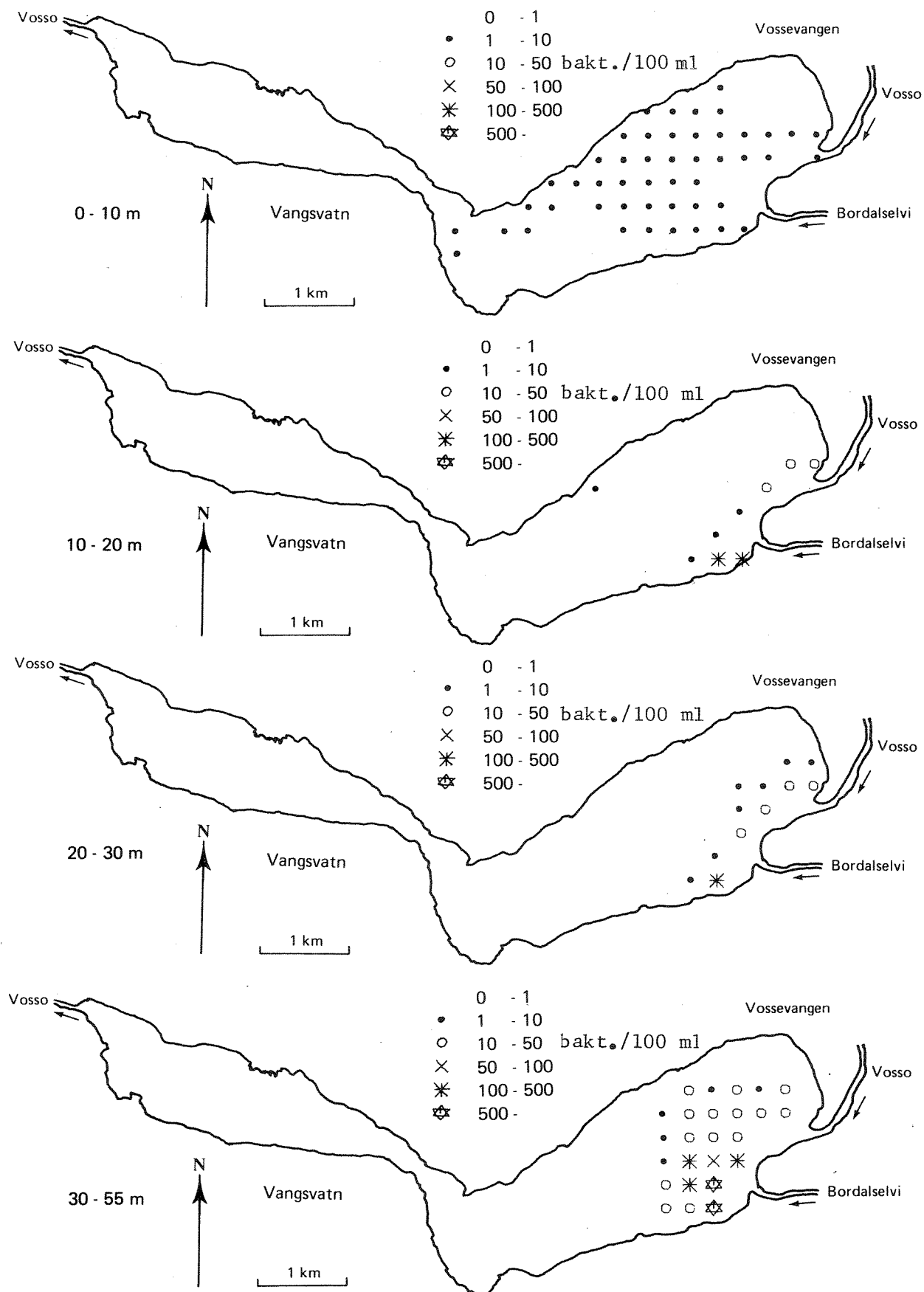
#### 5.3.3 Dyputslipp - uten vind

Strømforholdene var som vist på fig. 4.2-9, 10.

