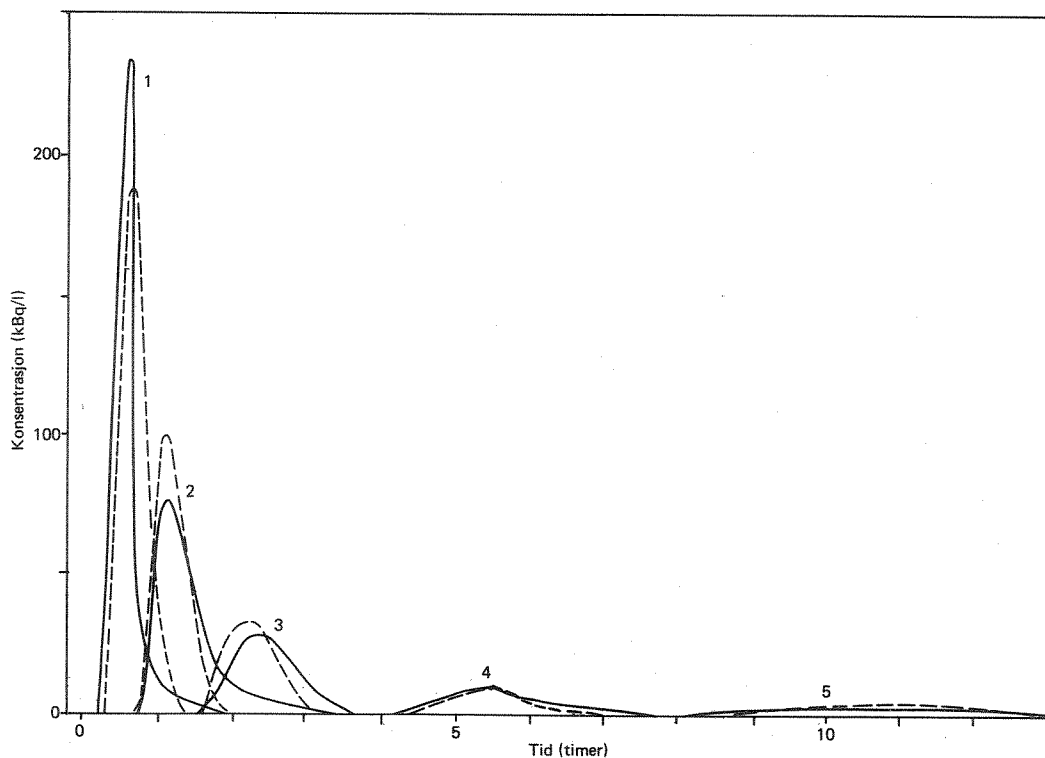


O-78028 O-81098 F-81431

# Spredningsstudier i elver



# NIVA – RAPPORT

Norsk institutt for vannforskning  NIVA

Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Forskningsråd

Postadresse: Brekke 23 52 80  
Postboks 333, Blindern Gaustadalleen 46 69 60  
Oslo 3 Kjeller 71 47 59

Rapportnummer	0-78028
Undernummer:	V
Løpenummer:	1360
Begrenset distribusjon:	

Rapportens tittel:  SPREDNINGSSTUDIER I ELVER	Dato: 10/3 1928
	Prosjektnummer: 0-78028 0-81098 F-81431
Forfatter(e):  Torulv Tjomsland <i>John B. Dahl</i>	Faggruppe:
	Geografisk område:  OPPLAND
	Antall sider (inkl. bilag):  63

Oppdragsgiver: Miljøverndepartementet Norsk hydrologisk komité Norsk institutt for vannforskning	Oppdragsg. ref. (evt. NTNF-nr.):
--	----------------------------------

Ekstrakt:

Det ble foretatt spredningsstudier i ei elv ved hjelp av radioaktive isotoper.  $^{82}\text{Br}$  ble benyttet som sporstoff for vannets bevegelse og  $^{32}\text{P}$  som sporstoff for løst fosfor. Den merkede fosformengden ble raskt redusert med transportavstanden. Transporten ble simulert med matematiske modeller. Overensstemmelsen med observasjonsdataene var gode. Renneforskning viste at fosforet i stor grad ble bundet til suspenderte partikler.

4 emneord, norske:
1. Lenavassdraget
2. Spredningsstudier
3. Radioaktive isotoper
4. Matematiske modeller
Elver

4 emneord, engelske:
1.
2.
3.
4.

Oppland

Prosjektleder:

*Torulv Tjomsland*

Seksjonsleder:

*Hans Kolth*

For administrasjonen:

*J. E. Samdal*

ISBN 82-577-0469-5

*Hans Oerstein*

NORSK INSTITUTT FOR VANNFORSKNING

OSLO

0-78028 0-81098 F-81431

SPREDNINGSSTUDIER I ELVER

Oslo, 8. mars 1982

Saksbehandler : Torulv Tjomsland

*Eksterne*  
*medarbeidere* : *John B. Dahl* (IFE)  
*Carsten Qvenild* (IFE)  
*Odd Tollan* (IFE)

For administrasjonen: J. E. Samdal

Lars N. Overrein

INNHOOLD

	Side:
1. SAMMENDRAG	5
1.1 Innledning	5
1.2 Renneforsøk	5
1.3 Sporstofforsøk i Bøvra	5
1.4 Simulering av stofftransporten med feltobservasjonene	8
1.5 Konklusjon	9
2. INNLEDNING	11
2.1 Deltagende institusjoner	11
2.2 Problemstilling og metodikk	11
2.3 Samarbeidsformer	12
3. STUDIER AV FOSFOROMSETNING VED RENNEFORSØK	12
3.1 Innledning	12
3.2 Metode	13
3.3 Resultater og diskusjon	17
4. SPORSTOFFSTUDIER I BØVRA	26
4.1 Innledning	26
4.2 Resultater og diskusjon	28
5. SIMULERING AV STOFFTRANSPORT VED MATEMATISKE MODELLER	35
5.1 Innledning	35
5.2 Matematiske strøm- og spredningsmodeller	36
5.3 Simulering av vannstand og vannføring/vannhastighet	38
5.4 Simulering av bromtransport ( $^{82}\text{Br}$ )	38
5.5 Simulering av fosfortransport ( $^{32}\text{P}$ )	44
6. REFERANSER	48
Vedlegg A. MATEMATISKE STRØMNINGSMODELLER	49
Vedlegg B. MATEMATISK SPREDNINGSMODELL	58

FIGURFORTEGNELSE

Figur nr.	Side:
1.3-1 Observervert fosfor- ( $^{32}\text{P}$ ) og brom ( $^{82}\text{Br}$ )transport	6
1.3-2 Fosformengden avtok med transportavstanden	7
1.4-1 Observervert og simulert bromtransport	10
1.4-2 Observervert og simulert fosfortransport	10
3.2-1 Doseringsutstyr for slam og tracer i en enkelt renne	14
3.2-2 Oversikt over doseringsutstyret for de tre rennene	15
3.2-3 Rennearrangementet	15
3.2-4 Fosfatkonsentrasjonen som funksjon av pH	16
3.3-1 Avrenning av fosfat i nettvannet ved økende bærermengde	19
3.3-2 Avrenning av fosfat i nettvannet ved økende slammengde målt ved halv rennelengde (15 m)	21
3.3-3 Avrenning av fosfat i nettvannet ved økende slammengde målt ved hel rennelengde (30 m)	22
3.3-4 Reduksjon av fosfatinnholdet i vannet som funksjon av rennelengde og tilsatt slammengde	24
4.1-1 Elvestrekningens beliggenhet	27
4.1-2 Elvestrekningens lengdeprofil	27
4.2-1 Observervert brom- og fosfortransport	30
4.2-2 Prosent av merket fosformengde som passerte målestasjonene	30
4.2-3 Fosforets opptaksintensitet avtok med transportavstanden	31
5.4-1 Segmentlengden og tidsintervallet ble for store for en god simulering	31
5.4-2 Avtagende segmentlengde og tidsintervall bedret tilpasningen	41
5.4-3 Økt diffusjonskoeffisient (D) gjorde bølgens form "flatere"	43
5.4-4 Økt lommestørrelse (PL) sinket transporten	43
5.4-5 Best tilpasning mellom observervert og simulert bromtransport	45
5.5-1 Observervert og simulert fosfortransport	45
A.1-1 En-dimensjonalt kontrollvolum	49
A.2-1 Plassering av indeksene i det implisite differansskjemaet	53
A.3-1 Inndeling av elva i segmenter	55
B.1-1 En-dimensjonalt kontrollvolum	58
B.2-1 Stofftransport mellom hovedløpet og lommen/dødsonen	60
B.2-2 Plassering av indeksene i differansskjemaet	61

TABELLFORTEGNELSE

Tabell nr.	Side:
3.3-1 Andel av merket fosfat (%) i vann og på slampartikler	23
4.1-1 Vannkjemi i Bøvra oktober-november 1979	26
4.2-1 Fysisk-kjemiske verdier ved kontrollsnittene 22. september 1981	28
4.2-2 Midlere reduksjonskoeffisient (k) og spirallengde (S) mellom kontrollstasjonene	32
4.2-3 Løpsform og hydrauliske variable for elvestrekningene mellom kontrollstasjonene	32
5.3-1 Simulerte og observerte strømningsverdier	39

## 1. SAMMENDRAG

### 1.1 Innledning

Prosjektet er utført av Norsk institutt for vannforskning i samarbeid med Institutt for energiteknikk. Kostnadene er dekket av Miljøverndepartementet, Norsk hydrologisk komité og Norsk institutt for vannforskning.

Hensikten med undersøkelsen var tre-delt. Vi ønsket å gjøre noen innledende forsøk for å studere fosforomsetningen i et vassdrag. Videre ville vi skaffe oss erfaring med hvordan radioaktive isotoper kunne utnyttes i denne sammenheng. Og vi ønsket å teste hvordan matematiske modeller kunne beskrive spredningsforløpet av ulike stoffer i et vassdrag.

### 1.2 Renneforsøk

Ved hjelp av forsøkesrenner på 30 meters lengde ble det studert hvordan fosfater ble bundet til bunnsedimenter og til slampartikler i vannet. Fosfatet ble merket med den radioaktive isotopen  $^{32}\text{P}$ .

Ca. 5% av den samlede mengde fosfater i vannet som passerte rennene ble bundet til bunnsedimentene. Endring av fosfatinholdet i intervallet 10-200  $\mu\text{g P/l}$  hadde liten innflytelse på dette resultatet.

Fosfatene ble i stor grad bundet til slampartiklene (leire) i vannet. For et slaminnhold på 0,3 g/l ble fosfatinholdet halvert over en strekning på ca. 20 m.

### 1.3 Sporstofforsøk i Bøvra

Den 22.-23. september 1981 ble det foretatt sporstoffstudier på en 2,5 km's strekning av Bøvra som er en sideelv til Lena nær Gjøvik.

Vannføringene var lave. Spesifikt avløp var ca. 1 l/s pr.  $\text{km}^2$ . Innholdet av løst fosfor i vannet var mellom 90 og 50  $\mu\text{g/l}$ . Elvebunnen var begrodd. Dekningsgraden varierte anslagsvis mellom 20 og 80 %.

De radioaktive isotopene brom ( $^{82}\text{Br}$ ) og fosfor ( $^{32}\text{P}$ ) ble dosert i løpet av 15 minutter. Mengden tilsvarte en stråling på  $10^7$  kBq for hvert av stoffene.

$^{82}\text{Br}$  ble benyttet som "vanstracer". Det løste fosforet på doseringsstedet ble merket med  $^{32}\text{P}$ . Den målte strålingsintensiteten nedover elvestrekningen representerte summen av det merkede fosforet som fortsatt var i løst form og eventuelle andre fosforforbindelser som det hadde gått over i.

Bromkonsentrasjonene var høyere enn fosforverdiene (fig. 1.3-1). Sporstoffbølgenes maksimumverdier kom samtidig til alle kontrollstasjonene. På hver av stasjonene avtok forskjellen mellom brom og fosforverdiene med tiden.

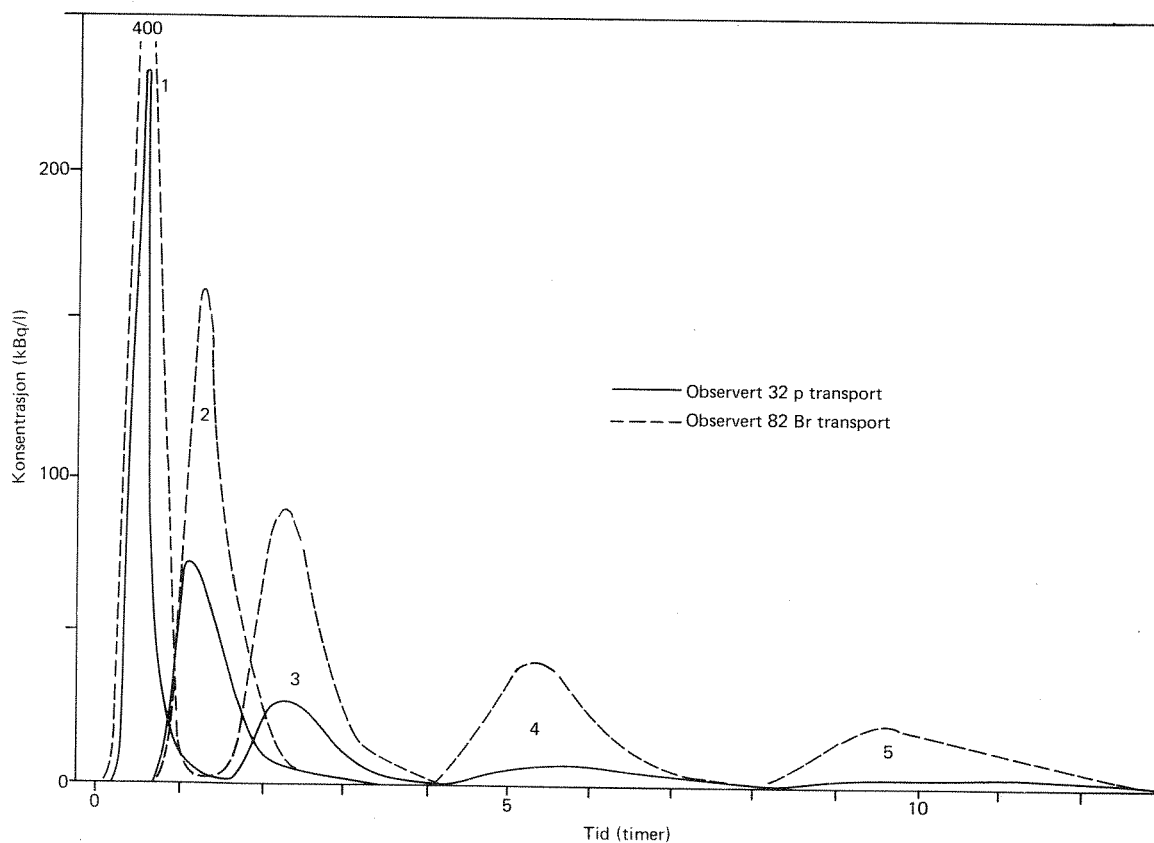


Fig. 1.3-1 Observert fosfor- ( $^{32}\text{P}$ ) og brom ( $^{82}\text{Br}$ )transport.



Dette tydet på at fosforet inngikk i prosesser som sinket transporten, og at enkelte av disse prosessene skjedde tilstrekkelig raskt til å kunne bidra til fosfortransporten nedover elva igjen i løpet av måleperioden.

Ca. halvparten av den merkede fosformengden passerte de første 300 metrene. 11 % passerte den siste kontrollstasjonen som lå 2,5 km fra doseringsstedet. Opptaksintensiteten eller utnyttelsen av det merkede fosforet avtok med transportavstanden (fig. 1.3-2).

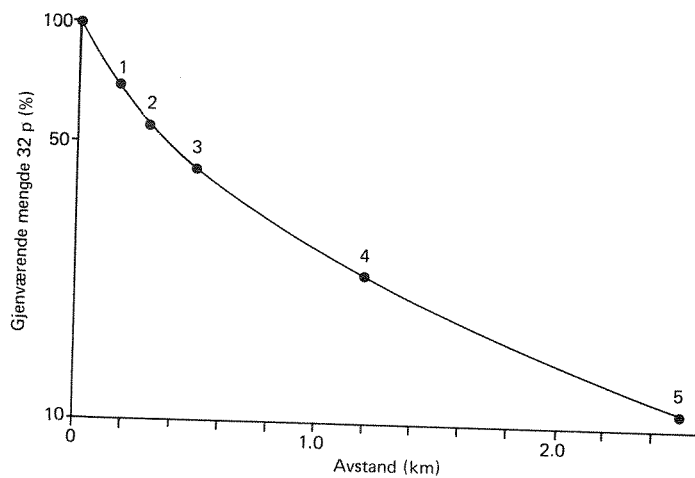
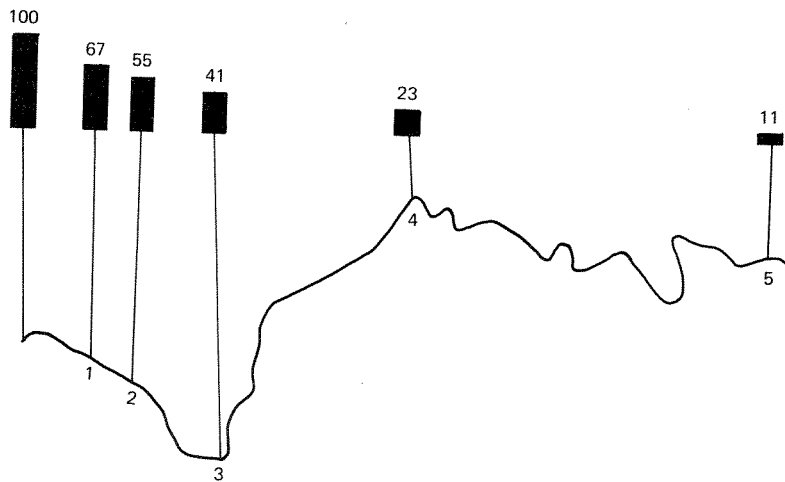


Fig. 1.3-2 Fosformengden avtok med transportavstanden.

Denne sammenhengen kunne ikke forklares ved ulike egenskaper ved elveløpets form eller hydrauliske forhold.

Årsaken skyldes formodentlig at det merkede fosforet etter å ha inngått i ulike prosesser i mindre grad var tilgjengelig for nye opptaksprosesser. Aktuelle prosesser kan være binding til sedimenter og suspendert materiale samt biologiske prosesser som assimilasjon, hydrolyse og nedbryting. Effekter på grunn av avtagende lysintensitet i løpet av forsøksperioden kan også ha hatt betydning. Vi hadde imidlertid ikke tilstrekkelig observasjonsmateriale til å vurdere betydningen av hver av disse prosessene.

Bruk av radioaktive sporstoffer synes imidlertid å være en god metode for å studere fosforomsetningen i et vassdrag.

#### 1.4 Simulering av stofftransporten med matematiske modeller

Modellene beregner hvordan vann og stoff blir transportert nedover en elvestrekning. Metoden går i hovedtrekk ut på å beskrive de aktuelle prosessene ved differensialligninger. Disse ligningene lar seg ikke løse analytisk. Tilnærmede løsninger blir bestemt ved å nytte numeriske metoder.

Modellene ble testet mot feltobservasjonene.