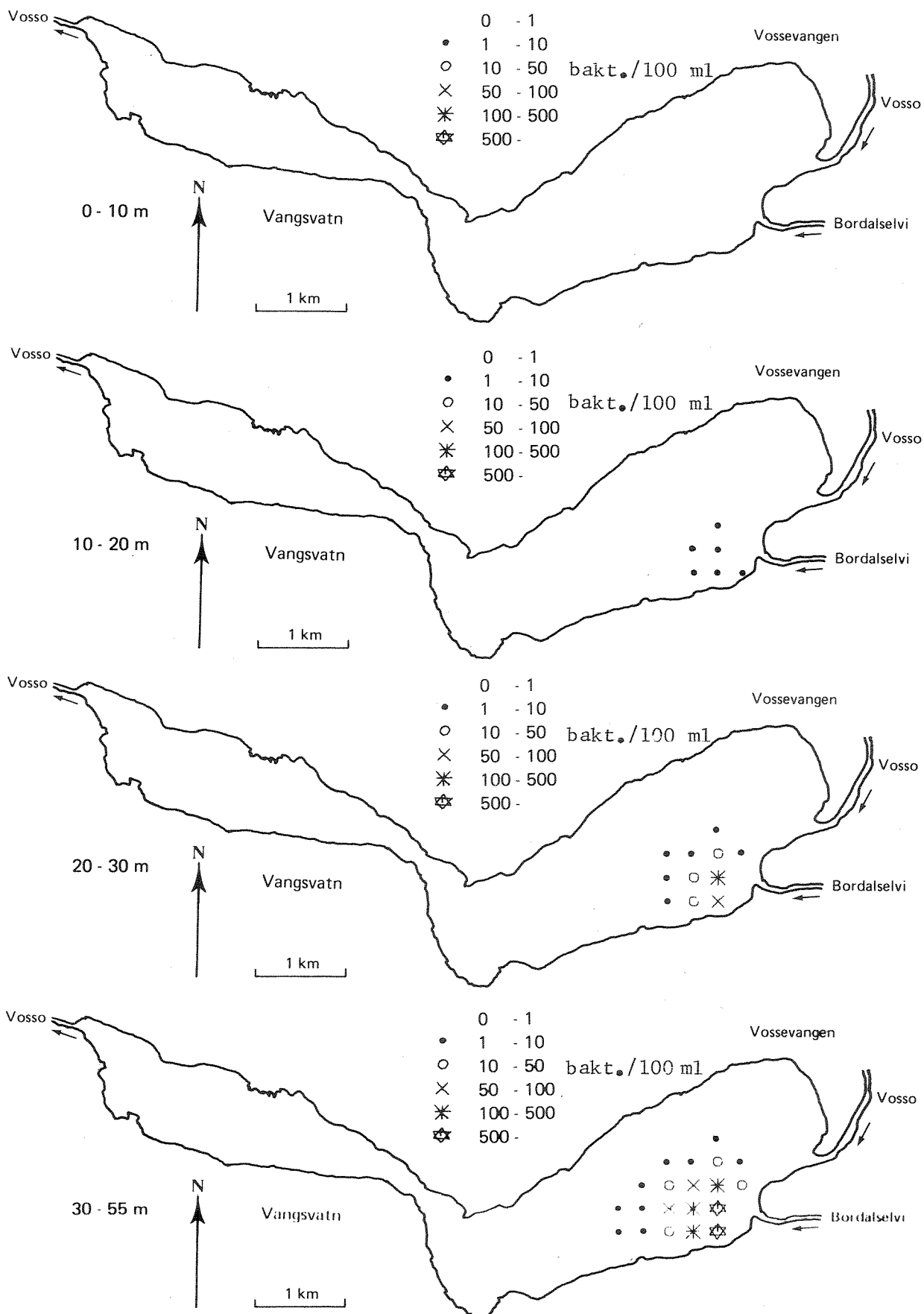
Konsentrasjoner over 1000 bakt./100 ml fant sted nær utslippstedet (fig. 5.3-3). Stoffet spredte seg nær bunnen langs stranden mot Vosso hvor det var konsentrasjoner mellom 10 og 50 bakt./100 ml. I overflaten var verdiene under 1 bakt./100 ml.



Figur 5.3-1 Simulerte bakteriekonsentrasjoner. Dyputslipp - vind mot nordvest, 5 m/s.



Figur 5.3-2 Simulerte bakteriekonsentrasjoner. Dyputslipp - vind mot sørvest, 5 m/s.



Figur 5.3-3 Simulerte bakterieverdier. Dyputslipp uten vind.

#### 5.3.4 Diskusjon

Lave strømhastigheter nær bunnen førte til liten spredning av bakteriene. Nær utslippstedet var konsentrasjonene meget høye ved alle tre simuleringene. I overflaten var verdiene under 10 bakt./100 ml. I de mest aktuelle rekreasjonsområdene ved Vossevangen kan vannet forventes å bli egnet som badevann ifølge Norsk standard. Imidlertid viste beregningene enkelte verdier nær opptil denne grensen, slik at denne konklusjonen er usikker.

#### 5.4.1 Sammenlikning mellom dyputslipp og dagens utslipp

Simuleringene viser at konsentrasjonene av termotabile koliforme bakterier ble høyere enn Norsk standards krav til badevann ved dagens utslipp. Dette synes å gjelde for alle normalt forekommende strømforhold.

Videre ble effekten av å samle kloakktilførslene og føre dette ut på dypt vann nær Bordalselva studert. Resultatene viser at konsentrasjonene ble svært høye nær utslippspunktet, men betydelig lavere langs badestranda ved Vossevangen. Enkelte av de beregnede konsentrasjonene var imidlertid såpass nær den kritiske grensen på 50 bakt./100 ml at konklusjonen er noe usikker.

Ved en eventuell kjemisk rensing av kloakkvannet vil bakterieinnholdet reduseres til i størrelsesordenen en prosent. I så fall vil vannkvaliteten i Vangsvatn utvilsomt være godt egnet som badevann.

#### 5.4.2 Usikkerhet

De simulerte strømmingene representerer gjennomstrømning ved en vanlig forekommende vannføring. Økt vannføring vil føre til økte strømhastigheter og fortykning. Redusert vannføring vil føre til avtagende fortykning. Hastighetenes størrelse er imidlertid såpass små at det neppe vil ha særlig betydning for spredningsforløpet.

Strømmene er simulert for vind på langs av Vangsvatnet i to motsatte retninger. Dermed er de to ytterlighetene av vindens effekt representert. Økt vindstyrke vil føre til økte strømhastigheter, økt fortykning og trolig til noe lavere konsentrasjoner. Redusert vind vil formodentlig føre

til motsatte forhold. Imidlertid vil spredningsbetingelsene ventelig fortsatt være bedre enn ved kun gjennomstrømming. Varierende vindstyrke og retning kan føre til et komplisert strømningsmønster og spredningsforløp. Med mindre det oppstår virvler som samler bakteriene nær Vossevangen bør imidlertid spredningsforløpet bli gunstigere enn ved kun gjennomstrømming.

Ved simuleringene er det antatt at innsjøen har en svak temperatursjiktning. Dette er representativt for en sommersituasjon. En svakere temperatursjiktning vil føre til økte vertikale strømhastigheter. Dette vil f.eks. kunne føre til økte konsentrasjoner i overflatesjiktene ved et dyputslipp. Under sirkulasjonsperiodene omkring mai og november med konstant temperatur gjennom hele vannmassen, vil dette i særlig grad gjøre seg gjeldende. Imidlertid er bading neppe aktuelt i disse periodene.

Ved det simulerte dyputslippet er det antatt at vannet vil innlagres mellom 30 og 50 m under overflaten. Dette innlagringsnivået er avhengig av tetthetsforholdene til vannet i Vangsvatn, og av kloakkvannets tetthet og utslippsmåte. Ved bruk av diffusor kan kloakkvannet, til tross for at det er lettere enn innsjøvannet, innlagres i dypet. De foreliggende data er ikke tilstrekkelig til å vurdere dette spørsmålet med sikkerhet.