Elvestrekningen ble delt inn i segmenter med kjent tverrprofil og gradient. Med kjennskap til vannføringen øverst og vannstanden nederst på elvestrekningen samt vanntilførsel langs elvas sider ble vannstand og vannhastighet beregnet for alle segmentene. Beregningsresultatene var tilfredsstillende for formålet. Avvik mellom observerte og simulerte vannstander var overveiende under 2 cm. Under feltarbeidet var vannføringene stasjonære. Modellen kan imidlertid også simulere ikke stasjonære forhold. For eks. kan man beregne hvordan en flombølge brer seg nedover et vassdrag, hvor store oversvømmingsområdene blir m.m.

Resultatene fra den hydrodynamiske modellen ble anvendt til sprednings-simuleringene. Observerte og simulerte bromkonsentrasjoner er vist på fig. 1.4-1. Overensstemmelsen mellom observerte og simulerte verdier kan for de fleste formål karakteriseres som tilfredsstillende. I modellen ble det tatt spesielt hensyn til redusert transporthastighet som følge av dødsoner/kulper i elveløpet hvor det danner seg bakevjer eller hvor vannet var mer eller mindre i ro. Dette var meget viktig for et godt resultat.

Observerte og simulerte fosforverdier er vist i fig. 1.4-2. Simuleringen gir en rimelig god overensstemmelse med observasjonene. For den fallende del av kurvene ("halen") var simulerte konsentrasjoner for små. Dette har trolig sammenheng med at fosforet tok del i prosesser som etter en tid igjen gjorde at det inngikk i transporten nedstrøms. Slike prosesser ble det ikke tatt hensyn til. Koeffisienter som inngikk i modellen ble stipulert ut fra observasjonsdataene. Bruk av disse koeffisientene under andre forhold enn de er kalibrert for, vil neppe være forsvarlig.

### 1.5 Konklusjon

Resultatene fra felteksperimentene viste hvordan fosforet inngikk i prosesser som raskt reduserte den transporterte mengden nedover i vassdraget.

Bruk av matematiske modeller for å simulere vannstanden, vannhastigheten og konsentrasjonen av et stoff som ikke inngikk i prosesser med omgivelsene ga et godt resultat.

For en tilfredsstillende simulering av fosfor bør modellen forbedres.

Radioaktive sporstoffer var til stor hjelp under forsøkene. Metoden gir muligheter for et mer detaljert studie av enkelte av de prosessene som fosfor inngår i.

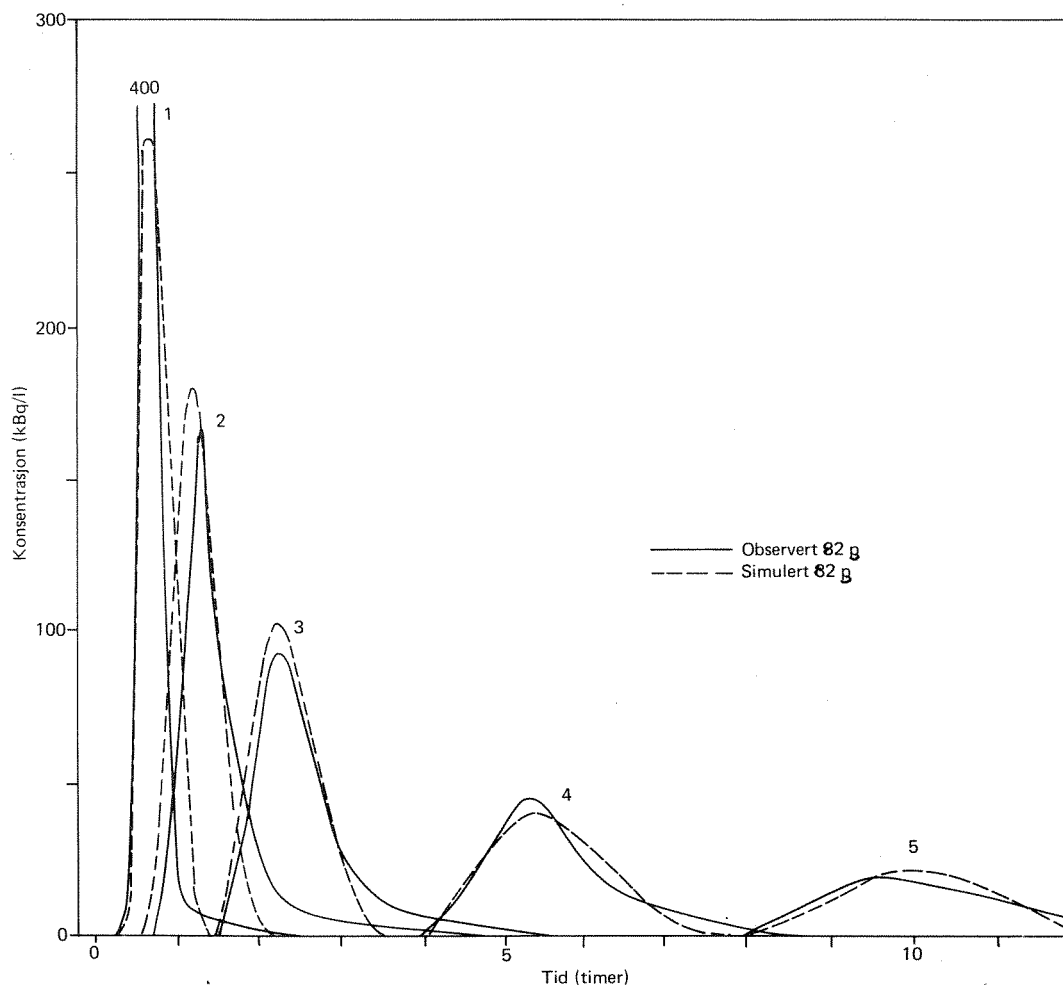


Fig. 1.4-1 Observervt og simulert bromtransport.

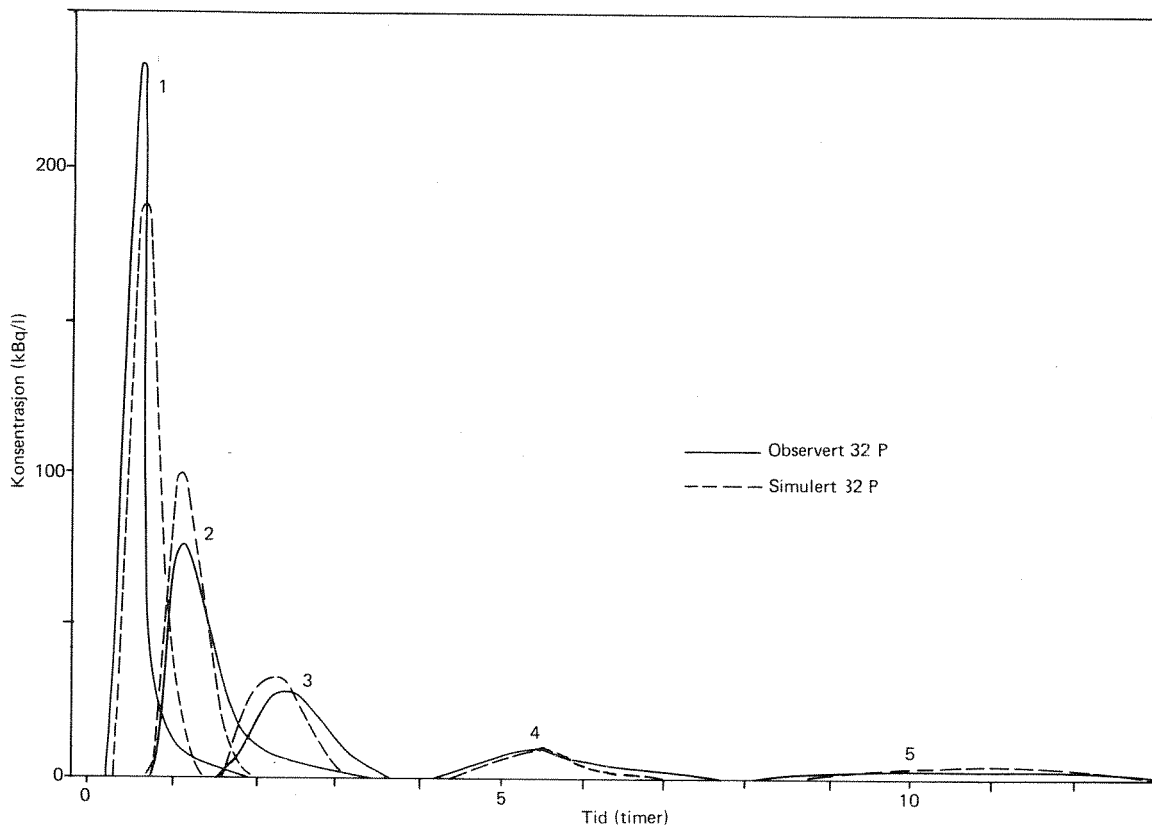


Fig. 1.4-2 Observervt og simulert fosfortransport.

## 2. INNLEDNING

### 2.1 Deltagende institusjoner

Prosjektet er utført av Norsk institutt for vannforskning (NIVA) i samarbeid med Institutt for energiteknikk (KFE).

Rapporten er et bidrag til: "Integrert vassdragsprosjekt i Lenaelv".

Kostnadene er dekket av Miljøverndepartementet, Norsk hydrologisk komité og Norsk institutt for vannforskning.

### 2.2 Problemstilling og metodikk

Vannkvaliteten i et vassdrag er et resultat av et komplisert samspill mellom en rekke faktorer. Tilførsler av ulike slag, fysisk-, kjemiske- og biologiske prosesser har betydning. I mange henseende er det nødvendig med kjennskap til disse prosessene for en hensiktsmessig utnyttelse av vannressursene.

Denne rapporten omhandler hvordan stoff som tilføres ei elv blir transportert nedstrøms. Vi ønsket å studere spredningsforløpet til et stoff som utelukkende fulgte vannets bevegelse samt fosfor som inngår i kjemiske og biologiske prosesser med omgivelsene.

Metoden gikk ut på å kombinere feltobservasjoner med bruk av matematiske modeller.

Spredningsforløpet av de aktuelle stoffene nedover et naturlig vassdrag ble registrert ved å nytte de radioaktive isotopene fosfor ( $^{32}\text{P}$ ) og brom ( $^{82}\text{Br}$ ). Det ble også foretatt enkelte spesialstudier av prosesser som fosfor inngår i ved hjelp av forsøksrenner og isotopteknikk.

Matematiske modeller ble anvendt for å simulere vannstand, vannhastighet og stoffkonsentrasjon langs elvestrekningen som funksjon av tiden. Simuleringene ble testet mot feltobservasjonene.

De konkrete resultatene fra feltstudiene om prosesser som fosfor inngår i m.m. må betraktes som innledende. Hovedhensikten med undersøkelsen var å skaffe oss erfaring med bruk av isotopteknikk i denne sammenheng samt bruk av matematiske modeller.

### 2.3 Samarbeidsformer

Rapporten er et resultat av samarbeid mellom NIVA og IFE. Begge instituttene har bidratt til planleggingen av feltforsøkene, bearbeidingen av data og diskusjon av resultatene. IFE har utført feltarbeidet hvor isotopteknikken ble benyttet. Kap. 3 er hovedsakelig skrevet av Dahl ved IFE.

## 3. STUDIER AV FOSFOROMSETNING VED RENNEFORSØK

### 3.1 Innledning

I forbindelse med feltundersøkelsen i Bøvra ble det funnet ønskelig å gjennomføre en del renneforsøk ved NIVA's forsøksanlegg i Skedsmo. Hensikten med disse renneforsøkene var primært å få nærmere opplysninger om graden av sorpsjon av fosfater til bunnsedimenter og til slampartikler. Det var dessuten nødvendig å se nærmere på de analysemetoder som skulle benyttes ved aktivitetsmåling av  $^{32}\text{P}$  i vann og slamløsninger.

Sorpsjon av fosfater til sedimenter er blant annet bestemt av (1): sedimentets sammensetning, (2): sedimentets partikkelfordeling, (3): konsentrasjonen av fosfatbærer i vannet, (5): vannets surhetsgrad, (6): vannets temperatur, etc. Meyer 1979.

Innen prosjektets ramme ble det funnet hensiktsmessig å studere sorpsjonen av fosfater til bunnsedimenter fra Bøvra som funksjon av partikkel-konsentrasjonen (punkt 3) og fosfatbærer-konsentrasjonen (punkt 4). Forsøkene ble utført med bunnmateriale som var rensset for synlige planter og organisk stoff, og ved utetemperaturer mellom 0 og 5 grader C. Det antas derfor at den biologiske aktivitet i materialet var meget lav.

### 3.2 Metode

#### Doseringsutstyr for tracer og slam. Renneopplegg

Doseringsutstyret som ble benyttet for tracer og slam er skissert for en renne i fig. 3.2-1. I figurene 3.2-2 og 3.2-3 er vist fotografier av hele doseringsutstyret for tre renner og av renneopplegget.

Doseringsutstyret bestod av en felles overløpskasse som forsynte vann fra nettet med konstant strømningshastighet (ca.  $0.3 \text{ l/s}^{-1}$ ). Tracerløsningen ble dosert kontinuerlig fra en tracertank ved hjelp av en nøyaktig membranpumpe med pumpehastighet ca.  $40 \text{ ml/min}^{-1}$ .

Slammet ble dosert fra en felles hovedslamtank (ca. 500 liter) ved hjelp av et slamdoseringsapparat til en slamfortynningstank (ca. 100 liter). Fra denne tanken rant slamholdig vann ved overløp ned i rennene. Slamdoseringsapparatet sugde opp en bestemt mengde slam pr tidsenhet, som så ble overført til slamfortynningstanken. Slammet i hovedtanken og i slamfortynningstanken ble blandet grundig ved hjelp av trykkluft.

Vannføringen i hver av rennene ble målt regelmessig under forsøkene ved å måle tiden for oppfylling av en tank på 30 liter. Midlere strømningshastighet under forsøkene var  $0.3 \text{ l/s}$ .

#### Tracerens sammensetning og funksjon

Som tracer (sporstoff) ble benyttet fosfor-32 ( $^{32}\text{P}$ ) i form av en blanding av primære og sekundære fosfater.

$^{32}\text{P}$  er en ren beta-emitterende radioisotop med energi 1,71 MeV og halveringstid 14,3 dager. Radioisotopen leveres fra Amersham International Limited, England, i form av bærerfri fosfat i fortynnet saltsyre ved pH 2-3.

I vandig løsning foreligger fosforsyre ved likevektsbetingelser som primære fosfater ( $\text{H}_2\text{PO}_4^-$ ), sekundære fosfater ( $\text{HPO}_4^{--}$ ) og tertiære

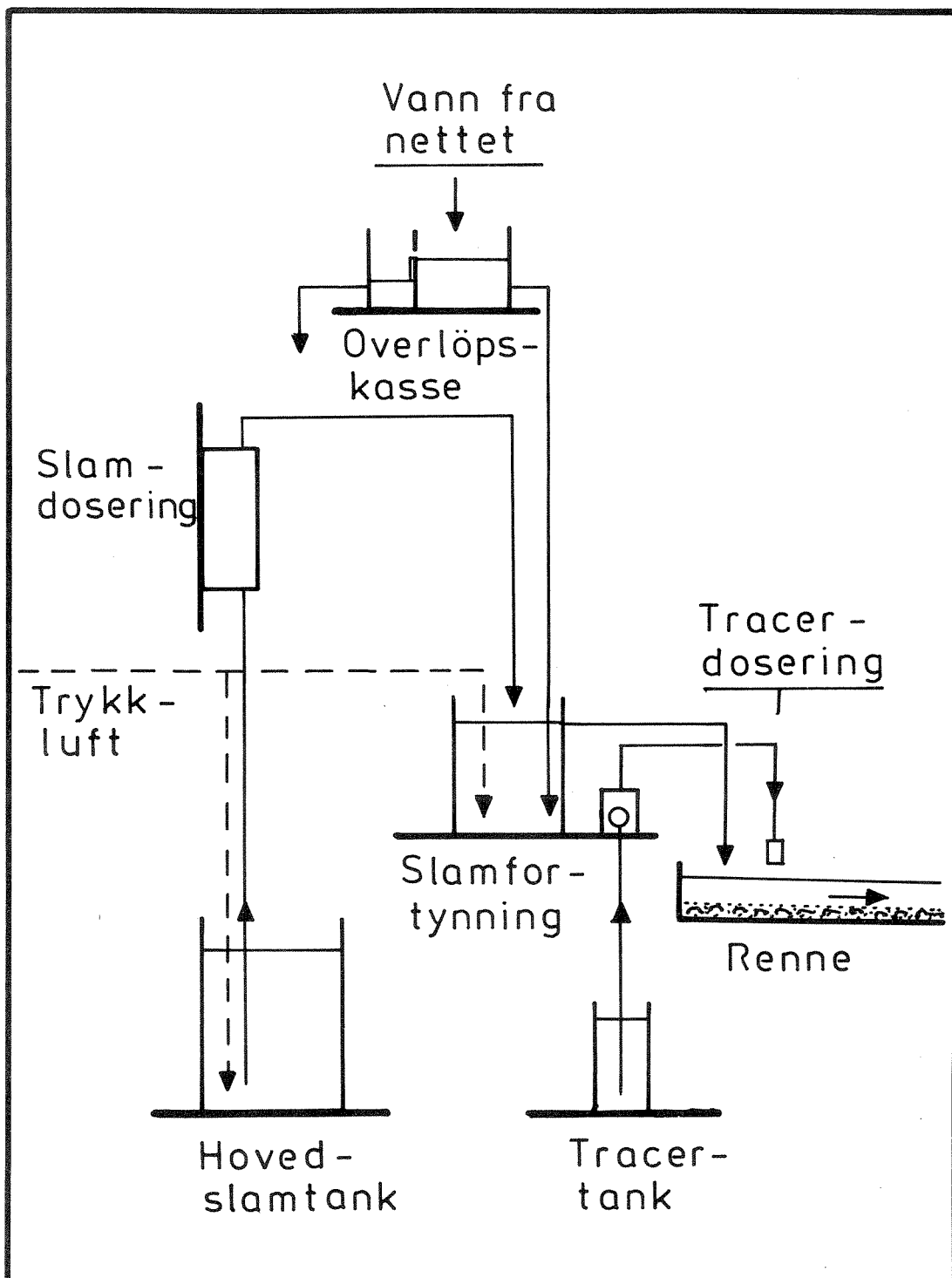


Fig. 3.2-1 Doseringsutstyr for slam og tracer i en enkelt renne.



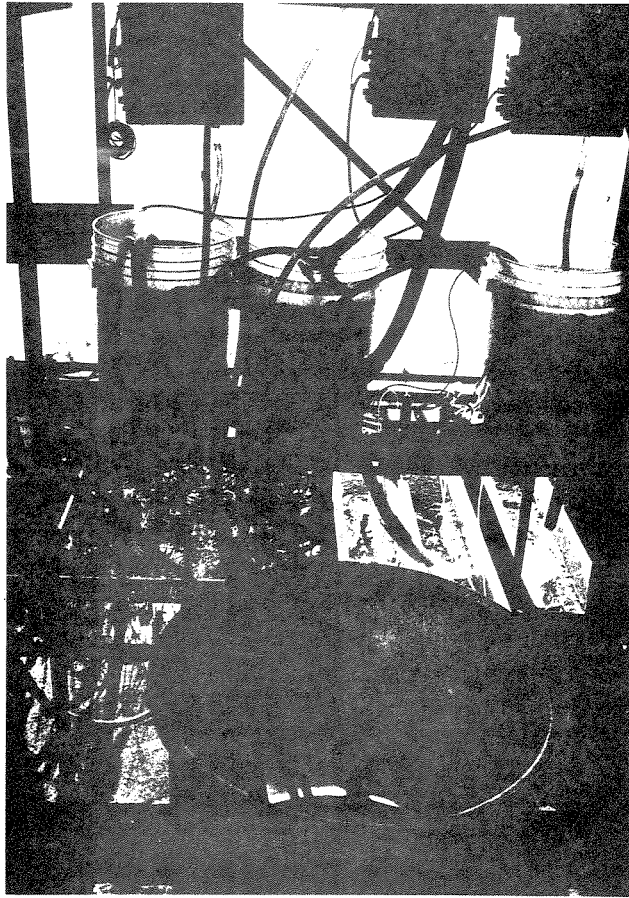


Fig. 3.2-2 Oversikt over doseringsutstyret for de tre rennene.