Bruk av modeller gir kun tilnærmede løsninger av virkeligheten. Usikkerhet i de simulerte strømhastighetene vil også påvirke spredningsmodellenes resultater. Videre vil resultatene bli påvirket av valg av koeffisienter som beskriver bakteriernes levedyktighet og turbulent diffusjon av stoff. På grunn av manglende feltdata av bakterier i Vangsvatn er det ikke mulig å verifisere modellberegningene. Ved bruk av resultatene, bør man derfor ta hensyn til en viss usikkerhet.

#### 5.4.3 Spredning av organisk stoff m.m.

Ved simuleringene ble de bakteriologiske forholdene vurdert. Kloakkvannet inneholder også andre komponenter som har ugunstig virkning på vannkvaliteten i Vangsvatn. Ved dyputslippet spres som nevnt, stoffene i langt mindre grad enn ved overflateutslipp. Utslipp av organiske stoffer vil derfor sedimentere innen et relativt begrenset område. Nedbrytningen av dette kan føre til det oksygenforbruk i sedimentene. Tilførsel av plantenæringsstoffene fosfor og nitrogen vil også fortsatt utgjøre en fare for økte konsekvenser av planteplankton (se hovedrapporten om Vossevassdraget).

## 6. REFERANSER

NIVA 1979: En undersøkelse av Vossevassdraget 1977.

Norsk institutt for vannforskning, Oslo.

Simons, T.J., 1973: Development of three-dimensional numerical models of Great Lakes. Scientific Series No. 12, Canada Centre for Inland Waters, Burlington.

Simons, T.J., 1975: Verification of numerical models of Lake Ontario: Stratified circulation and temperature change.

J. Phys. Oceanography, 5.

Simons, T.S., Funquist, L., Svensson, J., 1977 :

Application of numerical model to Lake Vänern. Sveriges meteorologiska hydrologiska institut No. RH 9.

Tjomsland, T., 1978: Simulering av strømminger i Mjøsa med en tredimensjonal matematisk modell. Norsk institutt for vannforskning, Oslo.

VHL 1978: Hydrofysiske undersøkelser i Mjøsa, Innledende vurderinger av temperatur- og strømforhold. Vassdrags- og havnelaboratoriet, Trondheim.

## VEDLEGG A. MATEMATISK STRØMNINGSMODELL

### A.1 Innledning

Med en matematisk modell menes et system av likninger og funksjonssamband som beskriver et aktuelt problem. Et eksempel er lengde = hastighet · tid ( $s = v \cdot t$ ). Det system som beskriver strømforholdene i en innsjø, er naturligvis betydelig mer komplisert og er ikke mulig å løse eksakt. Ved hjelp av elektronisk databehandling kan imidlertid tilnærmede løsninger bestemmes. Disse kan være akseptable for praktisk bruk.

Fordelene ved å nytte matematiske modeller er at man kan simulere strømmingene for vilkårlig valgt vind, inn- og utløpsvannføringer, temperaturtilstand og ved eventuelle endringer i innsjøens form. Resultatene kan oppnås raskt og til relativt lave kostnader. Ulempene er de til dels høye utviklingskostnader og vanskeligheter med å verifisere modellberegningene med feltmålinger.

### A.2 Modellenes matematiske og fysiske oppbygging

Det blir her gitt en kort innføring i modellenes oppbygging. For en mer fullstendig gjennomgåelse, henvises til Simons 1973 og Tjomsland 1978.

Modellen er utviklet av J. Simons ved Canada Centre for Inland Waters og modifisert ved NIVA.

Inngangsdata:

Vindens styrke og retning, vannføring og temperatur i sjøens tilløp og utløp, innsjøens temperatursjiktning samt data om dybdeforholdene.



Resultater:

Horisontal strømhastighet og -retning, vertikal strømhastighet og temperatur.

Innsjøen deles inn i celler. I horisontalplanet er overflaten inndelt i kvadrater. Vertikalt er innsjøen inndelt i fire sjikt. Resultatene blir regnet ut for hver celle.

Den matematiske formuleringen er gitt ved:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = f \cdot v - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (A_H \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (A_H \frac{\partial u}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (A_V \frac{\partial u}{\partial z}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -f \cdot u - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} (A_H \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (A_H \frac{\partial v}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (A_V \frac{\partial v}{\partial z}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} (uT) - \frac{\partial}{\partial y} (vT) - \frac{\partial}{\partial z} (wT) + \frac{\partial}{\partial x} (K_H \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_H \frac{\partial T}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_V \frac{\partial T}{\partial z}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -g\rho \quad (5)$$

$u, v,$  : hastighetskomponenter i horisontalplanet langs x- og y-aksene

$t$  : tid

$w$  : hastighetskomponent i vertikalretning ( $z$ )

$f$  : corioliparameteren

$p$  : trykkraft

$T$  : temperatur

$\rho$  : tetthet

$A_H, A_V$  : koeffisienter for turbulent diffusjon av bevegelse i henholdsvis horisontal og vertikal retning

$K_H, K_V$  : koeffisienter for turbulent diffusjon av varme i henholdsvis horisontal og vertikal retning

Likningssystemet beskriver horisontale akselerasjoner (Newton's 2. lov, likn. 1 og 2), varmens konservering (likn. 3), massens konservering (kontinuitetslikningen, likn. 4) og hydrostatisk trykkfordeling (likn. 5).

Bevegelseslikningene (likn. 1 og 2) skal være oppfylt for hver celle og beskrive hvordan strømhastighetene varierer innen området. Krefter som påvirker en celle kan f.eks. være vind og friksjon eller skjærkrefter mellom cellene (fig. A.2-1). Vind, tilløps- og utløpsvannsføringer kan f.eks. bevege vannet slik at overflaten blir noe skråstilt. Dermed påvirkes cellen for trykkkrefter i helningens retning (barotrop trykk). Videre vil tetthetsdifferenser på grunn av temperaturforskjeller føre til trykkgradienter (baroklint trykk). Når bevegelsen først er kommet i gang, blir den avbøyd til høyre for bevegelsens retning på grunn av jordrotasjonen.

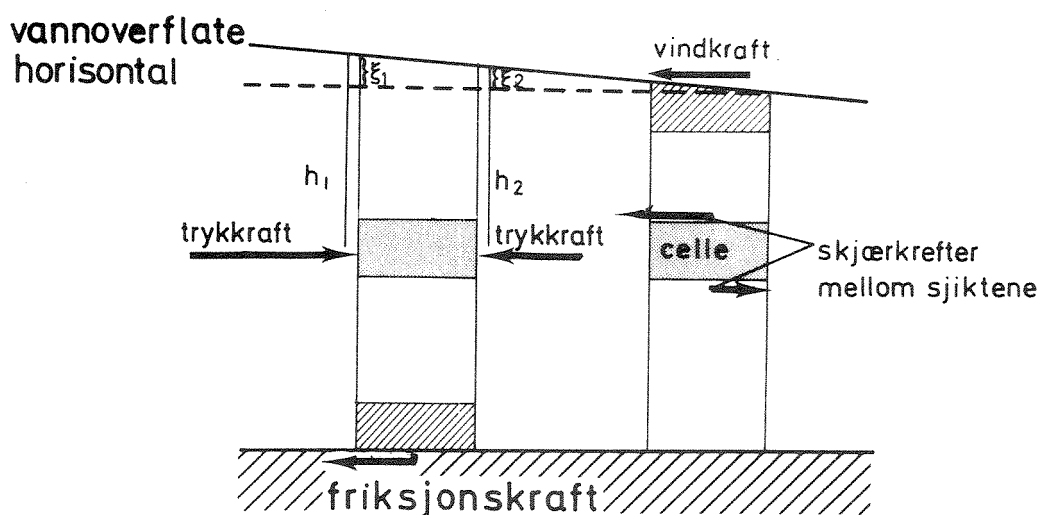


Fig. A.2-1 Eksempel på krefter som påvirker bevegelsen

En annen variabel som i vesentlig grad påvirker strømmingene er turbulens. Med turbulens menes uregelbundne virvellignende bevegelser som kan observeres i ethvert vassdrag. Forståelsen av turbulens er foreløpig mangelfull. Beskrivelsen av den turbulente utveksling bygger ikke på like grunnleggende fysiske lover som de andre variable. I denne modellen beskrives turbulensen ved hjelp av konstante utvekslingskoeffisienter. Koeffisientene blir bestemt ut fra erfaring.