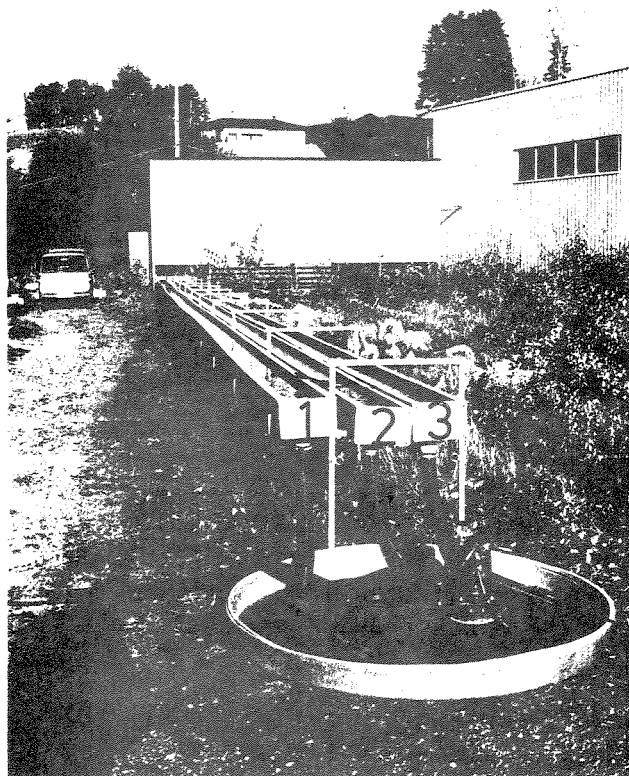


Fig. 3.2-3 Rennearrangementet

fosfater ( $\text{PO}_4^{---}$ ) i mengdeforhold som er bestemt av løsningsens pH. I fig. 3.2-4 er disse mengdeforhold angitt.

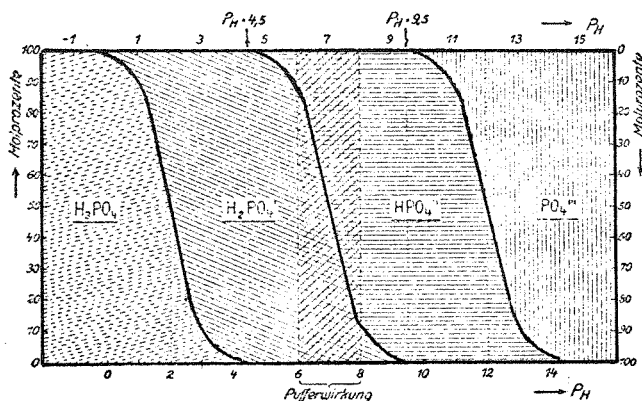


Fig. 3.2-4 Fosfatkonsentrasjonen som funksjon av pH.

Ved dosering av  $^{32}\text{P}$ -fosfattracer i en annen fosfatløsning med en bestemt pH, f.eks. vannet i rennene eller i Bøvra, vil tracermolekylene raskt fordele seg blant de tilsvarende stabile fosfationer, og oppføre seg på nøyaktig samme måte som disse.

Da sorpsjonen av fosfater til sedimenter antas å være avhengig av konsentrasjonen av fosfater i vannet, er det av interesse i denne forbindelse å undersøke sorpsjonen av fosfat til sedimenter som funksjon av fosfatbæremengden innen de konsentrasjonsgrenser som er aktuelle i et forurenset vassdrag.

I renneforsøkene ble det av praktiske grunner benyttet vann fra Skedsmo kommunale vann-nett. I følge opplysninger fra Nedre Romerike Vannverk A/L inneholder dette vannet i gjennomsnitt mindre enn  $15 \mu\text{g P.l}^{-1}$  totalt, hvorav vannløselig fosfat utgjør ca. 10 %. Vannets pH ligger på ca. 7.

Ved dosering av  $^{32}\text{P}$ -fosfatracer i nettvann tilsatt kjente mengder total fosfor i form av like mengder primære og sekundære fosfater (med hensyn på P), kan sorpsjonen av disse fosfater til bunnsedimenter og til tilsatte sedimenterbare og suspenderte slampartikler i vannet, bli bestemt selektivt.

### Aktivitetmålinger og sikkerhetsmessige forhold

Fosfor-32 ble målt ved hjelp av væskescintillasjonsteller.

Vannprøver fra rennene som ble tilsatt slam inneholdt foruten sedimenterbare partikler også ikke-sedimenterbare partikler (partikler som ikke var bunnfelt i prøvene etter ca. 1 ukes henstand). Partiklene ble søkt fjernet ved filtrering gjennom membranfilter, men det viste seg at også vannløselig fosfatracer ble holdt tilbake i filteret i noen grad. Ved tilsetning av noen dråper konsentrert saltsyre til prøvene (pH ca. 2), falt de "ikke-sedimenterbare" partiklene (hydrofobe partikler) ut, og løsningen ble helt klar. På grunnlag av disse forundersøkelser ble det funnet mest hensiktsmessig og tidsbesparende  $^{32}\text{P}$ -innhold i vannprøvene etter at de suspenderte partikler var fjernet som beskrevet ovenfor.

De strålevernmessige forhold ved renneforsøkene ble beskrevet og forelagt Statens institutt for strålehygiene til godkjenning før forsøkene begynte.

### 3.3 Resultater og diskusjon

#### Sorpsjon av fosfater til bunnsedimenter

Hensikten med denne måleserien var å bestemme sorpsjonen av fosfater til bunnsedimenter fra Bøvra som funksjon av bærermengden.

I renne 1 ble benyttet nettvann tilsatt bærerfri tracerløsning ved pH ca. 7. Fosfatinholdet var ca.  $2 \mu\text{g P/l}$ .

I renne 2 ble benyttet nettvann tilsatt totalt ca. 100 µg P/l fosfatbærer i form av like deler primær fosfat og sekundær fosfat (regnet som fosfor), og  $^{32}\text{P}$ -fosfat-tracer.

I renne 3 ble tilsvarende benyttet nettvann tilsatt totalt ca. 200 µg P/l fosfatbærer i form av like deler primær fosfat og sekundær fosfat (regnet som fosfor), og  $^{32}\text{P}$ -fosfat-tracer.

Resultatene av undersøkelsen er vist i fig. 3.3-1.

I renne 1 ble 5% av den tilsatte tracer-mengden sorbert til bunnmaterialet. Reduksjonen i fosfatkonsentrasjonen i vannet var ca. 0,1 µg P/l. I renne 2 ble 6% av den doserte fosfatmengden sorbert. Dette tilsvarer en reduksjon på 6 µg P/l i vannet. I renne 3 ble den tilsvarende reduksjonen 3% og 6 µg P/l. Mengden av sorbert tracer til glassfiberveggene i rennene ble anslått til noen få promille av den totale mengde tracer som ble benyttet. Etter avslutningen av forsøkene ble rennene vasket med nettvann i løpet av 8 timer. Aktiviteten falt raskt ned til bakgrunnsnivået.

Den prosentvise reduksjonen i vannets fosfatinnhold på grunn av sorpsjon til sedimentene (3-6%) syntes i liten grad å avhenge av fosformengden som ble dosert. Resultatene tyder på at mengden av fosfater som ble bundet til bunnsedimentene økte med økende fosfatinnhold i vannet inntil en viss øvre grense. Man kan tenke seg at bunnmaterialet ble mettet med fosfationer. Økningen av fosforkonsentrasjonene fra 100 µg P/l førte f.eks. i begge tilfellene til en reduksjon på 6 µg P/l.

Resultatene gir et inntrykk av størrelsen av sorpsjonen til bunnmaterialet. Usikkerhet på grunn av få forsøk, eventuelle forskjeller mellom rennernes bunnmateriale samt analysemetodikk gjør at de eksakte tallverdiene må tas med forbehold. En mer omfattende forsøksserie burde kunne gi mer eksakte kvantitative resultater.

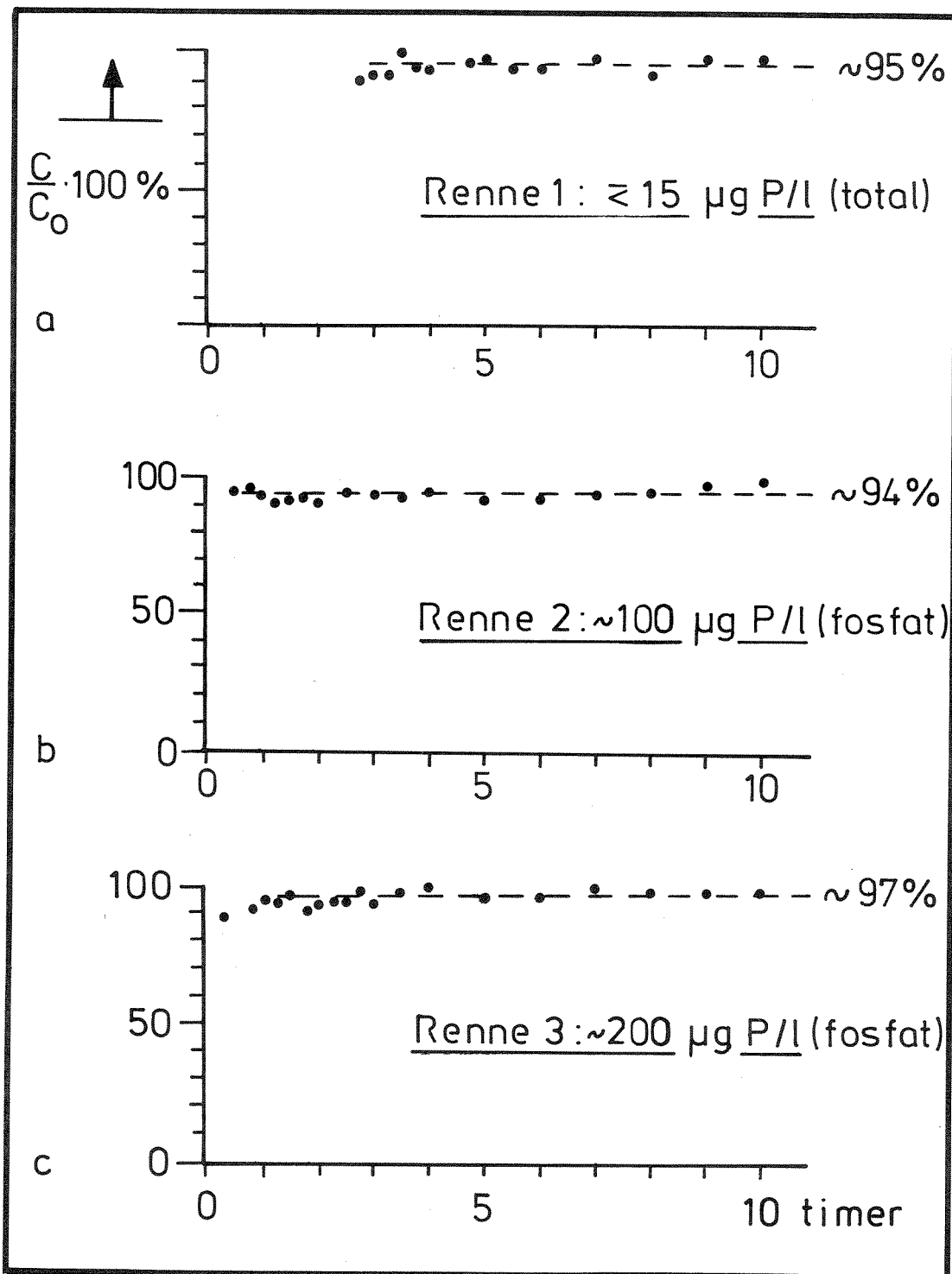


Fig. 3.3-1 Avrenning av fosfat i nettvannet ved økende bærermengde.

Antar vi at sorpsjonen av fosfatene i vannet til bunnsedimentene er proporsjonal med transportavstanden, får vi

$$\frac{\partial c}{\partial t} = k_{\text{sed}} X$$

som gir

$$C = C_0 e^{-k_{\text{sed}} X} \quad (1)$$

Andel fosfater som blir bundet til sedimentene blir :

$$P_s = 100 \left( 1 - \frac{C}{C_0} e^{-k_{\text{sed}} X} \right)$$

C : konsentrasjon av fosfat-tracer i vannet ved målestedet ( $\mu\text{g P/l}$ )

C<sub>0</sub>: konsentrasjonen av fosfat-tracer ved begynnelsen av rennen ( $\mu\text{g P/l}$ )

P<sub>s</sub>: andel av sorbert til sedimentene (%)

X : avstand langs rennen (m)

For en midlere sorpsjon på 5% over en rennelengde på 30 m blir

$$k_{\text{sed}} = 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$$

### Sorpsjon til slampartikler

Nettvann med et fosfatinnhold på 2  $\mu\text{g P/l}$  ble merket med fosforisotopen  $^{32}\text{P}$ . Vannføringen var 0,3 l/s.

Slaminholdet (leire) i rennene 1, 2 og 3 var henholdsvis 0.06, 0.3 og 1,5 g/l.

I breelver og i elver i leirterreng kan konsentrasjoner på 1,5 g/l finne sted. Verdier på 0.06 er vanlige i områder med lite erosjonsmateriale. Fosformengden ble målt ved halv- og hel rennelengde (fig. 3.3-3 og tabell 3.3-1). Sorpsjonen til sedimentene ble ifølge de foregående resultatene satt lik 5% ved transport over en rennelengde (30 m).

Mellom 50% og 70% av fosfationene i nettvannet ble sorbert til slampartiklene ved transport over en rennelengde. Slammet var følgelig i meget stor grad bestemmende for fosfatinnholdet i vannet. Ca. tredjeparten av den fosfatmengden som ble sorbert til slampartiklene var bundet til de nevnte ikke-sedimenterbare partiklene.

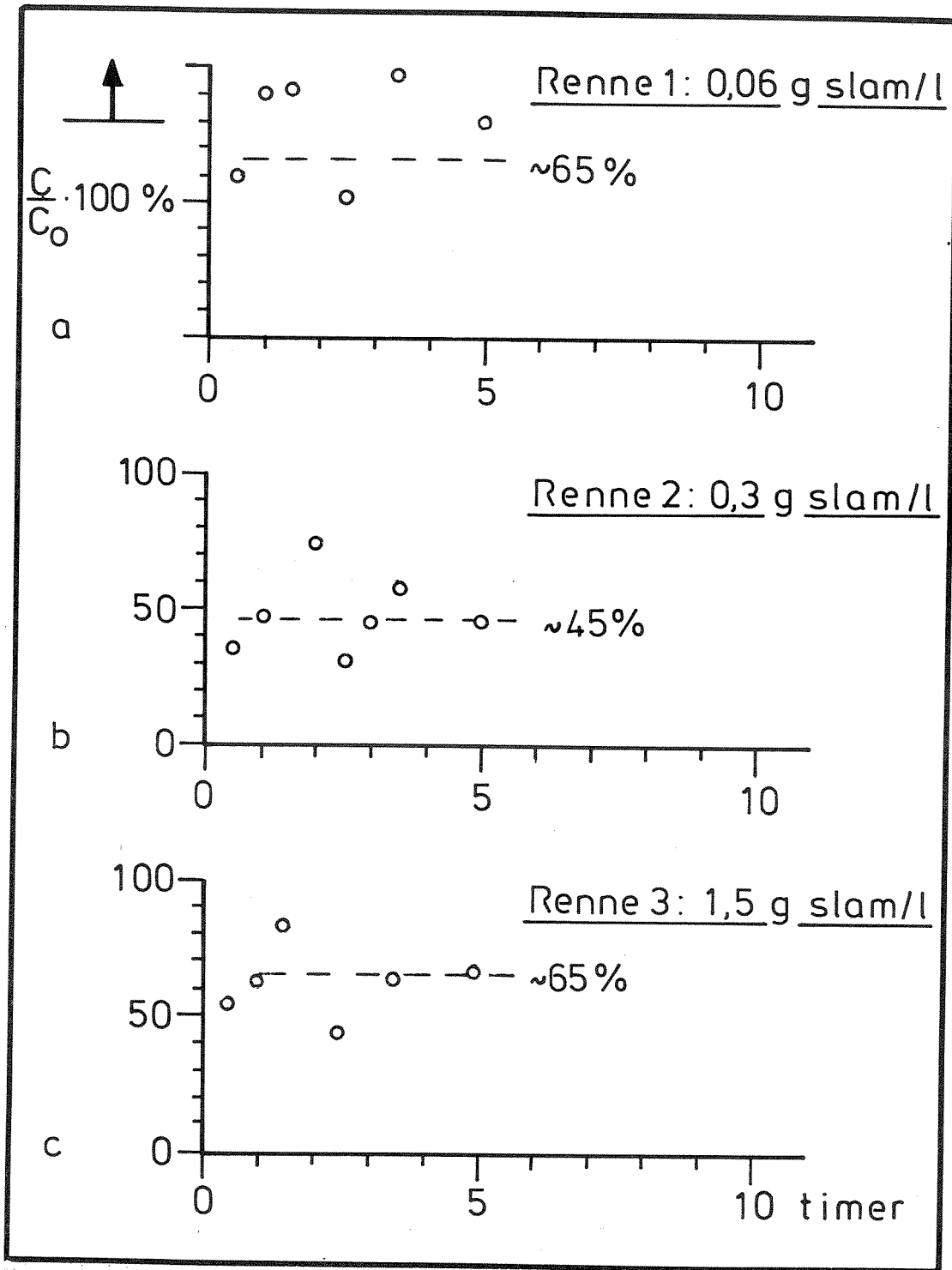


Fig. 3.3-2 Avrenning av fosfat i nettvannet ved økende slammengde målt ved halv rennelengde (15 m).