Kontinuitetslikningen (likn. 4) uttrykker at for hver indre celle skal den inngående vannmengde være lik den utgående. Dette nyttes til å beregne vertikale hastigheter. For overflatecellene kan volumet variere ved at overflatenivået endres. For eksempel vil vannoverflaten høynes der hvor det er konvergerende strømmer og omvendt.

Modellen er tredimensjonal, men kun de to horisontale bevegelseslikningene blir løst. Vertikale hastigheter blir beregnet ved å nytte kontinuitetslikningen. Først bestemmes totaltransport ved å integrere likningssystemet fra overflaten til bunnen. Deretter beregnes hastighetsdifferansene mellom sjiktene. Fra den totale transport og hastighetsdifferansen finnes så transporten til de enkelte sjiktene. Denne fremgangsmåten er valgt på grunn av beregningsmessige fordeler fremfor f.eks. å løse likningene for et sjikt av gangen.

Likningene blir løst numerisk ved "finit differansg"metoder. De variable (u, v, T m.fl.) blir beregnet med jevne tidsintervall ( $\Delta t$ ) fremover i tiden. Det vil si at med kjennskap til situasjonen ved tiden t blir nye verdier beregnet for hver celle ved tiden t +  $\Delta t$ . Tidsintervallet bestemmes ved:

$$\Delta t \leq L / \sqrt{2 g H_{\max}}$$

hvor L er rutenettets lengde og  $H_{\max}$  innsjøens største dybde.

Sjøens inndeling i celler og plassering av de variable er vist i fig. A.2-2.

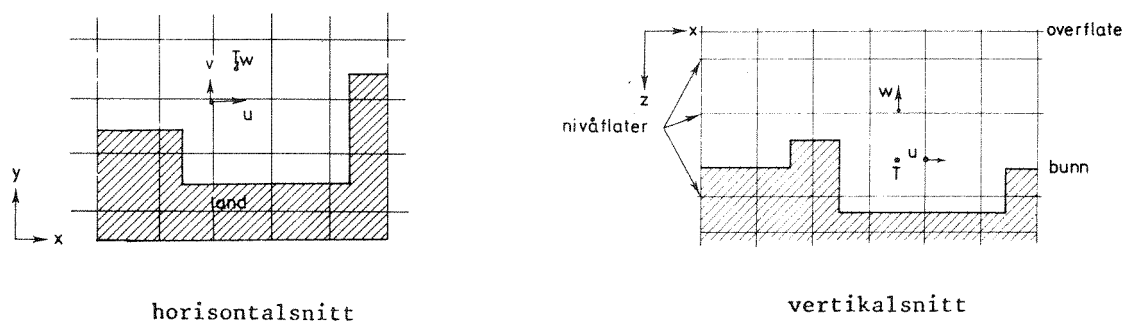


Fig. A.2-2 Sjøens inndeling i celler og plassering av variable

For hver celle må datamaskinen lagre informasjon. Ved tredimensjonale modeller blir vanligvis celleantallet så stort at kun datamaskiner med meget stor hukommelse kan benyttes. Ved spesielle programmeringsteknikker og filhåndtering er EDB-programmet omarbeidet slik at modellen kan kjøres på NORD 10 som er en mellomstor datamaskin. Antall celler som sjøen deles opp i er i praksis ubegrenset. Begrensningen ligger vanligvis i regnemaskintid og tilhørende kostnader.

### A.3 Usikkerhet - feilkilder

Modellen er basert på at de variable kan beskrives ved en deterministisk (lovmessig) og en stokastisk (tilfeldig) komponent. Bevegelser med stor utstrekning blir beregnet ved å nytte velkjente fysiske lover. Turbulente virvler med mindre utstrekning enn rutenettets oppløsning blir beskrevet ved hjelp av empiriske konstanter. Valg av disse konstantene vil følgelig være en kilde til usikkerhet. Videre vil detaljrikdommen i resultatene øke med avtagende rutenettstørrelse. I praksis blir dette valgt ved en avveining mellom regnemaskintid/økonomi og fysiske resonnementer.