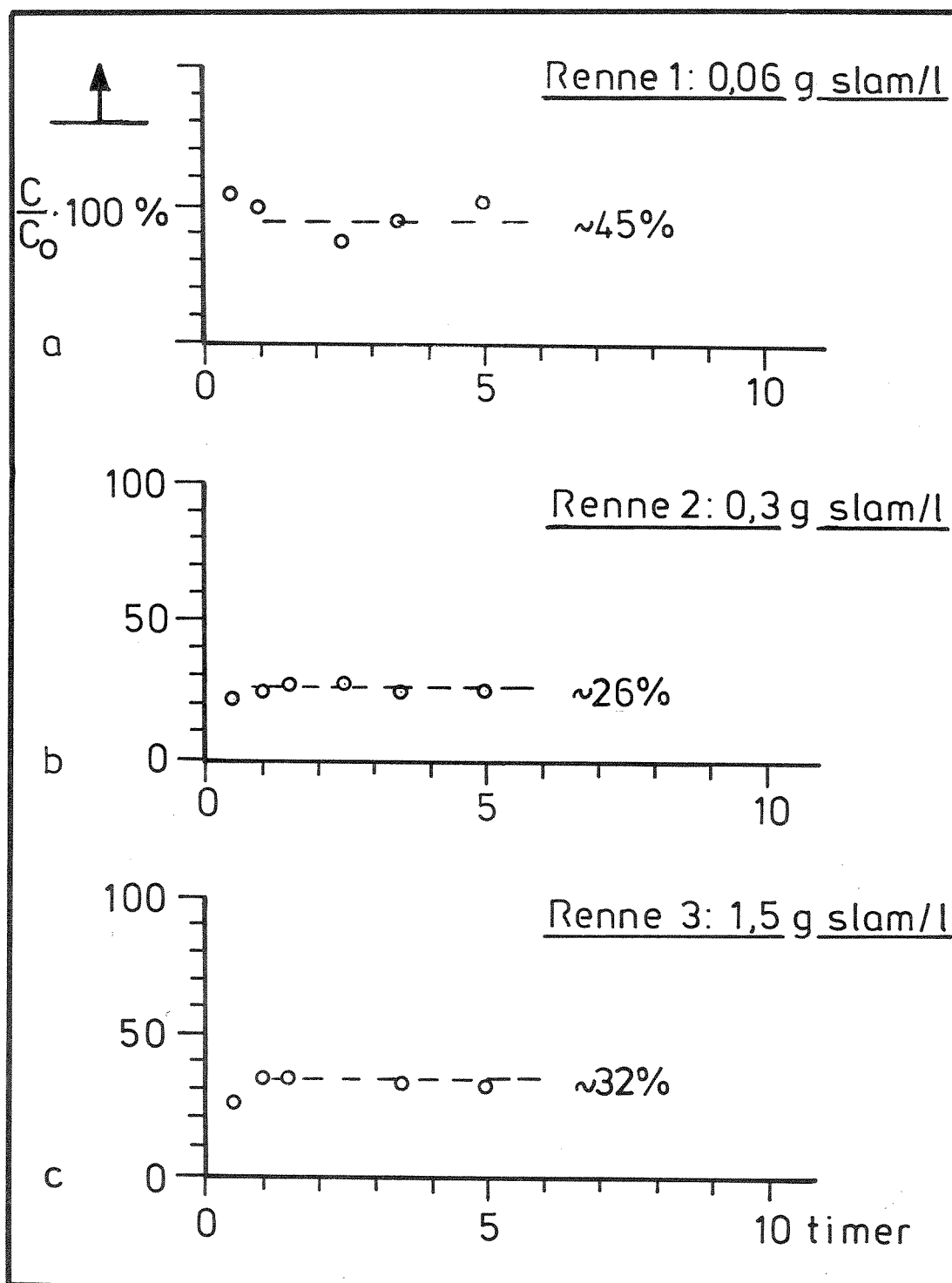


Fig. 3.3-3 Avrenning av fosfat i nettvannet ved økende slammengde målt ved hel rennelengde (30 m).



Tabell 3.3-1 Andel av merket fosfat (%) i vann og på slampartikler.

Renne	1		2		3	
Slam (g/l)	0.06		0.5		1.5	
Avstand (m)	15	30	15	30	15	30
Vann	65	45	45	26	65	32
Slam	42	50	52	69	32	63

Ved å øke slaminnholdet fra 0.06 g/l til det 5-dobbelte (0,3 g/l) økte sorpsjonen med en faktor på nær 1,5. En ytterligere økning i slamkonsentrasjonen førte til en tilsvarende økning i sorpsjonen.

Det er mulig at denne uoverensstemmelsen kan ha sammenheng med unøyaktighet eller spredning i måleresultatene.

Det fremgår av fig. 3.3-2 at det er stor spredning i måleresultatene ved halv rennelengde (15 m). Dette skyldes antagelig at traceren ikke var tilstrekkelig godt blandet der. Ved hel rennelengde var dette tilfredsstillende.

Fosformengden i vannet avtok raskt med transportavstanden. Midlere verdier av gjenværende fosfat i vannet var henholdsvis 35% og 60% ved henholdsvis halv og hel rennelengde (fig. 3.3-3).

Antar vi at sorpsjonen av fosfatinnholdet i vannet er proporsjonalt med transportavstanden slik at kurven på fig. 3.3-4 blir en rett linje, får vi:

$$C = C_0 e^{-k_{\text{part}} \cdot X}$$

Andelen av fosfater ( $P_2$ ) som blir bundet til sedimentene blir:

$$P_s = 100 \left(1 - \frac{C}{C_0} e^{-k_{\text{part}} \cdot X}\right)$$

Midlere sorpsjonskoeffisient ( $k_{\text{part}}$ ) ved forsøkene ble:  $0.035 \text{ m}^{-1}$ .

Slampartiklene i vannet var meget effektive til å fjerne fosfationene.

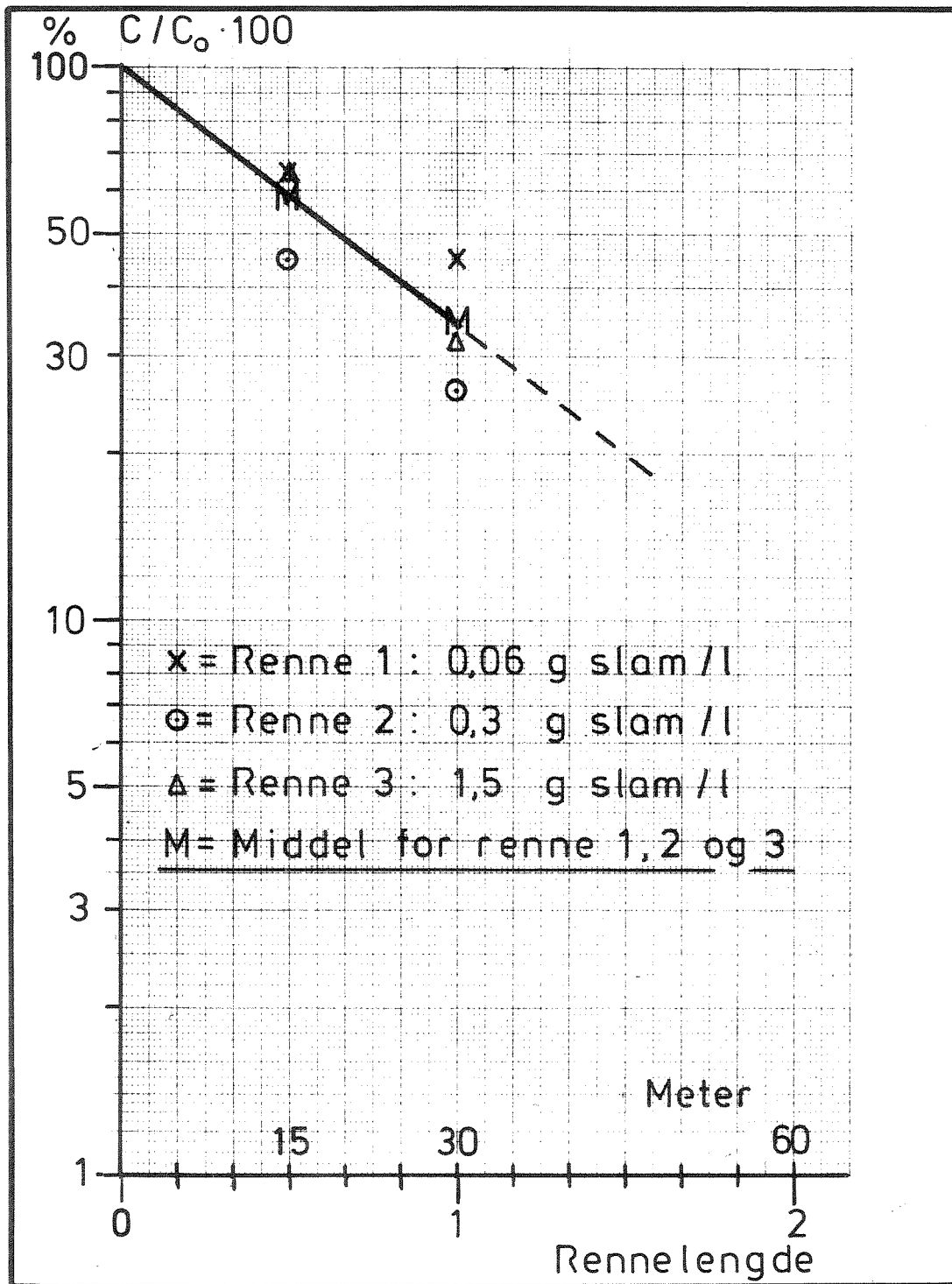


Fig. 3.3-4 Reduksjon av fosfatinnholdet i vannet som funksjon av rennelengde og tilsatt slammengde.

Ved de forhold som gjaldt under forsøkene ville f.eks. fosfatinnholdet i vannet bli redusert til tiendeparten over en avstand på ca. 2 rennelengder (60 m).

Hensikten med disse eksperimentene var å anslå størrelsen av sorpsjonen til slampartikler og å teste bruken av radioaktivt sporstoff i denne sammenheng. Ved å gjøre en serie forsøk med varierende slamkonsentrasjoner og fosforinnhold bør man kunne komme fram til kvantitative relasjoner som kan ha praktisk anvendelse i naturlige vassdrag.

#### 4. SPORSTOFFSTUDIER I BØVRA

##### 4.1 Innledning

Hensikten med å foreta sporstoffforsøk i et naturlig vassdrag var tre-delt. Vi ønsket å gjøre noen innledende forsøk for å studere fosforomsetningen i et vassdrag. Videre ville vi skaffe oss erfaring med hvordan radioaktive isotoper kunne utnytted i denne sammenheng. Og vi ønsket å samle inn observasjonsmateriale for å teste matematiske transportmodeller.

Forsøkene ble utført på en 2,5 km's elvestrekning av Bøvra mellom Nerset og Narum. Bøvra tilhører Lenavassdraget nær Gjøvik (fig. 4.1-1).

Elva faller i gjennomsnitt ca. 2 m pr. 100 m dvs.  $1.2^{\circ}$  (fig. 4.1-2). Ca. hundre meter av strekningen består av stryk. I den resterende delen av elva kan vannbevegelsen karakteriseres som strømmende. I selve elveløpet er det en rekke kulper.

Bunnmaterialet består hovedsakelig av stein, grus og sand.

Langs elva er det jordbruksområder og spredt bebyggelse. Totalt bor det ca. 1200 innbyggere innen nedbørfeltet. Disse er ikke tilknyttet renseanlegg. Bøvra blir benyttet som resipient.

I perioden oktober-november 1979 ble det samlet inn 4 vannprøver i Bøvra ved samløpet til Lena for kjemisk analyse. Midlere verdier er vist i tabell 4.1-1.

Tabell 4.1-1 Vannkjemi i Bøvra oktober-november 1979.

pH		7.9
Konduktivitet	:	270 $\mu$ S/cm
Turbiditet	:	10 FTU
Kjemisk oksygenforbr.:		15 mg/l
Nitrat (NO <sub>3</sub> )	:	3900 $\mu$ g/l
Total fosfor (tot P):		120 "
Løst fosfor (PO <sub>4</sub> )	:	55 "

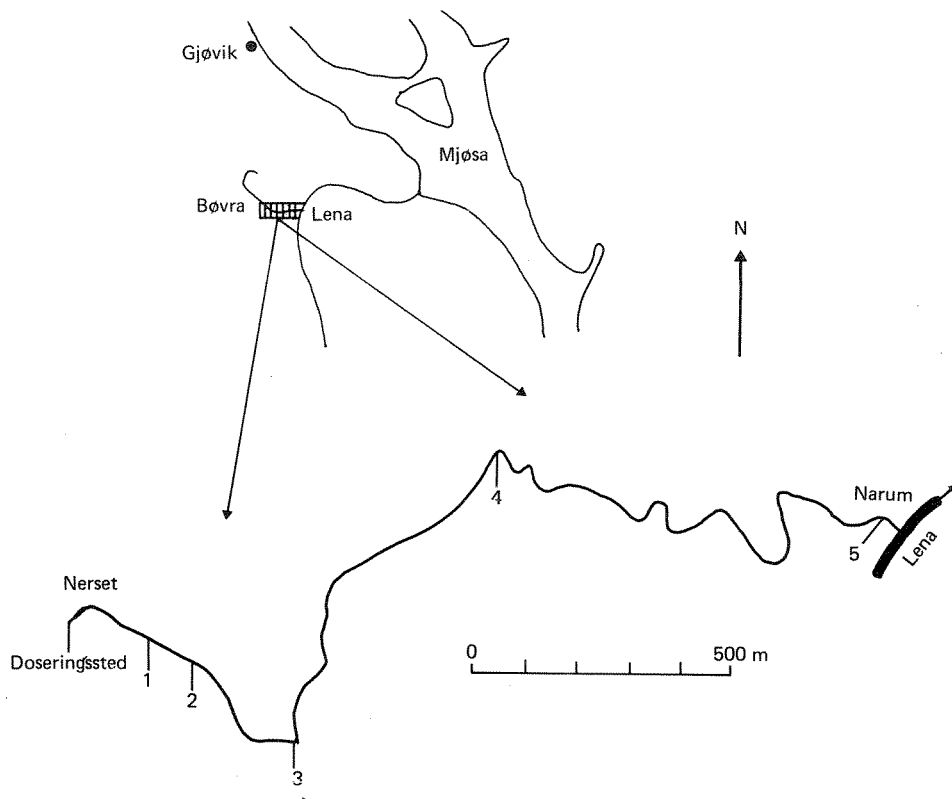


Fig. 4.1-1 Elvestrekningens beliggenhet.

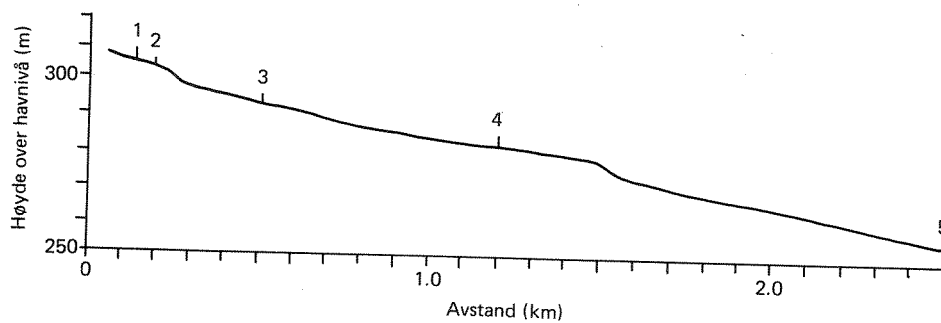


Fig. 4.1-2 Elvestrekningens lengdeprofil

Vannet var basisk (pH : 7.9). Innholdet av salter var høyt (kond. : 270  $\mu$ S/cm). Det var rikelig tilgang på næringsalter. Totalt fosforinnhold var 120  $\mu$ g tot P/l. Omkring halvparten av dette forekom i løst form.

#### 4.2 Resultater og diskusjon

Spredningsforløpet av de radioaktive isotopene  $^{82}\text{Br}$  og  $^{32}\text{P}$  nedover elva ble registrert på 5 stasjoner. Stasjonene ble plassert i henholdsvis 0.16, 0.3, 0.5, 1.2 og 2.4 km's avstand fra doseringssteder (fig. 4.1-1).

Vannføringen økte i nedstrøms retning fra 23 til 39 l/s (tabell 4.2-1). Det totale fosforinnholdet avtok fra omkring 100 til 66  $\mu$ g tot P/l. Verdiene for løst fosfor lå mellom 90 og 50  $\mu$ g/l. Innholdet av suspendert materiale (uorganisk + organisk) var 1,3 og 0,7 mg/l på henholdsvis øverste og nederste stasjon. Den uorganiske delen av dette var under 0.5 mg/l.

Elvebunnen var i varierende grad begrodd. Gulgrønnalgen (*Xanthophyceae Vaucheria*) var dominerende art. Dekningsgraden varierte anslagsvis mellom 20 og 80 %. Det var ikke noen trend i nedstrøms retning.

Tabell 4.2-1 Fysisk-kjemiske verdier ved kontrollsnittene 22. sept. 81.

Stasjon	TOT-P $\mu$ g/l	LØS-P $\mu$ g/l	LMR-P $\mu$ g/l	S-TS mg/l	S-GR mg/l
1	95	85	80	1.3	<0.5
2	100	87	85		
3	95	82	79		
4	69	63	60		
5	66	58	54	0.7	<0.5

TOT-P : Totalt fosforinnhold

LØS-P : Løst fosfor (filtrert TOT-P)

LMR-P : Løst molybdatreaktivt fosfor

S-TS : Suspendert tørrstoff (organisk + uorganisk)

S-GR : Suspendert gløderest (uorganisk)

Bromisotopen ble benyttet som "vantracer". Dvs. at spredningsforløpet av  $^{82}\text{Br}$  representerte vannmassenes bevegelse.  $^{82}\text{Br}$  har en halveringstid på 35.4 timer.

På doseringsstedet ble det eksisterende løste fosforet i vannet merket med isotopen  $^{32}\text{P}$ . Mengden av dette fosforet målt ved strålingsintensiteten til  $^{32}\text{P}$  ble registrert på kontrollstasjonene. Den målte strålingsintensiteten representerte summen av både det merkede fosforet som fortsatt var i løst form og eventuelle andre forbindelser som det hadde inngått i. Halveringstiden for  $^{32}\text{P}$  er ca. 2 uker.

Den 22/9-1981 mellom kl. 1200 og 1215 ble de radioaktive sporstoffene brom,  $^{82}\text{Br}$ , og fosforisotopen  $^{32}\text{P}$  dosert øverst på den nevnte elvestrekningen. Mengden tilsvarte en stråling på  $10^7$  kBq for hver av isotopene. Doseringsintensiteten var konstant.

Bromkonsentrasjonene var høyere enn fosforverdiene (fig. 4.2-1). Sporstoffbølgenes maksimumverdier kom samtidig til alle kontrollstasjonene. Forholdet mellom maksimumverdiene økte nedover i vassdraget. På hver av stasjonene ble forskjellen mellom konsentrasjonene mindre med tiden. Fosforverdiene kunne etter hvert bli jamnstore eller også høyere enn bromkonsentrasjonene.

Hele den doserte brommengden (strålingsintensiteten fra  $^{82}\text{Br}$ ) korrigert for decay passerte samtlige kontrollstasjoner.

Fosformengden som passerte kontrollsnittene avtok nedover elva (fig. 4.2-2) Ca. halvparten ble borte på de første 300 metrene. Ved stasjon 5 passerte 11 %.

Eventuelle korreksjoner på fig. 4.2-2 på grunn av decay ville vært under på 0.2 %.

Vi ønsket å studere hvordan fosforkonsentrasjonen ble endret nedover elvestrekningen.

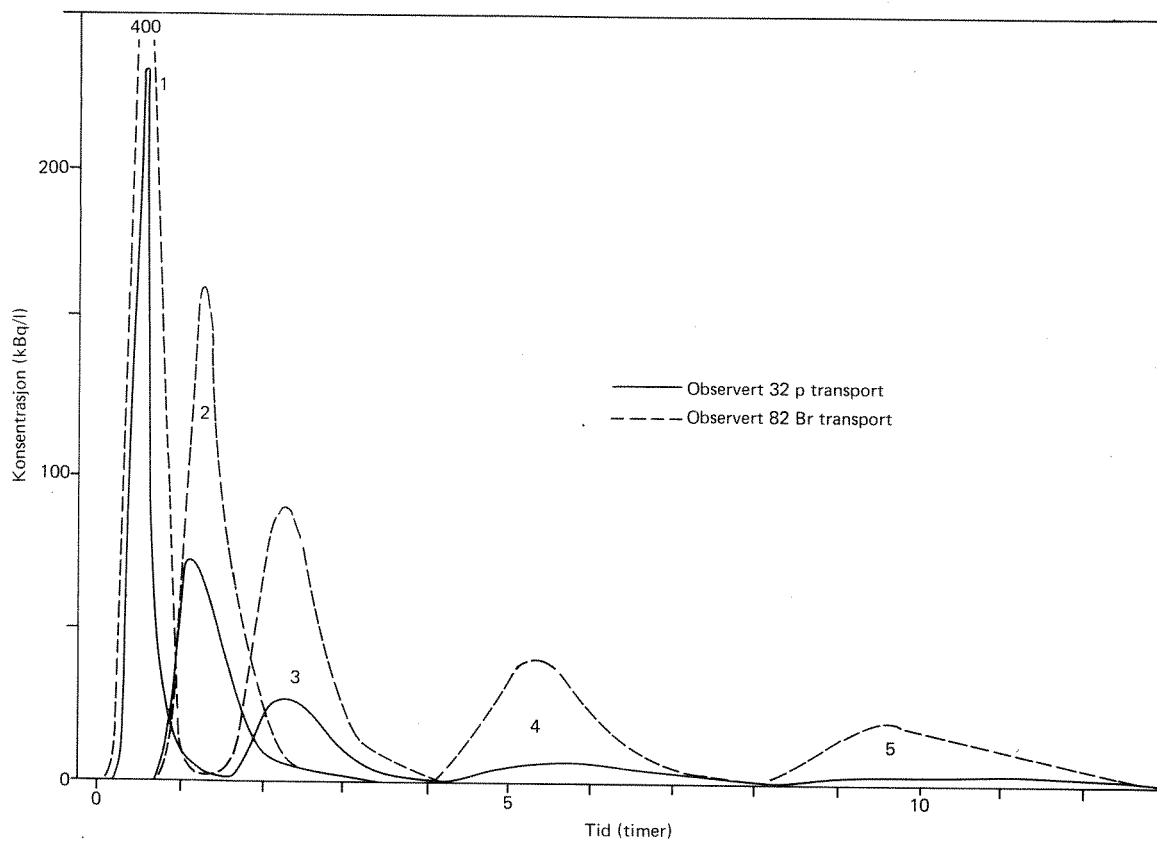


Fig. 4.2-1 Observert brom- og fosfortransport.

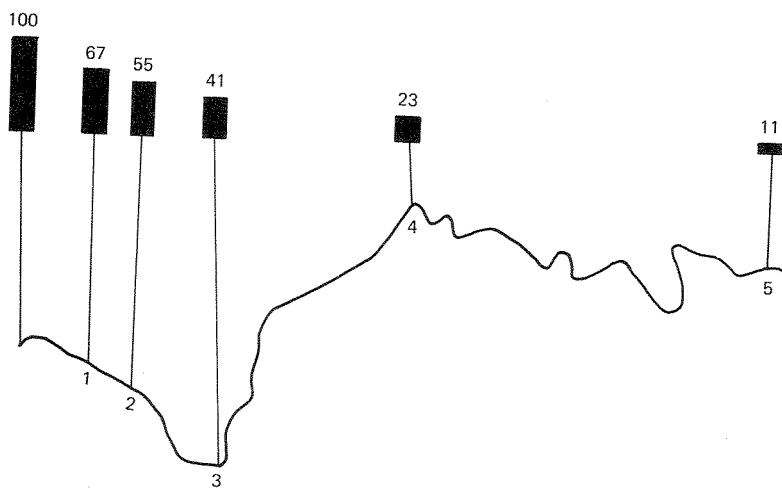


Fig. 4.2-2 Prosent av merket fosformengde som passerte målestasjonene.



Fig. 4.2-3 viser hvordan logaritmen til passert fosformengde avtok med transportstrekningen. En rett linje i dette diagrammet ville ha betydd at den gjenværende mengde (M) som funksjon av avstanden (x) fra doseringsstedet kunne beskrives av en ligning på formen:

$$M = M_0 e^{-kx}$$

hvor  $M_0$  er dosert mengde (100 %) og  $k[m^{-1}]$  er konstant. Derivasjon av ligningen gir

$$\frac{\partial M}{\partial x} = -k M$$

som viser at k gir uttrykk for intensiteten i reduksjonen. Høy k-verdi på en elvestrekning indikerer f.eks. et stort fosforopptak.

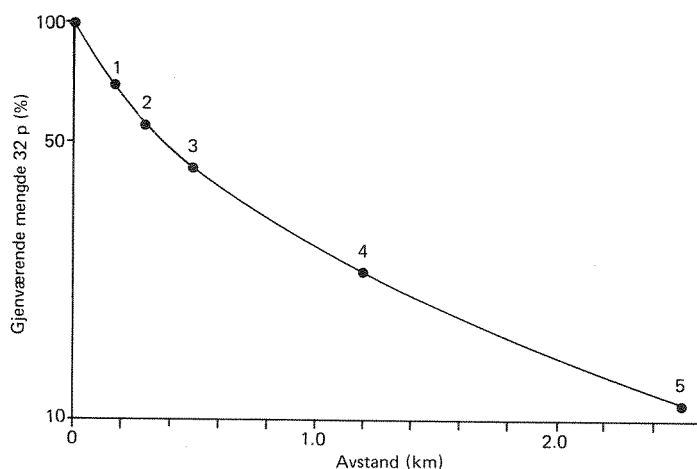


Fig. 4.2-3 Fosforets opptaksintensitet avtok med transportavstanden.

Reduksjonen eller utnyttelsen av det merkede løste fosforet avtok med transportavstanden (tabell 4.2-3).

Vi prøvde å undersøke om denne tendensen kunne skyldes endringer i elveløpets form og i hydrauliske forhold på de ulike elvestrekningene (tabell 4.2-3).

Tabell 4.2-2 Midlere reduksjonskoeffisient (k) og spirallengde (S) mellom kontrollstasjonene

Strekning	K $10^{-3} \text{ m}^{-1}$	S m
-1	2.3	419
1-2	1.5	633
2-3	1.0	1038
3-4	0.8	1210
4-5	0.6	1605

Tabell 4.2-3 Løpsform og hydrauliske variable for elvestrekningene mellom kontrollstasjonene

Strekn.	$\Delta x$ m	AV $10^3 \text{ m}^2$	V $\text{m}^3$	P m	R cm	A $\text{m}^2$	U cm/S	Q 4s	U/P $10^{-2} \text{ s}^{-1}$	Re $10^3$
-1	168	0.531	45	3.15	8.6	0.27	9.2	24	2.9	5.8
1-2	125	0.469	37	3.75	8.0	0.30	9.3	26	2.5	5.5
2-3	305	1.289	94	4.23	7.3	0.31	9.0	28	2.1	5.1
3-4	700	3.387	307	4.84	9.0	0.44	7.5	31	1.5	4.9
4-5	1184	6.257	499	5.29	7.9	0.42	9.5	37	1.8	5.6

- $\Delta x$  : Elvestrekningens lengde  
 AV : elvestrekningens våtareal  
 P : Midlere fuktet perimenter, grenselinjen mellom vann og bunn/side i et tverrsnitt av elva  
 R : Midlere hydraulisk radium (A/P)  
 A : Midlere tverrsnittsareal (AV/ $\Delta x$ )  
 U : Midlere vannhastighet  
 Q : Midlere vannføring  
 Re : Midlere verdi av Reynolds tall, uttrykk for turbulens.

Verdiene i tabellen er bestemt ut fra målinger i felt og beregninger med en matematisk strømningsmodell, se kap. 5.

Det er rimelig å tro at fosforopptaket vil øke med økende kontakttid mellom sedimenter/beregning langs bunnen og sidene. Liten vannhastighet, liten hydraulisk radius, stor fuktet perimeter og stor turbulens vil ventelig virke i denne retning.

Vi kunne ikke påvise noen slik sammenheng. Måleresultatene viste enten ingen sammenheng eller tydet på en motsatt effekt. Vannhastigheten var nær konstant (tabell 4.2-3). Tverrsnittsareal og fuktet perimeter økte nedstrøms. Forholdet  $u/P$  avtok. Turbulensverdiene ( $Re$ ) viste ingen trend. Disse sammenhengene har neppe fysisk relevans.

Det virker som om den økende spirallengden dvs. avtagende fosforutnyttelse med transportavstanden må skyldes prosesser som dominerte over virkningen av de hydrauliske forhold.

Det løste fosforet kan bindes til suspenderte partikler. I så fall vil det ikke være tilgjengelig for opptak, men fortsatt bidra med stråling. Dette vil bidra til redusert opptak i forhold til tilstedeværende stoff og medvirke til økt spirallengde nedstrøms. Under forsøkene var innholdet av uorganisk suspendert materiale mindre enn målenøyaktigheten på 0.5 mg/l. Effekten av dette var derfor trolig neglisjerbar. Mengden av organisk suspendert materiale var ca. 1 mg/l tørrvekt. Antar vi at dette var levende materiale representerte det ca. 12  $\mu\text{g P/l}$ , dvs. 15-20 % av løst fosforkonsentrasjon (se tabell 4.2-1). Dersom det suspenderte organiske materialet for en stor del besto av planktoniske alger vil algenes assimilasjon kunne medføre en redusert tilgjengelighet av det merkede fosforet som ble transportert nedover elva. Vi kan imidlertid ikke uttale oss om hvor stor del av det merkede fosforet som ble blandet til organisk materiale på grunnlag av observasjonsmaterialet.

Løst fosfor kan bli adsorbent til bunnsedimentene. Adsorpsjonen øker med avtagende kornstørrelse.

I Bøvra besto bunnmaterialet hovedsakelig av sand og grovere materiale. Bindingen til sedimentene burde derfor være relativt liten.

Videre inngår det løste fosforet i prosesser med biologisk materiale. Assimilasjons-, hydrolyse- og nedbrytningsprosesser var trolig viktige under forsøket. Enkelte av disse prosessene, f.eks. assimilasjonen, kan holde tilbake det merkede fosforet i et tidsrom som langt overstiger måleperioden. Med tanke på den forholdsvis tette begroingen av alger på elvebunnen er dette sannsynligvis den viktigste årsaken til avtagende transport av det merkede fosforet nedstrøms.

Grunnen til at opptaksintensiteten avtok nedstrøms, dvs. økt spirallengde, kan skyldes at det merkede fosforet etter å ha inngått i prosessene, i mindre grad var tilgjengelig for nye opptaksprosesser. Da fosfor stoffbølgene passerte målestasjonene ble f.eks. fosforkonsentrasjonene med tiden ("bølgens hale") jamnstore og for enkelte stasjoner også større enn bromverdiene. Dette tyder på at enkelte av de prosessene som fosforet inngikk i skjedde tilstrekkelig raskt til igjen å kunne bidra til transporten nedover i vassdraget i løpet av måleperioden. Effekten på grunn av avtagende lysintensitet i løpet av ettermiddagen kan også ha ført til avtagende fotosynteseaktivitet og dermed redusert assimilasjon. Sola gikk ned ca. kl. 18. Da bølgen kom til stasjon 4, begynte det å mørkne.

Vi hadde ikke tilstrekkelig observasjonsmateriale til å vurdere de ulike prosessene som er omtalt foran. Imidlertid bør bruken av fosforisotopen <sup>32</sup>P være en metode til å kvantifisere enkelte av disse prosessene.

## 5. SIMULERING AV STOFFTRANSPORT VED MATEMATISKE MODELLER

### 5.1 Innledning

Vannkvaliteten i et vassdrag er et resultat av et komplisert samspill mellom en rekke faktorer. Tilførsler av ulike slag, fysiske-, kjemiske-, biologiske prosesser m.m. har betydning. I mange henseende er det nødvendig med kjennskap til dette samspillet for en hensiktsmessig utnyttelse av vannressursene.

Det lar seg neppe gjøre å forstå disse sammenhengene på en fullkommen måte. Imidlertid kan man med kjennskap til enkelte dominerende prosesser komme fram til løsninger med stor nytteverdi. Bruk av matematiske modeller kan være til hjelp i denne sammenheng. Modellene er også et hjelpemiddel for systematisk tenkning og til å skille vesentlige faktorer fra uvesentlige ved visse problemstillinger.

De fleste vannkvalitetsmodeller kan klassifiseres som empiriske eller deterministiske. Empiriske modeller består vanligvis av ligninger/formler som er bestemt på grunnlag av kurvetilpasning av observasjonsdata. Resultatene blir vanligvis svært usikre om man anvender dem for andre situasjoner enn observasjonsmaterialet bygger på. Deterministiske modeller bygger på kjennskap til prosesser. De er derfor vanligvis mer fleksible og har større overføringsgrad til f.eks. andre vassdrag og nye situasjoner.

Et av formålene med dette prosjektet var å teste hvordan strøm og spredningsforhold i ei elv kunne beskrives med matematiske modeller. Modellene ble testet mot sporstoffutslippene i Bøvra (jamfr. kap. 4). Vi benyttet to deterministiske modeller. Vannføringsforhold ble modellert ved en hydrodynamisk strømningsmodell. Deretter blir stofftransporten simulert ved å nytte en spredningsmodell.

Strømningsmodellen er et middel til å kunne beskrive hvordan vannet transporteres i ei elv. Dersom det blir sluppet vann fra et magasin, kan man ved hjelp av modellen f.eks. forutsi størrelsen av oversvømningsarealer m.m. Videre kan modellen gi nyttig informasjon som kan brukes til å vurdere vannkvalitet.

Spredningsmodellen beregner stoffkonsentrasjon som funksjon av tiden langs en elvestrekning. Med kjennskap til de nødvendige prosesser kan man f.eks. forutsi fortynningseffekter, selvrensningsgrad, biologisk respons, skadeeffekter m.m. av ulike stoffutslipp i vassdraget. Dette kan være til hjelp for en hensiktsmessig prioritering av forurensningsbegrensende tiltak.

## 5.2 Matematiske strøm- og spredningsmodeller

Metoden går i hovedtrekk ut på å beskrive de aktuelle prosessene ved hjelp av differensialligninger. Disse ligningene lar seg ikke løse eksakt ved analytiske metoder. Tilnærmede løsninger blir derfor bestemt ved å nytte numeriske metoder.

Modellene beregner vann- og stofftransport nedover i ei elv. F.eks. kan man simulere hvordan en flombølge/stoffbølge brer seg nedover i et vassdrag.

Det er nødvendig med kjennskap til elveløpets geometri, stofftilførsler samt vannføringsforhold ved elvestrekningens ender og sider. Elva blir delt inn i segmenter. For hvert segment blir resultatene regnet ut som funksjon av tiden. Verdiene blir midlet over elvas tverrsnitt.

Transportforholdene blir beskrevet av ligningssettet:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} + q \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = - \frac{QB}{A} \frac{\partial z}{\partial t} - \frac{Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial x} - gA \frac{\partial z}{\partial x} + g \frac{Q/Q/}{AM^R 2.4/3} \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} - \frac{1}{A} \frac{\partial(QC)}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} (AD \frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{1}{V} AL u KL (CL - C) + S + P \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial CL}{\partial t} = \frac{KL u}{DL} (C - CL) \quad (5.4)$$

x : avstand i elvas lengderetning  
z : vannstand  
t : tid  
u : hastighet  
A : vannføring  
q : vanntilførsel gjennom elvas sider  
B : elvesegmentets bredde  
V : elvesegmentets volum  
A : elvesegmentets areal  
AL : areal mellom lomme/dødsone og hovedløp  
C : stoffkonsentrasjon i elva  
CL : stoffkonsentrasjon i lommen/dødsonen  
g : tyngdens akselerasjon  
D : longitudinal diffusjonskoeffisient  
KL : lommens/dødsoneens diffusjonskoeffisient  
M : Manningstall  
DL : Lommens/dødsoneens bredde.

Ligning 5.1, kontinuitetsligningen,

Ligning 5.2, bevegelsesligningen, beskriver vannmassens bevegelse.

Ligning 5.3, transportligningen, beskriver stoffets transport.

Ligning 5.4, uttrykker massebalansen for lommene/dødsonen.

Når ligningsystemet skal løses numerisk, må de deriverte  $\frac{\partial C}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial C}{\partial x}$  osv. gjøres om til endelige størrelser  $\frac{\Delta C}{\Delta t}$ ,  $\frac{\Delta C}{\Delta x}$  osv. Med kjennskap til start-situasjonen blir resultatene beregnet suksessivt fremover i tiden med intervall  $\Delta t$  for hvert segment. Løsningens nøyaktighet er avhengig av iterasjonsintervallene i rom og tid  $\Delta x$  og  $\Delta t$ . Disse må derfor forsøksvis prøves inntil man får den ønskede nøyaktighet i forhold til observasjonsdata. Dessuten må diverse koeffisienter stipuleres. Enkelte av disse må velges ut fra testing mot feltobservasjoner.

For en mer detaljert beskrivelse av strømningsmodellen og spredningsmodellen henvises henholdsvis til vedlegg A og vedlegg B.

### 5.3 Simulering av vannstand og vannføring/vannhastighet

Elvestrekningen (fig. 4.1-1) ble delt inn i 24 segmenter. Midlere segmentlengde ( $\Delta x$ ) var ca. 100 m. Elvas tverrsnitt ble målt mellom hvert segment. Vannstanden ble målt i ca. tredjeparten av disse snittene for kontroll av modellberegningene. Elvesegmentenes lengde og høyde over havet ble bestemt ut fra kart i målestokk 1:5000. Vannføringen var konstant under forsøksperioden og ble målt ved henholdsvis 0.16, 0.3, 0.5, 1.2 og 2.4 km's avstand fra elvestrekningens øverste punkt. Tilførsler fra bielver og grunnvannstilsig til de enkelte segmentene ble beregnet ut fra vannføringsmålingene og arealbetraktninger.

Vannføringen var tilnærmet konstant i forsøksperioden (22. - 23. september 1981). Vi kunne dermed benytte en forenklet versjon av strømningsmodellen som gjelder for stasjonære forhold.

Vannføringen øverst på elvestrekningen ble satt til 23 l/s og vannstanden ved den nedre randen var 20 cm. Manningstall M ble stipulert ut fra observasjonsdata. Verdier i underkant av 10 ga best resultat.

Modellen beregnet våtarealene i de gitte tverrsnittene. Sammenlikninger mellom simulerte og observerte vannstander i kontrollsnittene viste overveidende god overensstemmelse (tabell 5.3-1). I 6 av 8 kontrollsnitt var avvikene mindre enn 2 cm. Største avvik var 6.9 cm. Dette skyldes formentlig at elva gikk i stryk på denne strekningen og dermed brøt med modellens forutsetninger. Forøvrig er vanskelighetene med å stipulere representative tverrsnitt og Mannings tall trolig den største kilden til feil i resultatene.

### 5.4 Simulering av bromtransport( $^{82}\text{Br}$ )

Det radioaktive sporstoffet brom ( $^{82}\text{Br}$ ) følger vannets bevegelse uten å ta del i prosesser med partikler, sedimenter, alger o.l. Imidlertid reduseres stoffet med tiden. Reduksjonen pr. tidsenhet blir beskrevet ved:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \lambda C$$

C : konsentrasjon.  $\lambda$  : reduksjonskoeffisient / decay koeffisient.



Tabell 5.3-1 Simulerte og observerte strømningsverdier.