De advektive ledd er utelatt i bevegelseslikningene. Dette fører til feil dersom hastighetsendringene er store. Denne feilen er vanligvis liten i forhold til betydningen av feilstipulerte koeffisienter for turbulent utveksling (Simons 1973).

Videre vil valg av koeffisienter i forbindelse med vindens skyvkraft på vannoverflaten, friksjon mot bunnen m.m. føre til en viss usikkerhet.

Til tross for de mange feilkilder og usikkerhetsfaktorer, kan beregningene være tilfredsstillende til praktisk bruk.

Avvik mellom innleste og registrerte verdier kan skyldes begrensninger i modellen. Imidlertid kan manglende kjennskap til vindens fordeling over sjøen være avgjørende. Dette utgjør trolig den største usikkerhetsfaktoren ved verifiseringen.

## Referanser:

Simons, T.J., 1973. Development of three-dimensional numerical models of Great Lakes. Scientific Series No. 12, Canada Centre for Inland Waters.

Tjomsland, T., 1978. Simulering av strømminger i Mjøsa med en tredimensjonal matematisk modell. Norsk institutt for vannforskning, Oslo.

## VEDLEGG B. SPREDNING

B.1. Matematisk spredningsmodell

Modellen er utviklet ved NIVA.

## Inngangsdata:

Strømningshastigheter fra strømningsmodellen.

Dybder og tilførsler av stoff samt eventuelt konsentrasjonsfordelinger i sjøen ved simuleringens start.

## Resultat:

Konsentrasjonsfordelingen i sjøen som funksjon av tiden.

Den matematiske formuleringen er gitt ved:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \underbrace{-\frac{\partial(uHc)}{H \cdot \partial x}}_1 - \underbrace{\frac{\partial(vHc)}{H \cdot \partial y}}_2 - \underbrace{\frac{\partial(wc)}{\partial z}}_3$$

$$+ \underbrace{\frac{\partial}{H \cdot \partial x} \left[ HK_{xy} \frac{\partial c}{\partial x} \right]}_4 + \underbrace{\frac{\partial}{H \cdot \partial y} \left[ HK_{xy} \frac{\partial c}{\partial y} \right]}_5 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \left[ K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right]}_6 + \underbrace{\lambda C}_7 + \underbrace{S}_8$$

c : konsentrasjon

t : tid

u, v, w : hastigheter i hhv. x, y og z retning

H : dybde

$K_{xy}$ ,  $K_z$  : turbulent diffusjonskoeffisient i hhv. horisontal (x, y) og vertikal (z) retning

$\lambda$  : koeffisient som uttrykker svinnraten (død, sedimentasjon mm.)

S : kilder - tilførsler/fjerning av stoff

Leddene i 1-3 uttrykker konsentrasjonsendring i hhv. x-, y- og z-retning på grunn av transport i strømmens hovedretning. Leddene 4-6 kan tolkes som konsentrasjonsendring som følge av virvler med mindre utstrekning enn rutenettets oppløsning. Den matematiske formuleringen er analog til varmetransport fra høy mot lav temperatur. Dersom stoffet som spres ikke er konservativt (bestandig), antas det at stoffmengden som forsvinner/skapes er proporsjonal med konsentrasjonen (ledd 7). Ledd 8 (kilder) gir uttrykk for tilførsler av stoff eller eventuelt fjerning av stoff i spesielle celler. Tilførsler via elver blir f.eks. behandlet som kilder.

Koeffisientene for turbulent utveksling ( $K_{xy}$ ,  $K_z$ ) og "svinnkoeffisienten" ( $\lambda$ ) blir bestemt utfra erfaring.

Likningen blir løst numerisk ved "finit differens" metoder. Med kjennskap til forholdene ved tiden,  $t$ , blir konsentrasjonsfordelingen for samtlige celler beregnet ved tiden  $t + \Delta t$ .

Inndelingen av sjøen i celler, strømhastigheter mm., fås fra strømningsmodellen.