Nr.	x km	P m	A <sub>2</sub> m <sup>2</sup>	Q l/s	z m o.h.	h cm	h <sub>obs</sub> cm	h-h <sub>obs</sub> cm
1	0.00	3.8	0.34	23	308.254	15.4	.	.
2	0.06	2.8	0.21	23	306.579	12.9		
3	0.12	3.3	0.32	24	304.959	15.9	17.5	- 1.6
4	0.18	2.4	0.25	25	301.497	9.7		
5	0.23	4.5	0.39	26	297.141	14.1	14.0	0.1
6	0.31	3.9	0.28	26	296.632	13.2		
7	0.38	4.0	0.30	27	295.137	13.7	15.5	- 1.8
8	0.49	3.9	0.30	29	297.920	12.0		
9	0.63	5.8	.37	29	290.221	12.1	13.0	- 0.9
10	0.76	4.5	0.31	30	287.315	11.5		
11	0.86	4.1	0.35	31	285.339	13.9		
12	0.98	4.5	0.50	32	284.173	17.3	17.3	
13	1.08	4.7	0.36	32	282.914	11.4	14.5	- 3.1
14	1.19	5.5	0.73	33	281.786	18.6		
15	1.33	3.9	0.35	33	280.339	13.9	21.0	- 6.9
16	1.45	3.5	0.22	34	277.601	10.1		
17	1.55	5.3	0.36	36	273.111	11.1		
18	1.65	5.3	0.49	35	270.051	20.1	20.0	0.1
19	1.81	9.8	0.40	36	267.580	18.0		
20	1.96	5.0	0.34	36	265.097	9.7		
21	2.11	2.7	0.21	37	262.618	11.8		
22	2.27	4.1	0.28	38	259.582	13.2	13.2	0.2
23	2.37	4.0	0.29	38	257.821	12.1		
24	2.48	5.5	0.68	39	256.060	20.0	20.0	0.0

Nr: segmentnr. x : avstand fra elvas øverste punkt. P : våt perimeter.  
A : tverrsnittsareal. Q : vannføring. Z : vannoverflatens høyde over havnivå.  
h : simulert vannstand. h<sub>obs</sub> : observert vannstand.

For  $^{82}\text{Br}$  er  $\lambda = -0.47$  pr. døgn som gir en halveringstid på 35.4 timer.

Det ble dosert  $10^7$  kBq  $^{82}\text{Br}$  jevnt fordelt i løpet av 15 minutter øverst på elvestrekningen.

Spredningsforløpet nedover elva ble simulert ved bruk av den matematiske spredningsmodellen. Resultatene fra strømningsmodellens beregninger (tabell 5.3-1) ble benyttet som input.

Modellen ble testet / kalibrert mot de nevnte måleresultatene som er beskrevet i kap. 4.

#### Valg av segmentlengde, $\Delta x$ og tidsintervall, $\Delta t$

Vi prøvde med følgende kombinasjon av inputvariable:

$\Delta x$  : samme segmentlengde som ved simuleringene med strømningsmodellen (se tabell 5.3-1).

$\Delta t$  : tidsintervallets lengde = 6 min.

D : longitudinal diffusjonskoeffisient =  $0.1 \text{ m}^2/\text{s}$ .

DL : diffusjonskoeffisient mellom lomme og hovedløp = 0,02

PL : lommens størrelse i forhold til hovedløp = 20%.

De simulerte stoffbølgene ga en for "glattet" beskrivelse av virkeligheten. Maksimum konsentrasjon ble for liten og tiden som bølgen trengte for å passere en stasjon ble for stor (fig. 5.4-1).

Segmentlengden,  $\Delta x$ , ble redusert. Verdiene i de nye tverrsnittene ble beregnet ved lineær interpolasjon.  $\Delta t$  ble redusert tilsvarende som  $\Delta x$ . De øvrige inputverdiene ble holdt konstant. Overensstemmelsen mellom observerte og simulerte verdier ble bedre med avtagende segmentlengde. (fig. 5.4-2). Reduksjon av segmentlengden til fjerdeparten av den opprinnelige, dvs. til i gjennomsnitt ca. 25 m og  $\Delta t = 1.5$  minutter, ga tilstrekkelig oppløsning til å beskrive spredningsforløpet på en i de fleste henseende tilfredsstillende måte.

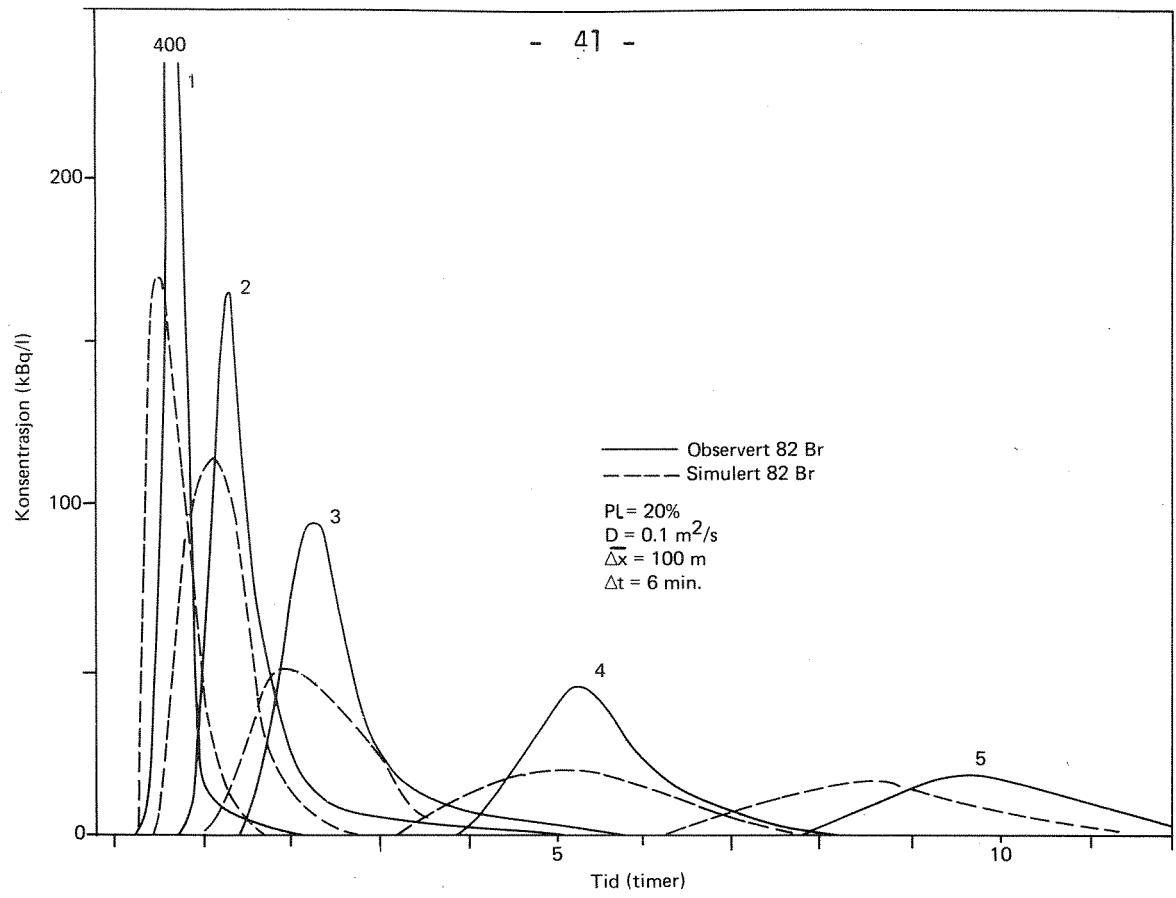


Fig. 5.4-1 Segmentlengden og tidsintervallet ble for store for en god simulering.

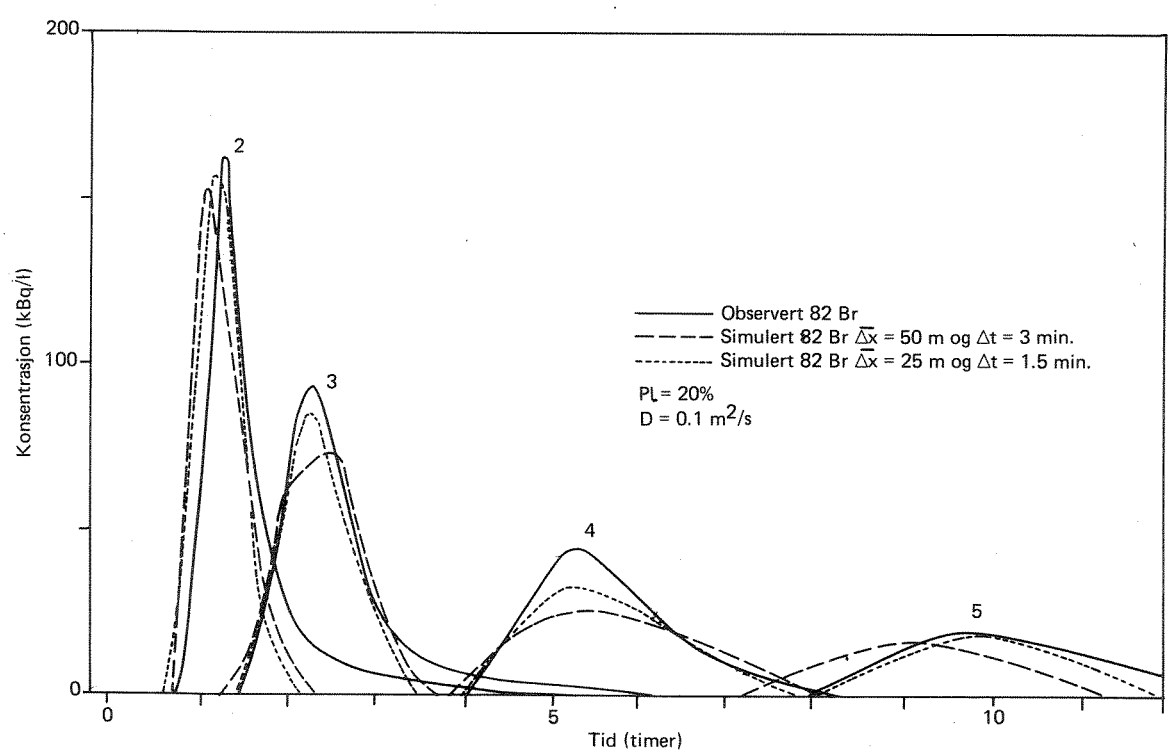


Fig. 5.4-2 Avtagende segmentlengde og tidsintervall bedret tilpasningen.

### Longitudinal diffusjonskoeffisient, D

Ved de neste simuleringene ble følgende inputverdier holdt konstant:  
 $\Delta t = 1.5$  min., midlere  $\Delta x = 25$  m,  $DL = 0.0$ ,  $PL = 0.0$ . Modellen ble testet for  $D = 0.0$ ,  $0.1$  og  $1.0$ . For  $D = 0.0$  beveget stoffbølgen seg for raskt. Maksimum konsentrasjon blir for høy og bølgenes form ble for skarp. Økning av diffusjonskoeffisienten  $D$  ga en utflatning/dempning av bølgen. Massetransporten ble imidlertid fortsatt for rask (fig. 5.4-3). Det synes ikke mulig å oppnå en tilfredsstillende overensstemmelse med observasjonsdataene ved å endre på den longitudinale diffusjonskoeffisienten.

### Lommeeffekter / dødsonoeffekter

Det var liten vannføring under forsøkene (ca.  $1 \text{ l/km}^2$ ). Elva besto av en rekke kulper/lommer hvor det dannet seg virvler eller vannet var mer eller mindre stillestående. I disse lommene ble stoff magasinert slik at stofftransporten ble forsinket. Vi hadde ikke tilstrekkelig observasjonsdata til å stipulere størrelsen av disse lommene for hvert segment. Lommenes volum og grenseflaten mot hovedløpet ble antatt å være en prosentvis andel av henholdsvis hovedløpets volum og våtareal. Denne prosenten ble antatt å være konstant for hele elvestrekningen.

Diffusjonskoeffisienten som er med på å beskrive utvekslingen mellom lommene og hovedløpet, ble valgt til  $0.02$  i henhold til laboratorieforsøk (Westrich 1976 og Valentine 1977).

Ved økende størrelse på lommene ble stofftransporten forsinket og bølgenes form ble flatere (fig. 5.4-4). Det synes som om at hensyntagene til disse lommeeffektene var meget gunstige for en god simulering av stofftransporten.

### Endelig tilpasning

Den beste tilpasningen ble funnet for en lommestørrelse på 20%,  $D = 0.1 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\Delta t = 1.5$  min. og en midlere segmentlengde,  $\Delta x$  på ca. 25 m (fig. 5.4-5).

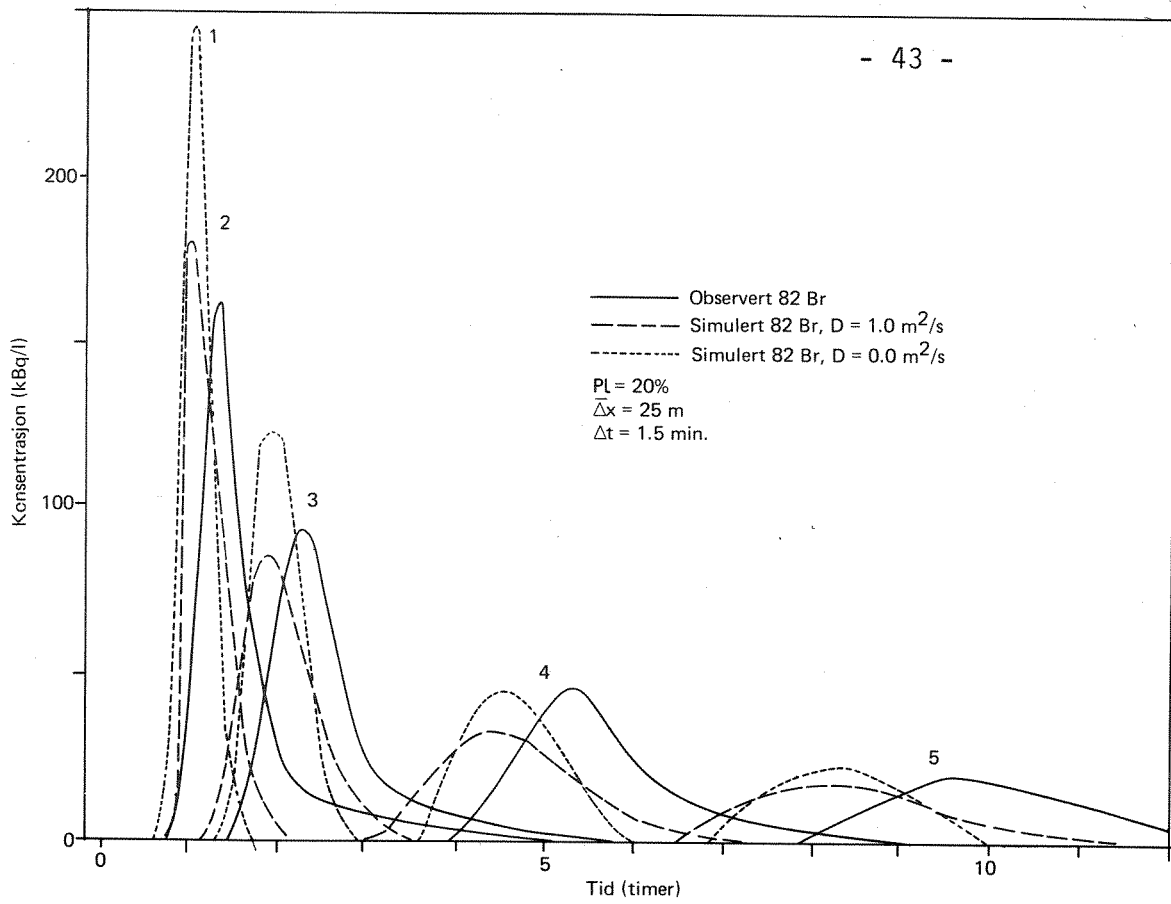


Fig. 5.4-3 Økt diffusjonskoeffisient (D) gjorde bølgens form "flatere".

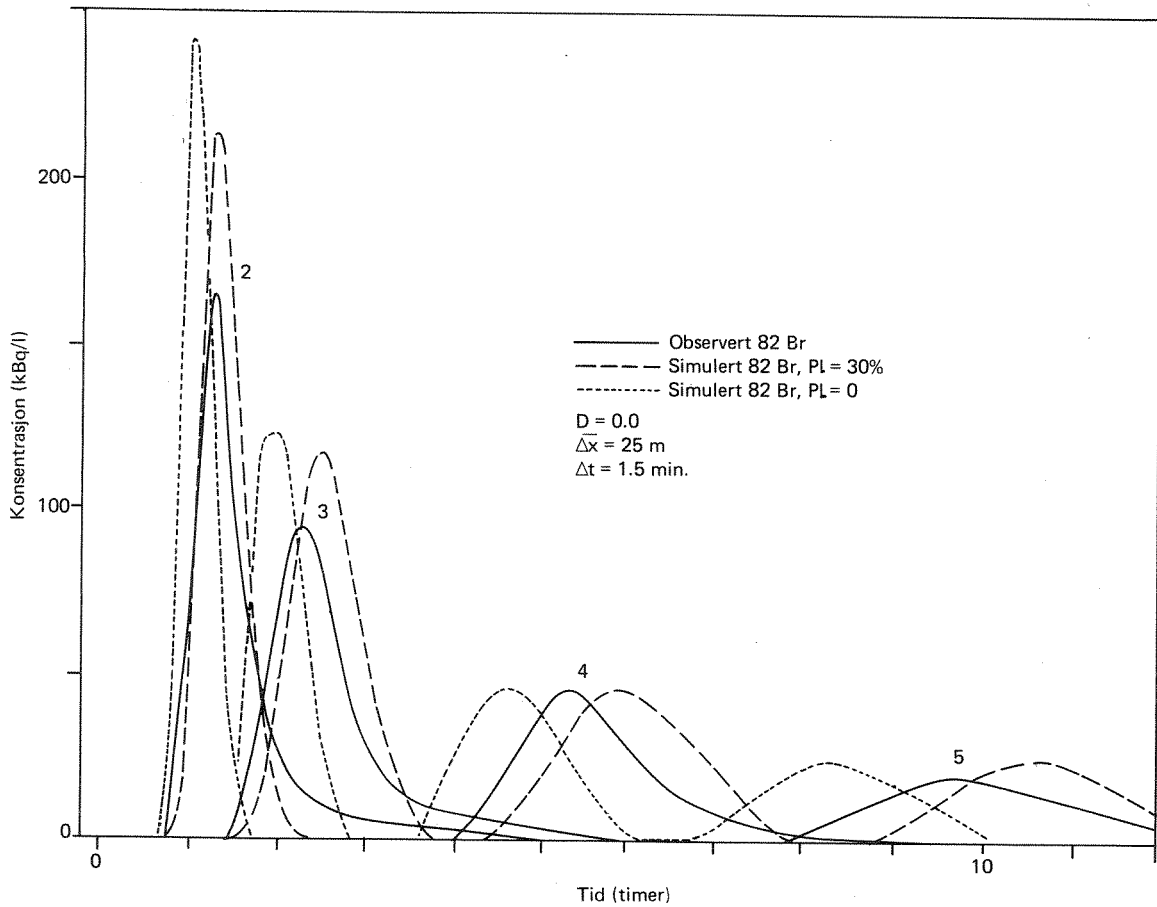


Fig. 5.4-4 Økt lommestørrelse (PL) sinket transporten.

Stoffbølgens transporthastighet ble rimelig godt simulert.

Med unntak av i det øverstliggende kontrollpunktet hadde maksimum konsentrasjon god tilpasning til observasjonsmaterialet. I det øverstliggende kontrollsnittet som lå ca. 160 m nedenfor utslippsstedet, var bølgen langt "skarpere/spissere" enn ved de øvrige stasjonene. En ytterligere reduksjon av iterasjonsintervallene  $\Delta x$  og  $\Delta t$  ville ha gitt en bedre oppløsning og følgelig en bedre tilpasning der. Vi syntes imidlertid at dette ville ha økt regnemaskintiden i uhensiktsmessig stor grad i forhold til utbyttet.

Formen på den simulerte stoffbølgen viste god overensstemmelse med observasjonsdataene i stigningsfasen, omkring maksimumsverdiene og i størstedelen av den fallende fasen. Imidlertid sank de simulerte verdiene raskere enn de observerte i den siste fasen (bølgens hale). Dette gjaldt ved alle kontrollstasjonene. Det er mulig at en mer detaljert kartlegging av lommenes størrelse ville ha bedret dette forholdet.

### 5.5 Simulering av fosfortransport ( $^{32}\text{P}$ )

$10^7$  kBq  $^{32}\text{P}$  ble jevnt fordelt øverst på elvestrekningen i løpet av 15 minutter.

I tillegg til de transportprosesser som gjaldt for brom, måtte vi ta hensyn til at fosforet inngikk i prosesser som reduserte mengden mens den forflyttet seg nedover elvestrekningen. Denne reduksjonen pr. lengde-enhet ble beskrevet på formen (jamfr. kap. 4):

$$\frac{\partial M}{\partial x} = -kM$$

M : mengde  $^{32}\text{P}$

x : avstand

k : reduksjonskoeffisient

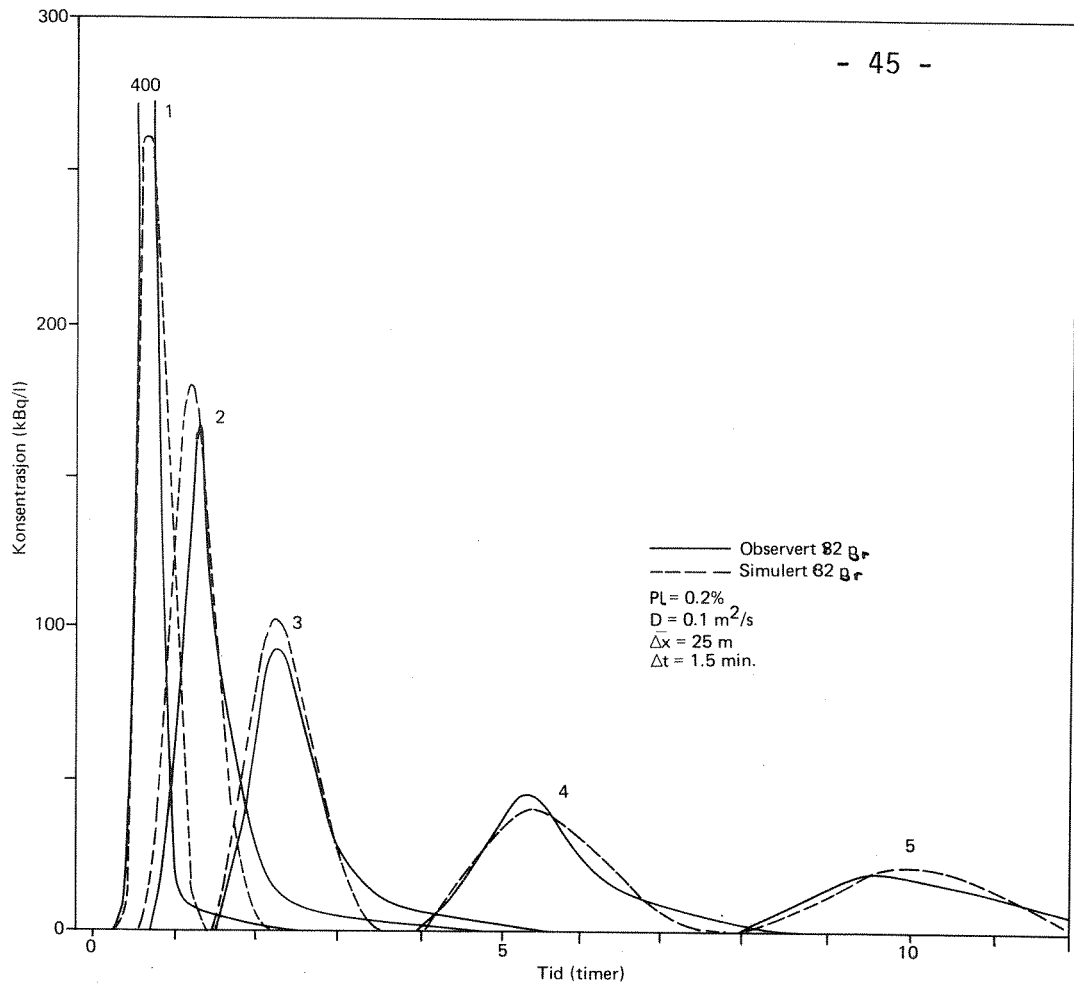


Fig. 5.4-5 Best tilpasning mellom observert og simulert bromtransport.

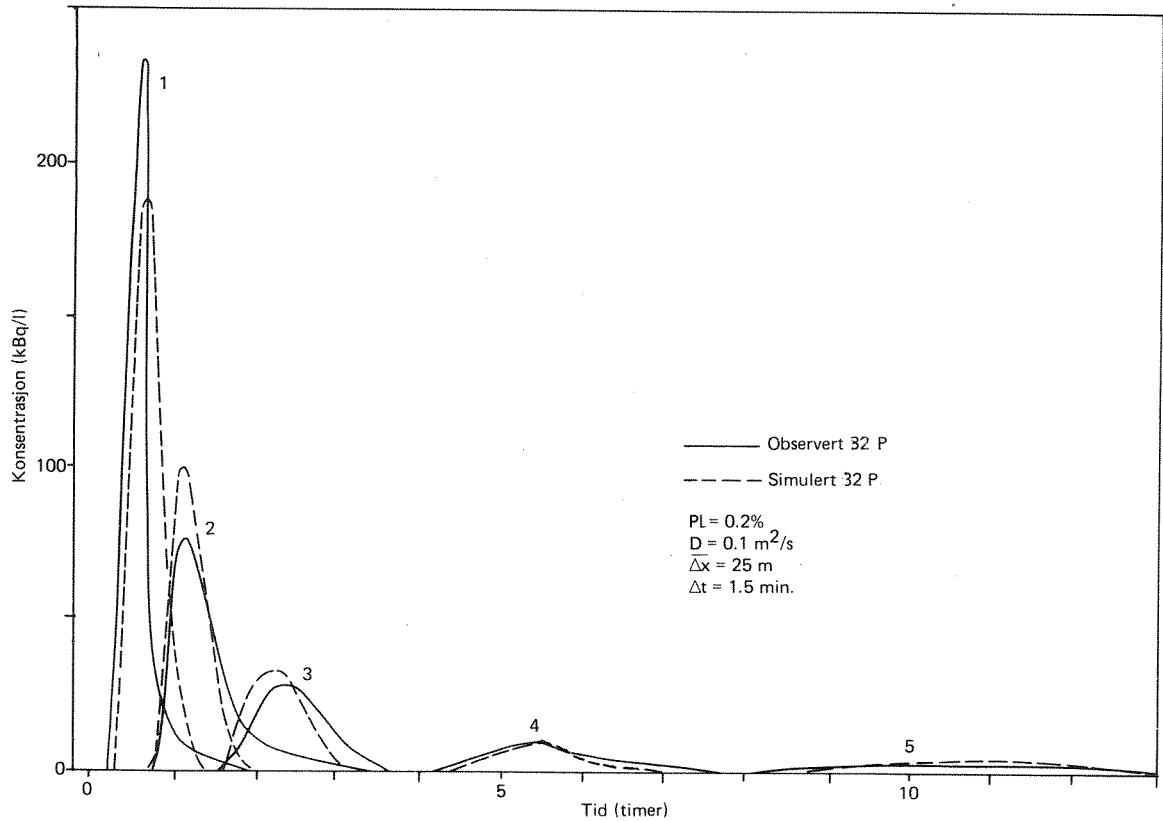


Fig. 5.5-1 Observert og simulert fosfortransport.

Reduksjonen pr. tidsenhet blir da

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial x}{\partial t} \cdot \frac{\partial M}{\partial x} = -u k M$$

Reduksjonskoeffisienten  $k$  ble valgt i overensstemmelse med feltmålingene (tabell 4.2-3).

Decay koeffisienten for  $^{32}\text{P}$  var  $-0.0485$  pr. døgn tilsvarende en halveringstid på 14.3 døgn. Forøvrig ble de størrelsene ( $\Delta x$ ,  $\Delta t$  osv.) benyttet som ga best resultat for simuleringen av bromtransporten.

I likhet med bromsimuleringen ble bølgens form ved den første kontrollstasjonen "flatet ut" i forhold til måleverdiene. Som nevnt foran skyldes dette at tidsintervallets lengde ( $\Delta t$ ) og segmentlengden ( $\Delta x$ ) ikke ga tilstrekkelig god oppløsning.

I kontrollpunktene 2 og 3 og tildels 4 ble den simulerte bølgen "skarpere" enn måleresultatene. Særlig for den siste delen av bølgen var simuleringverdiene for små (fig. 5.3-1). Dette har trolig sammenheng med at fosforet tok del i prosesser som etter en tid igjen gjorde at det inngikk i transporten nedstrøms. Slike prosesser ble det ikke tatt hensyn til i modellen.

Under forutsetning av at reduksjonskoeffisienten ( $k$ ) er kjent kunne modellen med en rimelig nøyaktighet beskrive fosfortransporten nedover elvestrekningen. Bruk av modellen under andre begroings- og vannføringsforhold vil trolig medføre stor usikkerhet. Bruk av koeffisientene i andre vassdrag vil øke usikkerheten ytterligere.

Praktisk bruk av modellen under andre forhold enn den er kalibrert for krever kjennskap til hvordan reduksjonskoeffisienten ( $k$ ) avhenger av biologiske prosesser såvel som hydrauliske. Vi hadde ikke grunnlagsmateriale til å foreta slike studier i denne undersøkelsen.

En mer anvendelig form for modellering ville vært å beskrive hver av delprosessene som fosforet inngår i med matematiske relasjoner. Dersom dette lyktes ville overføringsverdien til andre vassdrag m.m. øke betydelig.



De nedenforstående relasjonene er blitt benyttet med gunstig resultat (Aiba 1977).

Adsorpsjon til ikke-levende suspendert materiale :  $-k_1 C C_s$

Adsorpsjon til sedimenter :  $k_2 C P$

Assimilasjon :  $k_3 M f P$

Hydrolyse :  $k_4 (C_{\text{tot } P} - C) A$

Nedbrytning :  $k_5 k_6 M f P$

C : konsentrasjon av løst fosfor i vannet

$C_s$  : konsentrasjon av ikke-levende suspendert materiale

M : algemasse målt som klorofyll a

f : forholdet mellom fosforinnhold i alger og i klorofyll a

P : elvas fuktete perimeter

$C_{\text{tot } P}$  : konsentrasjon av totalt fosforinnhold i vannet

A : elvas tverrsnittsareal

$k_1 - k_6$  : koeffisienter.

For en gunstig simulering ved bruk av de nevnte relasjonene kreves at koeffisientene som inngår i hver av delprosessene kan bli bestemt med tilstrekkelig nøyaktighet. For å oppnå dette vil det trolig være gunstig å kombinere feltforsøk med eksperimenter under kontrollerte betingelser i renner. Bruk av radioaktive sporstoffer kan være til hjelp.

6. REFERANSER

Aibo, S. og Ohtake, H. 1977 : Simulation of  $PO_4$ -P balance in a shallow and polluted river. Water Research Vol. 11.

Holleman, A.F. 1951. Anorganische Chemie.  
Walter de Gruyter & Co., Berlin.

Meyer, J.L. 1979 : The role of sediments and bryophytes in phosphorus dynamics in a headwater stream ecosystem.  
Limnol. Oceanogr. 24 (2).

Newbold, J.D., Elwood, W.J., O'Neill, R.V. og Van Winkle, W. 1981 :  
Measuring Nutrient Spiralling in Streams.  
Can. J. Fish. Aquat. Sci.

Webster, J.R og Patten, B.C. : 1979. Effects of watershed perturbation on stream potassium and calcium dynamic.  
Ecol. Monogr. 49.

Vedlegg A. MATEMATISK STRØMNINGSMODELL

A.1 Matematisk formulering

Modellen er en-dimensjonal.

Vannets hastighet ( $u$ ) og vannstand ( $z$ ) eller dybde ( $h$ ) i elvas lengderetning ( $x$ ) blir beregnet som funksjon av tiden ( $t$ ), (fig. A.1-1).

Resultatene er midlet over elvas tverrsnitt.

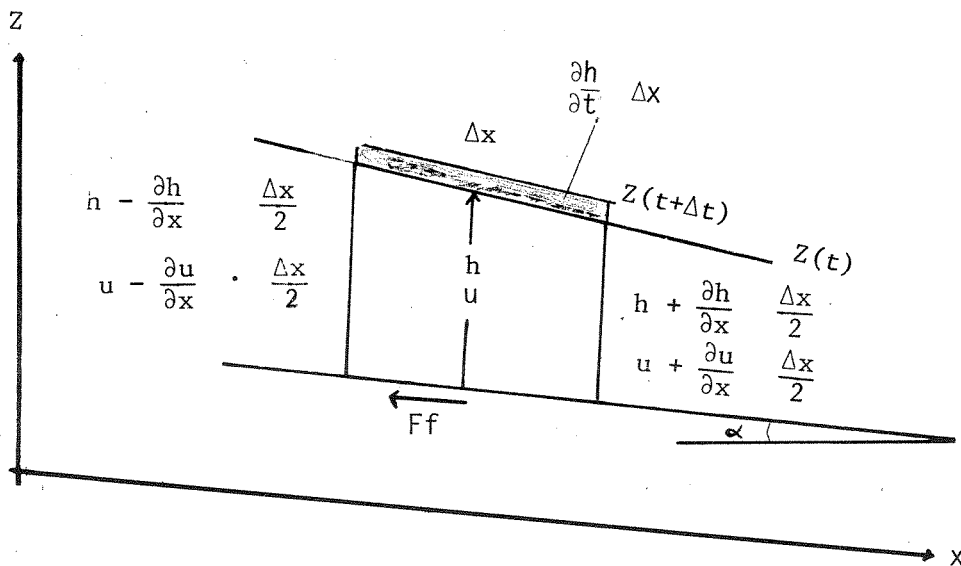


Fig. A.1-1 En-dimensjonalt kontrollvolum

Fig. A.1-1 viser et kontrollvolum i elva. I vertikal retning er alle størrelser midlet.

Kontinuitetsligningen uttrykker massens konservering. Dvs. at differansen mellom vann som strømmer henholdsvis inn og ut av kontrollvolumet er lik masseforandringen i det gitte tidsintervallet.

$$\left(u - \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\Delta x}{2}\right) \cdot \left(h - \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}\right) - \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}\right) \left(h + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}\right) = \frac{\partial h}{\partial t} \Delta x$$

som gir kontinuitetsligningen på formen

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial x} = 0 \quad (A1)$$

Bevegelsesligningen uttrykker bevegelsens bevaring. Netto transporten er bevegelsesmengde i kontrollvolumet + summen av kreftene som virker på elementet = kontrollvolumets endring av bevegelsesmengde. (Jamfr. Newtons 2. lov).

Bevegelsesmengde inn i kontrollvolumet:

$$\rho \left( u (uh) - \frac{\partial}{\partial x} (u (u h)) \frac{\Delta x}{2} \right)$$

bevegelsesmengde som går ut av kontrollvolumet:

$$\rho \left( u(u h) - \frac{\partial}{\partial x} (u (u h)) \frac{\Delta x}{2} \right)$$

De krefter som påvirker volumet er tyngdekraften (Fg), trykkraften (Fp) og friksjonskrefter (Ff).

$$F_g = \rho g h \Delta x \sin \alpha \approx \rho g h S_x \Delta x$$

$$F_p = \int_0^h p dz = \rho g \int_0^h (h-z) dz = \frac{1}{2} \rho g h^2$$

$$F_f = \rho g h S_f \Delta x$$

Kombinerer vi disse ligningene får vi

$$\begin{aligned} & \delta \left( u^2 g - \frac{\partial}{\partial x} (u^2 h) \frac{\Delta x}{2} \right) - \delta \left( u^2 h + \frac{\partial}{\partial x} (u^2 h) \frac{\Delta x}{2} \right) \\ & + \rho g h S_x \Delta x + \frac{1}{2} \rho g \left( h^2 - \frac{\partial h^2}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) - \left( h^2 + \frac{\partial h^2}{\partial x} \right) \\ & + \rho g h S_f \Delta x = \frac{\partial}{\partial t} (\rho u h) \Delta x \end{aligned}$$

som gir bevegelsesligningen på formen:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(S_x - S_f) \quad (A2)$$

Vi erstatter u med vannføringen Q ved å nytte relasjonene:

$$Q = A \cdot u \quad \text{og} \quad A = B \cdot h$$

Friksjonsvinkelen  $S_f$  blir beregnet ved Mannings formel :

$$U = M R^{2/3} S_f^{1/2}$$

Elvebunnens gradient  $S_x$  og vannstanden  $h$  kan uttrykkes ved vannoverflatens høyde ( $Z$ ) over et gitt referansenivå ved :

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial x} - S_x \quad \text{og} \quad \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial t}$$

Ligningene (1) og (2) kan da skrives på formen :

$$\text{kontinuitetsligningen :} \quad \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

Da tilførsler fra bielver og grunnvann kan ha betydning for massebalansen kan ligningen omskrives til :

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad A(3)$$

bevegelsesligningen :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{QB}{A} \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial x} + g A \frac{\partial z}{\partial x} - g \frac{Q/Q}{A M^2 R^{4/3}} = 0 \quad A(4)$$

### Antagelser

Det er antatt at elva renner langs en rett linje. Det er ikke tatt hensyn til sentrifugaleffekter på grunn av krumninger i elveløpet. Dette innebærer at vannoverflaten antas å være horisontal.

Vannets tetthet er antatt å være konstant (inkompresibelt). Vi har hydrostatisk trykk langs hele elvestrekningen.

Vannutveksling (bielver, magasiner m.m.) gjennom elvas sider strømmer vinkelrett på lengdeaksen (x-aksen). Dvs. at dette antas ikke å bidra med bevegelsesmengde til hovedelva.

Ved beregning av tyngdekraftens komponent langs x-aksen ble  $\sin \alpha$  erstattet med gradienten  $S_x$ . Dette gjelder for små gradienter. For en helningsvinkel på  $16^\circ$ , som kan betegnes som meget bratt, gir dette en feil på 2%.

Det er videre antatt at vannhastigheten i hele tverrprofilet er lik middelhastigheten.

De nevnte antagelsene vil i de fleste tilfeller i liten grad påvirke resultatene i forhold til feil stipulerte tverrprofiler m.m.

### A.2 Numerisk løsning

Ligningene (A4 og A5) lar seg ikke løse analytisk. Vi må derfor bruke numeriske metoder. Vi har her valgt å nytte implisite finit differens skjemaer. Dette på grunn av at vi da kan velge lengre iterasjonsintervall og dermed redusert regnemaskintid i forhold til eksplisite skjemaer. Beregningene blir utført i henhold til Preismann's (SOCREAH) "double sweep" metode (Mahamood 1975).

Endring av f.eks. vannføringen over et uendelig lite tidsintervall eller avstand blir i ligningene beskrevet på formen  $\frac{\partial Q}{\partial t}$  og  $\frac{\partial Q}{\partial x}$ . For å løse disse ligningene numerisk blir både tidsintervallet og avstanden gjort endelige,  $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$  og  $\frac{\Delta Q}{\Delta x}$ , se fig. A2-1.

Uttrykk for de avhengige variable, som vi her generelt kaller  $f$ , blir i ligningene A3 og A4 erstattet med (se fig. A.2-1):

$$f(x_i) = \frac{\theta}{2} (f_{i+1}^{j+1} + f_i^{j+1}) + \frac{1-\theta}{2} (f_{i+1}^j + f_i^j)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \theta \frac{f_{i+1}^{j+1} - f_i^{j+1}}{\Delta x} + (1-\theta) \frac{(f_{i+1}^j - f_i^j)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f_{i+1}^{j+1} - f_{i+1}^j + f_i^{j+1} - f_i^j}{2\Delta t}$$

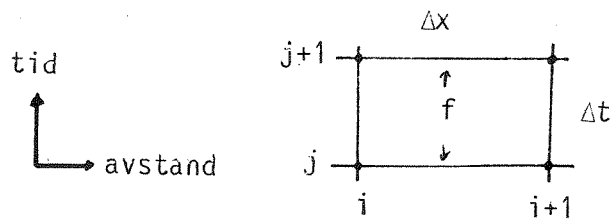


Fig. A.2-1 Plassering av indeksene i det implisite differensskjemaet.

Preismann's metode bygger på at det finnes følgende lineære relasjon :

$$\Delta Q_i = E_i \Delta Z_i + F_i \quad (A7)$$

Ved å bruke denne ligningen (A7) og ligningene A5 og A6 får vi:

$$\Delta Q_{i+1} = EB_{i+1} \Delta Z_{i+1} + FB_{i+1} \quad (A7)$$

$$\Delta Z_i = EK_{i+1} \Delta Z_{i+1} + FK_{i+1} \Delta Q_{i+1} + N_i \quad (A8)$$

Konstanten  $EB_{i+1}$  kan beregnes som funksjon av  $EB_i$ ,  $HB_i$ ,  $HK_i$  osv. Tilsvarende gjelder for de andre størrelsene med indeks  $i+1$ . Dvs. at med kjennskap til disse konstantene for et segment ( $i$ ), kan de tilsvarende verdiene bestemmes for det nedenforliggende segment ( $i+1$ ). Videre kan  $\Delta Q_{i+1}$  beregnes (A7) og deretter  $Z$  i det ovenforliggende segmentet ( $\Delta Z_i$ ).

Ved den numeriske løsningen blir konstantene  $EB$ ,  $EK$ ,  $FB$ ,  $FK$  og  $N$  suksessivt beregnet nedstrøms og deretter bestemmes  $\Delta Q$  og  $\Delta z$  i oppstrøms retning, derav navnet "double-sweep" metoden.

De nye  $Q$  og  $Z$  verdiene blir dermed

$$\begin{aligned} Q_i^{i+1} &= Q_i^j + \Delta Q \\ Z_i^{j+1} &= Z_i^j + \Delta Z \end{aligned}$$

Dvs at med kjennskap til vannføring ( $Q$ ) og vannstand ( $Z$ ) ved et gitt tidspunkt kan de tilsvarende verdiene beregnes suksessivt fremover i tiden.

I det numeriske løsnings skjemaet inngår konstanten  $\theta$ . For  $\theta = 0$  blir løsningen eksplisit. For  $\theta = 1$  blir løsningen fullstendig implisit. Som nevnt er fordelene med å nytte implisite skjemaer at vi kan nytte lengre tidsintervall ( $\Delta t$ ) mellom hver iterasjon og dermed spare regnemaskintid. For  $\theta$  større enn 0.5 blir løsningen stabil uansett tidsintervallets lengde. Imidlertid vil nøyaktigheten i beregningene vanligvis øke med avtagende tidsintervall. Ved økende  $\theta$  vil vannføringen/vannstanden som funksjon av tiden bli mer dempet/glattet ut.



Fordelen med "double-sweep" metoden i forhold til andre vanlig brukte løsningsmetoder er redusert regnemaskintid. Nøyaktigheten i resultatene (Q og Z) kan i enkelte tilfeller være mindre.

Randvilkårene innebærer at strømmingen skal være subkritisk. Dvs. at Froudes tall ( $Fr = \frac{u}{\sqrt{gh}}$ ) skal være mindre enn 1.

Dataprogrammet for beregningene er laget ved Lunds tekniska högskola.

### A3 Praktisk bruk av modellen

Elvestrekningen blir inndelt i segmenter. For hvert segment må representative tverrsnitt og elvebunnens høydenivå (f.eks. høyde over havnivå) bestemmes (fig. A3-1).

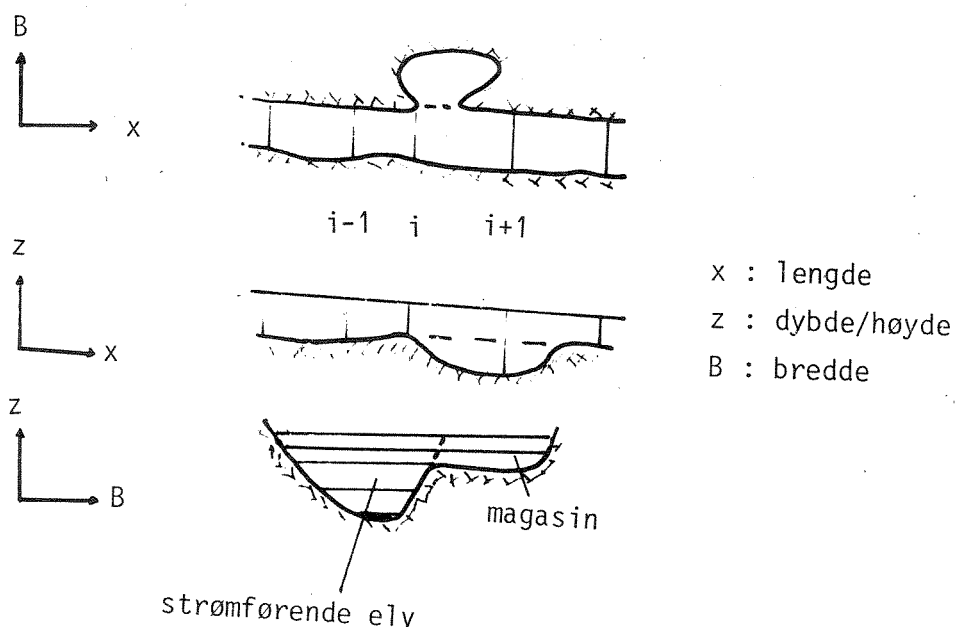


Fig. A.3-1 Inndeling av elva i segmenter.

Viker, innsjøer og oversvømmingsområder antas ikke å ta del i strømmingen. Vannutvekslingen med disse avpasses i forhold til magasinets volumendring. Vannivået antas å være det samme i magasin og elv. Vannutvekslingen foregår vinkelrett på elvens lengdeakse (x-aksen).

Det lar seg neppe gjøre å lage generelle regler for valg av segmentets lengde ( $\Delta x$ ) og tidsintervallet mellom beregningene ( $\Delta t$ ). Et vilkår må være at flombølgen må kunne beskrives i rom og tid med ønskelig nøyaktighet. Hurtige nivåforandringer krever f.eks. bedre oppløsning enn langsomme endringer. Jamføring mellom beregnede og observerte verdier er til verdifull hjelp.

Vassdragets hydrauliske kapasitet blir beskrevet av friksjonsvinkelen,  $S_f = Q^2 / (A^2 M^2 R^{4/3})$  i henhold til Mannings formel. Hvert elvesegment må tildeles en verdi for Mannings tall (M) og eventuelt også hvordan M endres med vannføringen/vannstanden. Det finnes retningsgivende verdier for M i litteraturen. En pålitelig bestemmelse av koeffisienten krever imidlertid observasjoner i felt.

For at beregningene skal kunne begynne etter "double-sweep" metoden er det nødvendig å kjenne startverdier for vannføring og vannstand i hvert segment.

Som begynnelsesvilkår antas strømmingen å være stasjonær dvs. den endrer seg ikke med tiden ( $\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial t} = 0$ ) Ligningene som beskriver bevegelsen (A3 og A5) blir dermed forenklet til:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (A9)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial z}{\partial x} + g \frac{Q/A}{M^2 R^{4/3}} = 0 \quad (A10)$$

Q og Z kan enkelt bestemmes av disse ligningene. Først blir vannføringen beregnet sukksesivt nedover elva med kjennskap til vannføringen inn i det øverste segmentet (Q) og i sideløpene (q) (ligning A9). Deretter blir vannstanden (z) funnet ved erasjon i oppstrøms retning (ligning A10) med kjennskap til vannstanden i det nederste segmentet.

Det er følgelig tilstrekkelig å kjenne vannføringen inn gjennom øvre rand, eventuelle tilløp gjennom elvas sider/bunn og vannstanden ved nedre rand for å kunne starte beregningene.

Referanse

Mahmood, K. og Yevjevich, V. (red.). 1975 : Unsteady flow in green channels, Vol. I., Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado.

VEDLEGG B. MATEMATISK SPREDNINGSMODELL

B. 1 Matematisk formulering

Modellen er en-dimensjonal. Det vil si at midlere stoffkonsentrasjonen (C) i et tverrsnitt av elva beregnes i elvas lengderetning (x) som funksjon av tiden (t).

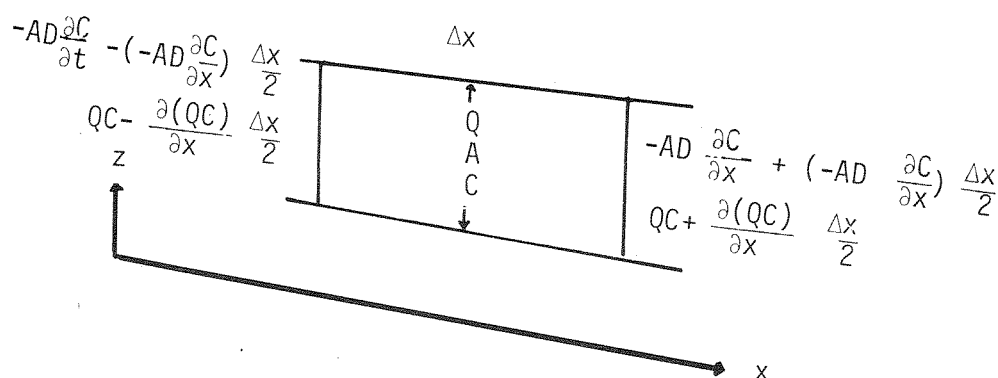


Fig. B.1-1 En-dimensjonalt kontrollvolum.

- Q : vannføring
- C : stoffkonsentrasjon
- A : tverrsnittsareal
- D : diffusjonskoeffisient

De variable (Q, A og C) er midlet over et tverrsnitt.

Stoffutvekslingen gjennom kontrollvolumets endevegger foregår advektivt og diffusivt.

Advektiv transport betyr at stoffet følger vannets midlere bevegelse. Kontrollvolumets masseendring på grunn av dette er gitt ved (se fig. B.1-1):

$$QC - \frac{\partial(QC)}{\partial X} \frac{\Delta X}{2} - (QC + \frac{\partial(QC)}{\partial X} \frac{\Delta X}{2})$$

Den diffusive transporten kan tolkes som masseutveksling av stoff mellom nærliggende segmenter på grunn av turbulens, ujevn hastighetsfordeling i tverrsnitt m.m. Den diffusive transporten gjennom et tverrsnitt settes lik:

$$- AD \frac{\partial C}{\partial X},$$

hvor D er en konstant (diffusjonskoeffisient). Uttrykket er analogt til varmetransport gjennom en vegg fra høy mot lav temperatur. Den diffusive transporten kan ikke begrunnes ut fra like sikre fysiske resonnementer som den advektive. Praktiske erfaringer viser imidlertid at leddet har en gunstig virkning på resultatene. Kontrollvolumets masseendring på grunn av diffusiv transport blir:

$$- AD \frac{\partial C}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial X} (AD \frac{\partial C}{\partial X}) \frac{\Delta X}{2} + AD \frac{\partial C}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial X} (AD \frac{\partial C}{\partial X}) \frac{\Delta X}{2}$$

I et elveløp er det vanligvis kulper og bukter. I slike lommer/dødsjoner danner det seg ofte virvler med mer eller mindre stillestående vann hvor nettostrømmingen i nedstrømsretning kan være neglisjerbar. Masse som transporteres nedover elva vil kunne forsinkes på grunn av opphold i slike lommer. Masseutvekslingen mellom hovedløpet og lommene blir i modellen antatt å skje ved diffusjon. Ifølge Westrich 1976 og Valentine 1977 kan denne massetransporten fra lommen til kontrollvolumet i hovedelva skrives på formen:

$$AL \text{ u } KL (CL - C)$$

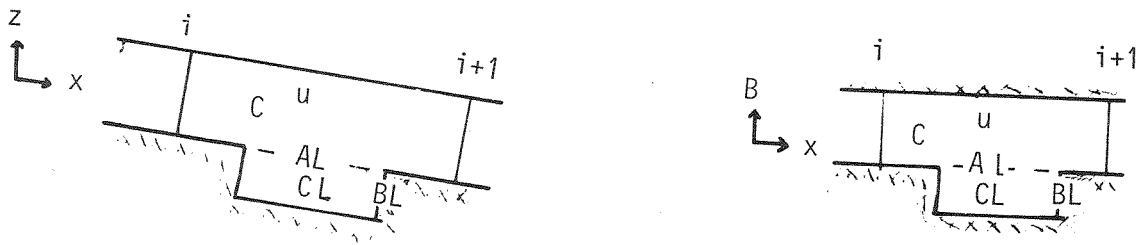


Fig. B.2-1 Stofftransport mellom hovedløpet og lommen/dødsonen.

- u : midlere vannhastighet
- KL : diffusjonskonstant
- CL : stoffkonsentrasjon i lommen
- AL : grensesone mellom hovedløp og lomme
- BL : lommens dybde
- v : kontrollsegmentets volum

Endring i kontrollvolumets masse pr. tidsenhet lik differensen mellom tilført og avgitt advektiv og diffusiv massetransport gjennom endeveggene + utveksling med lommer langs sider og bunn + tilførsler fra kilder (S) eventuelle prosesser (P) som stoffet inngår i.

$$\frac{\partial C}{\partial t} \Delta X \quad A = QC - \frac{\partial(QC)}{\partial X} \frac{\Delta X}{2} - (QC + \frac{\partial(QC)}{\partial X} \frac{\Delta X}{2}) - AD \frac{\partial C}{\partial X} - \frac{\partial}{\partial X} (-AD \frac{\partial C}{\partial X}) \frac{\Delta X}{2}$$

$$- (-AD \frac{\partial C}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial X} (-AD \frac{\partial C}{\partial X}) \frac{\Delta X}{2}) + A1 u KL (CL-C) + S \cdot \Delta X + P \cdot \Delta X$$

som gir transportligningen på formen:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{1}{A} \frac{\partial(QC)}{\partial X} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial X} \left( AD \frac{\partial C}{\partial X} \right) + \frac{1}{v} AL u_{KL} (CL-C) + \frac{S}{v} + \frac{P}{v} \quad (B.1)$$

Massebalansen for lommen blir:

$$\frac{\partial CL}{\partial t} = \frac{KL u}{BL} (C-CL) \quad (B.2)$$

## B.2 Numerisk løsning

Ligningen (B.1) lar seg ikke løse analytisk. Vi må derfor bruke numeriske metoder. Vi har her valgt eksplisite skjemaer.

De deriverte blir gjort om til endelige differenser. En vilkårlig funksjon  $f$  skrives på formen (se fig. B2-2):

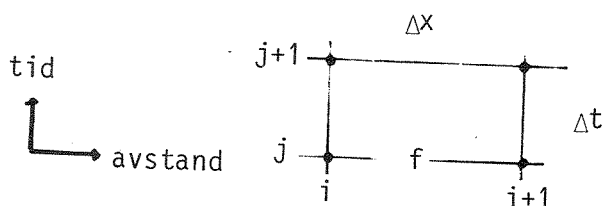


Fig. B.2-2 Plassering av indeksene i differansskjemaet

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f_{i-}^{j+1} - f_{i-}^j}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial f}{\partial X} = \frac{f_{i+1}^j - f_{i-}^j}{\Delta X}$$

De deriverte uttrykkene i transportligningen (B.1) blir erstattet med de endelige differansene. Med kjennskap til forholdene ved tiden  $t$  kan nye konsentrasjonsverdier beregnes ved tiden  $t + \Delta t$  osv.

### B.3 Praktisk bruk av modellen

Elvestrekningen blir delt inn i segmenter. For hvert segment må vannføring, elveløpets geometri samt enkelte koeffisienter være kjent. I de fleste tilfellene vil det være uhensiktsmessig eller umulig å måle alle disse størrelsene i felt. Beregningene av segmentenes tverrsnittsareal og vannføring kan derfor fås som input fra strømningsmodellen.

For at løsningen skal bli stabil er det nødvendig å sette krav til tidsintervallets lengde  $\Delta t$ . En fysisk tolkning av stabiliseringskravet er at et segment ikke må tappes for større masse enn det inneholder. Dette kravet er for advektiv transport tilfredsstilt for  $\Delta t < \Delta X/u$ . Deretter må  $\Delta t$  reduseres på grunn av diffusiv transport og eventuelle prosesser som stoffet inngår i. Valg av  $\Delta X$  og  $\Delta t$  må dessuten velges ut fra krav til at stoffbølgen kan beskrives med ønskelig nøyaktighet i rom og tid. Raske konsentrasjonsendringer krever f.eks. bedre oppløsning enn langsame endringer. Jamføring mellom beregnede og observerte verdier er til verdifull hjelp.

Diffusjonskoeffisienten  $D$  er avhengig av elveløpets geometri og strømningsforhold. Man kan stipulere koeffisienten ut fra testing mot feltdata eller f.eks. beregne den ved hjelp av empiriske formler. Liu 1977 foreslår f.eks. følgende formulering:

$$D = \beta \frac{Q^2}{U_s R^3} \quad \text{hvor}$$

$$\beta = 0,18 \left( \frac{U_s}{U} \right)^{1.5} = 0,18 \left( \frac{\sqrt{gRS_x}}{U} \right)^{1.5}$$



$U_s$  : skjær hastighet  
 $U$  : midlere vannhastighet  
 $R$  : hydraulisk radius  
 $S_x$  : elvebunnens gradient  
 $g$  : tyngdens akselerasjon

Diffusjonskoeffisienten (KL) ble for lommer formet som parallelepiped .  
testet ved laboratorieforsøk, Westrich 1976 og Valentine 1977. Koeffi-  
sienten (KL) ble i liten grad funnet å variere med lommenes dybde høyde-  
forhold eller av strømningsforhold i hovedløpet. En retningsgivende  
verdi ble stipulert til 0,02.

Som nevnt, mangler den diffusive transporten nedover elva en sikker fysisk  
tolkning. Man kan tenke seg at denne transportformen tar hensyn til ulik  
hastighetsfordeling i et tverrsnitt av elva og dermed korrigere det ad-  
vektive bidraget som baserer seg på midlere vannhastighet. Også andre  
tolkninger som turbulens og bakevjeeffekter kan tilegnes en slik diffu-  
sjon. Dermed kan det bli en noe uklar avgrensning mot de nevnte "lomme-  
effektene". Ved bruk av modellen kan det være et alternativ å ta hensyn  
til kun en av de to diffusjonsprosessene separat samt en kombinasjon av  
dem. Det endelige valg gjøres så etter sammenlikning med feltobserva-  
sjoner.

#### Referanser:

- Valentine, E.M., Wood, I.R. og Asce, M. 1977 :  
Longitudinal Dispersion with Dead Zones.  
Journal of the hydraulics division.
- Westrich, B. 1976 : Simulation of Mass Exchange in Dead Zones for  
Steady and Unsteady Flow Condition.  
International Symposium on Unsteady Flow in Open Channels,  
Newcastle upon-Tyne 1976.